

Haskell - P27



$a \rightarrow \text{Bool}$ instance YesNo (Maybe a) where
 yesno (Just _) = True
 yesno Nothing = False
 yesno :: (YesNo a) => a -> Bool

注意在 instance 类型 (Maybe a) 时, 对于 constructor Maybe 传入的任何 type variable a 都不影响结果, 但仍必须写为 (Maybe a), 因为函数中要求 concrete type

注意在 yesno 的类型中出现了 typeclass constraint

Functor

a type class basically for things can be mapped over
 class Functor f where
 fmap :: (a -> b) -> (f a) -> (f b)

支持函数 f map

注意 f 不是 concrete type 而是一个 constructor

fmap 传入一个函数 (a -> b) 和 (f a), 返回 (f b)

注意在定义 Functor 的 member 时, 应该使用 constructor, 如 list 的 constructor []

instance Functor [] where

可见 fmap 的逻辑与 map 是类似的,

fmap = map

可以将 map 视为 fmap 的一个特例, (用于 list)

instance Functor Maybe where

注意这个 constructor 指的是 type 总括性的, 而非细分的

fmap f (Maybe x) = Maybe (f x)

如果有多个 constructor, 必须分别定义, 而且必须注意不同

fmap f Nothing = Nothing

的 constructor 下如果存在不同类型的数值

instance Functor Tree where

fmap f EmptyTree = EmptyTree

fmap f (Node x left right) = Node (f x) (fmap f left) (fmap f right)

Functor 可以便利地应用在如 Tree, Map, 之类的嵌套的 Type 上, 如 k-Tree

data Tree a = EmptyTree | Node a [Tree a] deriving (Show)

instance Functor Tree where

fmap _ EmptyTree = EmptyTree

fmap f (Node x ts) =

Node (f x) (map (fmap f) ts)

有如 fmap (+1) (Node 1 [EmptyTree, (Node 1 [])])

-> Node 2 [EmptyTree, (Node 2 [])]

Tree a 可改为 EmptyTree | Node a (Tree a) [Tree a]

instance Functor (Either a) where

fmap f (Right x) = Right (f x)

fmap _ (Left x) = Left x

注意在对如 Either 这样引入多个 type variable 的 type

只能对最后一个类型使用 fmap, 如 (Either a)

即将前边整体作为 constructor 的 partially applied func

instance Functor (Map.Map k) where

fmap f fromList [] = fromList []

fmap f fromList ms =

考虑将 Map 用于 fmap 函数,

可能需要定义一个 (k, v) -> (k, v')

并将其用于 map [(k, v)]

let fs = \ (k, v) -> (k, f v)

in fromList (map fs ms)

Haskell - P28

type constructor 用于使用传入的 concrete type 来生成 type, 与 constructor 函数的作用类似
 如 Maybe 是 type constructor, Maybe Int 是传入 Int 所形成的 concrete type

kind 在 Haskell 中, kind 可以理解为 type of type, 可以用 :k 命令查看
 如 :k Maybe $\rightarrow * \rightarrow *$, :k Either $\rightarrow * \rightarrow * \rightarrow *$
 注意 * 表示 concrete type, 即不传入任何 type parameters 以及 ^{只能具有 concrete type 的 values}

curried 注意 type constructor 也支持 partially applied 的方式, 使用方式与 partially applied function 类似
 如 :k Either $\rightarrow * \rightarrow * \rightarrow *$, 而 :k (Either Int) $\rightarrow * \rightarrow *$, 因为 Int 已作为一个 parameter 传入

Constraint 注意 :k 可作用于 typeclass, 可以用于查询 typeclass 要求一个具有何种形式的 kind
 如 :k Num $\rightarrow * \rightarrow \text{Constraint}$, :k Functor $\rightarrow (* \rightarrow *) \rightarrow \text{Constraint}$
 可见 Functor 要求其 member 必须有 kind 形式如 $(* \rightarrow *)$
 另外 constraint 表示这种形式用于函数声明的 type constraint 部分, 传入一个 type parameter ^{生成一个关于这个 type 的 constraint}

type-foo class Tofu t where ^{首先有 :k Tofu $\rightarrow (* \rightarrow (* \rightarrow *) \rightarrow *) \rightarrow \text{Constraint}$}

tofu :: $\forall a \rightarrow t a$

^{Frank}
 data Frank a b = { frankField :: b a }
 deriving (Show)

注意左右的 Frank 是不同的东西,

左侧是 ^{type} constructor, 有 :k Frank $\rightarrow * \rightarrow (* \rightarrow *) \rightarrow *$

右侧是 ^{function} constructor, 有 :t Frank $\rightarrow (b a) \rightarrow \text{Frank } a b$ \therefore 有 $T_0 = * \rightarrow (* \rightarrow *) \rightarrow *$

如 :t Frank {frankField = Just "hello"} \rightarrow Frank [Char] Maybe

:t Frank {frankField = "HAHA"} \rightarrow Frank Char []

有定义 instance Tofu Frank where

tofu x = Frank a

有 :t tofu $\rightarrow (Tofu t) \Rightarrow \forall a \rightarrow t a$

则 tofu (Just 'a') :: Frank Char Maybe
 \rightarrow Frank {frankField = Just 'a'}

如果要将 data Barry t k p = Barry {yappa :: p, dabba :: t k}

注意 :k Barry $\rightarrow (* \rightarrow *) \rightarrow *$

声明为 Functor 的 member, 注意 Functor :: $(* \rightarrow *) \rightarrow \text{Constraint}$

应有 instance Functor (Barry t k) where

fmap :: $(a \rightarrow b) \rightarrow (Barry t k a) \rightarrow (Barry t k b)$

fmap f (Barry {yappa = x, dabba = y}) = Barry {yappa = f x, dabba = y}

利用 ^(*) partially applied 有 (Barry *) :: $* \rightarrow *$

Haskell - P29

后缀记法 又作逆波兰记法 (reverse Polish notation, RPN), 如: $10\ 4\ 3\ +\ 2\ * - \rightarrow 10 - (4 + 3) * 2$

即有 $\langle \text{expr} \rangle ::= \langle \text{num} \rangle \mid \langle \text{expr} \rangle \langle \text{expr} \rangle \langle \text{operator} \rangle$. 假定 $\langle \text{operator} \rangle$ 都是二元运算符

$\text{solverRPN} :: (\text{Integral } a, \text{Read } a) \Rightarrow \text{String} \rightarrow a$] Integral 支持 'div' 和 'mod', Read 支持 read

$\text{solverRPN} = \text{head} . \text{foldl} \text{ func} [] . \text{words}$] 直接将函数赋给 solverRPN, 省略参数

where $\text{func } (x:y:xs) \text{ "+"} = (y+x):xs$] 计算部分, 根据不同的运算符进行不同计算

$\text{func } (x:y:xs) \text{ "-" } = (y-x):xs$] 从堆栈中弹出两个数字用于计算 (pop)

$\text{func } (x:y:xs) \text{ "*" } = (y*x):xs$] 注意堆栈采用 Last In First Out (LIFO)

$\text{func } (x:y:xs) \text{ "/" } = (y \text{ `div` } x):xs$] 即如弹出 x, y 应该是 y 在前, 即 $y-x$

$\text{func } (x:y:xs) \text{ "%" } = (y \text{ `mod` } x):xs$]

$\text{func } xs \text{ num} = \text{cread num}:xs$] 将下一个数字压入堆栈 (stack, push)

注意: 计算器可以在 func 的 pattern matching 部分进行扩展以支持更多运算,

如一元运算符 \ln : $\text{func } (x:xs) \text{ "ln"} = (\log x):xs$

或多元运算符 sum : $\text{func } xs \text{ "sum"} = [\text{sum } xs]$

但要特别注意不同运算符对类型的限制, 保持类型兼容

groupsOf 用于将传入的 list 中的元素按 n 个一组的方式进行分组

$\text{groupsOf} :: \text{Int} \rightarrow [a] \rightarrow [[a]]$

$\text{groupsOf } 0 _ = \text{undefined}$

注意此处 undefined 函数相当于占位用的报错函数

$\text{groupsOf } _ [] = []$

$\text{groupsOf } n \text{ lst} = (\text{take } n \text{ lst}) : (\text{groupsOf } n (\text{drop } n \text{ lst}))$

如 $\text{groupsOf } 2 [1..11] \rightarrow [[1,2], [3,4], [5,6], [7,8], [9,10], [11]]$

polymorphism 在 Haskell 中, purity (纯度), higher order function (高阶函数), parameterized algebraic

以及 typeclass 允许实现 polymorphism (多态)

无需考虑使 type 属于某个更大的 type hierarchy, 而是考虑 type 的功能并关联到合适的 typeclass

Functor 在 $\text{fmap} :: (a \rightarrow b) \rightarrow (f a) \rightarrow (f b)$ 中, f 常被比喻为 box, 即 a box with a type

但是 box 并不是一个非常准确的描述

更准确的描述是 computational context (可计算的上下文)

context 的 computation 可能含有 a value, failed (如 Maybe), 或 more values (list)

注意 f 必须为 $*$ 形如 $*$ 的 kind, 所以在使用时应注意

如 $\text{fmap} :: (b \rightarrow c) \rightarrow (\text{Either } a b) \rightarrow (\text{Either } a c)$, 注意其中 $\text{Either } a$ 是 fixed

而 $\text{fmap} :: (b \rightarrow c) \rightarrow (\text{Either } b) \rightarrow (\text{Either } c)$ 是无效的

Haskell - P30

Functor IO 在Haskell中, 如 type `IO String` 表示这是一个 I/O action, 这个动作会进入 real world 并取回一个 `String`
在 do 语法中, 可以使用 `<-` 将结果绑定到一个变量名, 而 IO 同样可以成为 Functor 的成员
即在 result 返回前将其传入函数 f 并将函数结果返回

instance Functor IO where

fmap f action = do

result <- action

return (f result)

注意: return is a function makes an I/O action that

doesn't do anything but only presents something as its result

do block procedures will always have the result value of its last action

所以在这种情况下, fmap 实际上是生成了一个新的 I/O action

即 $fmap :: (a \rightarrow b) \rightarrow IO a \rightarrow IO b$

Functor (\rightarrow r) 在Haskell中, (\rightarrow) 运算符的意义与入演算中所用符号 \mapsto 对应,

$k (\rightarrow) \rightarrow (TYPE\ q) \rightarrow (TYPE\ r) \rightarrow *$, 即传入两个 TYPE q 和 r, 得到一个 concrete type

另外 (\rightarrow) 运算符中中缀运算符, 即 $i (\rightarrow) \rightarrow infix\ 0\ '(\rightarrow)'$, 且为右结合的

~~实际上~~ (\rightarrow r) 实际表示的是 $((\rightarrow r) r)$, 即 $r \rightarrow$, 此处 r 为传入的第一个参数

$((\rightarrow) r)$ 也可以为 Functor 的 instance

instance Functor (\rightarrow r) where

即有 $fmap :: (a \rightarrow b) \rightarrow (r \rightarrow a) \rightarrow (r \rightarrow b)$

$fmap\ f\ g = f.g$

所以也可以简略的形式

instance Functor (\rightarrow r) where

即 fmap 的作用与复合函数一致

$fmap = (.)$

$t\ fmap\ (*2) \rightarrow fmap\ (*2) :: (Functor\ f, Num\ b) \Rightarrow (f\ b) \rightarrow (f\ b)$

有 $fmap\ (*2)\ (Just\ 1) \rightarrow (Just\ 2)$

$t\ fmap\ replicate\ 3 \rightarrow fmap\ replicate\ 3 :: (Functor\ f) \Rightarrow (f\ a) \rightarrow (f\ [a])$

$fmap\ replicate\ 3\ [1, 2, 3] \rightarrow [[1, 1, 1], [2, 2, 2], [3, 3, 3]]$

注意: fmap 可以作用于传入多个参数的函数, 即将函数视为 $a \rightarrow r$ 的形式

如 $t\ fmap\ (^) \rightarrow fmap\ (^) :: (Functor\ f, Integral\ b, Num\ a) \Rightarrow (f\ a) \rightarrow (f\ (b \rightarrow a))$

即有 $fmap\ (^)\ [1, 2, 3] \rightarrow [(1^), (2^), (3^)], (1!!2)\ 2 \rightarrow 9$

如 $groupsOf :: Int \rightarrow [a] \rightarrow [[a]]$

有 $fmap\ groupsOf \rightarrow fmap\ groupsOf :: (Functor\ f) \Rightarrow (f\ Int) \rightarrow (f\ [a] \rightarrow [[a]])$

$<*>$ $:: (Applicative\ f) \Rightarrow (f\ (a \rightarrow b)) \rightarrow (f\ a) \rightarrow (f\ b)$

运算符 $<*>$ 用于将第一个参数中的函数, 作用于第二个参数中的内容

如 $(fmap\ (^)\ [1, 2, 3])\ <*>\ [1, 2, 3] \rightarrow [1, 1, 1, 2, 4, 8, 3, 9, 27]$