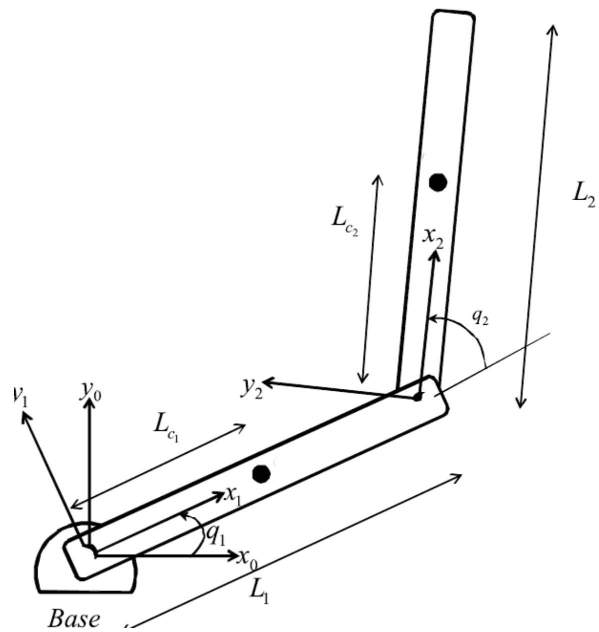
ΤΜΗΜΑ Β

Θεωρείστε το σύστημα ρομποτικού βραχίονα το οποίο περιγράφεται από τη σχέση:

$$\mathbf{H}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \mathbf{u}$$



με

$$\mathbf{q} = [q_1 \;\; q_2]^T \, , \dot{\mathbf{q}} = [\dot{q}_1 \;\; \dot{q}_2]^T$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} m_2(L_{c2}^2 + 2L_1L_{c2}\cos(q_2) + L_1^2\,) \; + L_{c1}^2 m_1 + I_{z2} + I_{z1} & m_2L_{c2}^2 + L_1L_{c2}m_2\cos(q_2) + I_{z2} \\ L_{c2}^2 m_2 + L_1L_{c2}m_2\cos(q_2) + I_{z2} & L_{c2}^2 m_2 + I_{z2} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} -m_2L_1L_{c2}\sin(q_2)\dot{q}_2 & -m_2L_1L_{c2}\;\sin(q_2)\,(\dot{q}_2 + \dot{q}_1) \\ m_2L_1L_{c2}\;\sin(q_2)\,\dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} m_2L_{c2}g\;\cos(q_1+q_2) + (m_2L_1 + m_1L_{c1})g\cos(q_1) \\ m_2L_{c2}\,g\;\cos(q_1+q_2) \end{bmatrix}$$

όπου L_1 , L_2 είναι τα μήκη των συνδέσμων, m_1, m_2 είναι οι σημειακές μάζες των συνδέσμων I_{z1}, I_{z2} οι ροπές αδράνειας των συνδέσμων, L_{c1}, L_{c2} η απόσταση μεταξύ της άρθρωσης και του κέντρου μάζας του συνδέσμου 1 και 2 αντίστοιχα και g είναι η σταθερά βαρύτητας. Στόχος ελέγχου είναι η παρακολούθηση της τροχιάς

$$q_{1d}(t) = \begin{cases} \left(-90^o + 50^o\left(1 - cos(0.63t)\right)\right) & t \leq 5 \\ 10^o & t > 5 \end{cases}$$

$$q_{2d}(t) = \begin{cases} 170^o - 60^o\big(1 - cos(0.63t)\big) & t \leq 5 \\ 50^o & t > 5 \end{cases}$$

Α) Θεωρώντας τις παραμέτρους του ρομποτικού συστήματος γνωστές, επιλέξτε κατάλληλη είσοδο ώστε να γραμμικοποιήσετε το σύστημα και να επιτύχετε τον στόχο ελέγχου (τοποθετήστε τους πόλους του ΣΚΒ σφάλματος παρακολούθησης στο -10). Οι πραγματικές τιμές των παραμέτρων και η αρχική θέση του βραχίονα δίνονται στο τέλος.

Β) Έστω ότι οι τιμές των παραμέτρων $I_{z1}, I_{z2}, L_{c1}, L_{c2}, m_2$ του μοντέλου δεν είναι γνωστές αλλά εκτιμώνται στις τιμές $\hat{I}_{z1} = 0.05,\ \hat{I}_{z2} = 0.02,\ \hat{L}_{c1} = 0.35,\ \hat{L}_{c2} = 0.1,\ \hat{m}_2 = 2$ που διαφέρουν γενικά από τις πραγματικές. Επίσης γνωρίζουμε ότι $0.02 < I_{z1} < 0.5$, $0.01 < I_{z2} < 0.15$, $0.1 < L_{c1} < 0.4$, $0.05 < L_{c2} < 0.45$, $0.5 < m_2 < 5$ και ότι η $\lambda_{\min}(H) \geq 0.2$ και $\lambda_{max}(H) \leq 4$.

1) Προσομοιώστε το σύστημα με τον ελεγκτή που σχεδιάσατε στο (Α) με τις εκτιμώμενες τιμές και σχολιάστε τα αποτελέσματα.

2) Σχεδιάστε έναν εύρωστο νόμο ελέγχου με την μέθοδο ολίσθησης σφάλματος με $\mathbf{\Lambda} = 10\ \mathrm{I}_{2\times 2}$ έτσι ώστε να επιτυγχάνεται η παρακολούθηση της τροχιάς παρά τις αβεβαιότητες που υπάρχουν. Για την ομαλή μορφή της συνάρτησης προσήμου του ελεγκτή σας χρησιμοποιείστε την συνάρτηση κορεσμού που δίνεται παρακάτω. Προσομοιώστε το σύστημα και σχολιάστε τα αποτελέσματα.

Η ομαλή συνάρτηση προσήμου:

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{|x|}, |x| \geq \epsilon \\ \dfrac{x}{\epsilon}, |x| < \epsilon \end{cases}$$

όπου ϵ μια μικρή θετική τιμή πχ. ϵ = 0.0001. Σχολιάστε την επίπτωση μιας μεγαλύτερης τιμής του ϵ στο σήμα ελέγχου και στα σφάλματα παρακολούθησης.

Οι τιμές των παραμέτρων του συστήματος για την προσομοίωση είναι:
$m_1 = 6\ kg, m_2 = 4\ kg\ , L_1 = 0.5\ m\ , L_2 = 0.4\ m\ , L_{c1} = 0.2\ m\ , L_{c2} = 0.4\ m$
$I_{z1} = 0.43\ kg\ m^2,\ \ I_{z2} = 0.05\ kg\ m^2,\ \ g = 9.81\ m/s^2$
Θεωρείστε τις αρχικές τιμές $q_1(0) = -87^o$ $q_2(0) = 167^o$, $\dot{q}_1(0) = \dot{q}_2(0) = 0$

Στις προσομοιώσεις αποτυπώστε γραφικά τις αποκρίσεις για τις θέσεις, ταχύτητες, τα σφάλματα θέσεων και ταχυτήτων την είσοδο ελέγχου u και επιπλέον στο Γ) την απόκριση των συνδυασμένων σφαλμάτων καθώς και την τροχιά της λύσης για κάθε άρθρωση στο επίπεδο κατάστασης σφάλμα παρακολούθησης, παράγωγος σφάλματος παρακολούθησης

Υποδείξεις
1. για MATLAB: για την προσομοίωση χρησιμοποιείστε την ode23s
2. Για την εύρεση των φραγμάτων των αβεβαιοτήτων μπορείτε να γράψετε τους μη γραμμικούς όρους του μοντέλου ως προς τις αβέβαιες παραμέτρους, δηλαδή:

$$(\mathbf{C}\,\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}) = \mathbf{Y_1}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\boldsymbol{\theta_1}$$
$$\mathbf{H}\,\dot{\mathbf{q}}_\mathbf{r} = \mathbf{Y_2}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}_\mathbf{r})\,\boldsymbol{\theta_2}$$