### МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ

## ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ РАДІОЕЛЕКТРОНІКИ

#### О.М. Нікітенко

### МАРСЕ: РОЗВ'ЯЗАННЯ ІНЖЕНЕРНИХ ТА НАУКОВИХ ЗАДАЧ

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України як навчальний посібник для студентів спеціальностей напрямків "Метрологія та вимірювальна техніка", "Специфічні категорії", "Метрологія та інформаціно—вимірювальні технології", "Метрологія, стандартизація та сертифікація"

Гриф надано Міністерством освіти і науки України (Лист від 16 квітня 2010 р. № 1/11–3189)

Нікітенко О.М. Марle: Розв'язання інженерних та наукових задач: Навч. посібник. – Харків: ХНУРЕ, 2014. – 289 с.

ISBN 978-966-659-177-0

Навчальний посібник присвячено математичному пакету Maple – найновішої системи символьної (аналітичної) математики. Розглянуто основні правила роботи в середовищі цього пакета, методи та засоби розв'язання задач з моделювання процесів вимірювання, графічним побудовам та математичній статистиці. Окремий розділ присвячено математичним моделям у наукових дослідженнях. Посібник побудовано на досвіді викладання автора. Наведено багато прикладів розв'язання задач.

Посібник призначено для студентів, науково-технічних співробітників та викладачів вищих навчальних закладів.

Іл.: 113. Табл.: 13. Бібліогр. наймен.: 41

#### Рецензенти

- Д.М. Ваврів, д-р фіз-мат. наук, проф., чл.-кор. НАНУ
- О.М. Литвин, д-р фіз-мат. наук, проф. (Українська інженерно-педагогічна академія)
- О.В. Грицунов, д-р фіз-мат. наук, проф. (Харківська національна академія міського господарства)

ISBN 978-966-659-177-0

© О.М. Нікітенко, 2014

# 3MICT

Вступ	6
Частина 1. Основи роботи Maple	14
1 Інтерфейс Maple	14
1.1 Інтерфейс робочого документа	15
1.2 Інтерфейс довідкової системи	17
1.3 Інтерфейс двовимірної графічної системи	18
1.4 Інтерфейс тривимірної графічної системи	21
Завдання до самоперевірки	23
2 Синтаксис мови Maple	24
2.1 Прості обчислення	24
2.2 Обчислення суми ряду, добутку та границі	27
2.3 Основні типи даних	29
2.4 Операції з формулами	33
2.5 Похідні та інтеграли	37
2.6 Пакети розширень	38
Задачі	41
3 Графіка в Maple	47
3.1 Двовимірна графіка	48
3.1.1 Суміщення графіків	53
3.1.2 Анімація графіків	53
3.1.3 Побудова графіка неявної функції	54
3.1.4 Побудова графіка функції, яку задано параметрично	54
3.1.5 Побудова графіків лініями однакового рівня	55
3.1.6 Графік шільності	56
3.1.7 Графік векторного поля градієнта	57
3.1.8 Графік векторного поля	58
3.1.9 Побудова набору точок	58
3.1.10 Побудова графіків у логарифмічному масштабі	59
3.1.11 Суміщення графіків, які побудовано різними функціями	60
3.2 Тривимірна графіка	61
3.3 Геометричні пакети	67
3.3.1 Планіметрія	67
3.3.2 Стереометрія	70
3.4 Фазові портрети	71
Задачі	75
Частина 2. Чисельні методи та їх реалізація в Maple	77
4 Інтерполяція	77
4.1 Метод поліномів	78
4.2 Метод Ньютона	80
4.3 Метод Лагранжа	81
4.4 Метод сплайнів	83
4.5 Метод найменших квадратів	88

Задачі	94
5 Обчислення коренів рівнянь та систем рівнянь	95
5.1 Метод дихотомії	96
5.2 Метод хорд	98
5.3 Метод простої ітерації	99
5.4 Метод дотичних	101
5.5 Системи рівнянь	106
5.5.1 Метод Гауса	106
5.5.2 Ітераційний метод Гауса-Зейделя	107
Задачі	111
6 Чисельне інтегрування	112
6.1 Метод прямокутників	112
6.2 Метод трапецій	113
6.3 Метод Сімпсона	114
Задачі	120
7 Звичайні диференційні рівняння	121
7.1 Метод Ейлера (метод Рунге-Кутта першого порядку)	121
7.2 Метод Рунге-Кутта четвертого порядку	122
7.3 Методи прогнозу-корекції	124
7.4 Метод диференційних перетворень	126
Задачі	141
8 Диференційні рівняння з частинними похідними	142
8.1 Метод відокремлення змінних	142
8.2 Метод R-функцій	147
8.3 Розв'язання диференційних рівнянь у частинних похідних за	151
допомогою пакета Maple	
8.4 Чисельне розв'язання диференційних рівнянь у частинних	161
похідних	
Задачі	164
9 Статистична обробка даних у Maple	176
9.1 Визначення вибірки	176
9.2 Чисельні характеристики випадкових величин	179
9.3 Визначення функції та щільності розподілу випадкових величин	182
9.4 Критерії згоди	188
9.5 Регресійний аналіз	193
Задачі	205
10 Наукові дослідження з Марle	209
10.1 Рух заряджених частинок у системах зі схрещеними полями	209
10.1.1 Рух заряджених частинок у пласких системах	209
10.1.2 Рух заряджених частинок у циліндричних системах	210
10.2 Динамічні системи	215
10.2.1 Рівняння Ван дер Поля	215
10.2.2 Рівняння Дюффінга	219
10.2.3 Рівняння Лоренця	223

10.3 Моделювання та розрахунки електронних схем	238
10.3.1 Аналоговий фільтр	239
10.3.2 Цифровий фільтр	241
10.3.3 Тунельний діод	246
Перелік посилань	249
Додатки	255
Предметний покажчик	283