

16. Interferenz und Beugung des Lichtes - Light interference and diffraction effects

1 Grundlagen

Die Interferenz- und Beugungserscheinungen sind eine Folge der **Wellennatur** des Lichtes. Sie treten jedoch nicht nur bei jeder Art von elektromagnetischen Wellen, sondern auch im Falle **elastischer**, d.h. **Schallwellen**, sowie bei **Materiewellen** auf. Versuche über Interferenz und Beugung materieller Strahlen (Elektronen, Neutronen, Atome, Moleküle) zeigen, dass auch bewegte Materie Wellennatur besitzt, wie es durch die **Wellenmechanik** beschrieben wird. Der vorliegende Versuch befasst sich mit Interferenz und Beugung **sichtbaren** Lichtes. Das allgemeine Problem der Beugung besteht in Folgendem (Abb. 1).

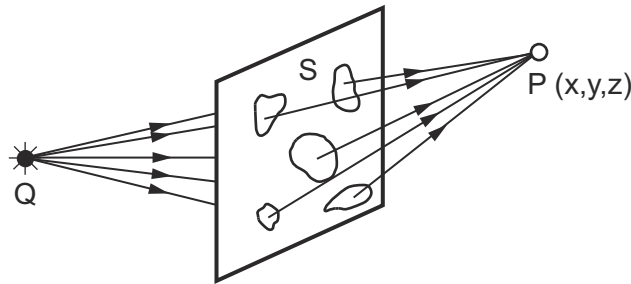


Fig. 1: Beugung / Diffraction

Durch einen lichtundurchlässigen **Schirm** S mit beliebig vielen, beliebig geformten **Öffnungen** werde der Raum in zwei Teile geteilt. Hinter dem Schirm befinde sich eine Lichtquelle Q , vor dem Schirm liege der **Beobachtungsort** P . Gesucht wird die **Lichterregung** (elektrische oder magnetische Feldstärke) bzw. die **Lichtintensität** als Funktion der Lagekoordinaten (x, y, z) des Punktes P . Die strenge Behandlung dieser Aufgabe erfordert die Lösung der **Wellengleichung** des Lichtes für die gegebenen Randbedingungen. Dabei stößt man jedoch auf mathematische Schwierigkeiten, die nur in ganz wenigen, besonders einfachen Fällen überwunden werden können. Durch Anwendung des **Prinzips von Huygens** (1678) lassen sich diese Schwierigkeiten dagegen meistens umgehen.

Das Huygenssche Prinzip besagt, dass sich die Lichterregung in P durch Summation aller von den Öffnungen des Schirms ausgehenden, durch die Lichtquelle Q erregten **Elementarwellen** ergibt, vorausgesetzt, dass die Entfernungen von P und Q vom Schirm im Vergleich zu den Dimensionen der Öffnungen gross sind. Ein weiteres wichtiges Theorem ist dasjenige von **Babinet**. Dieses besagt, dass unter den gleichen Voraussetzungen wie oben das Beugungsbild zweier **komplementärer** Schirme gleich

1 Basics

Interference and diffraction phenomena are a consequence of the **wave nature** of light. Such phenomena do not only arise for the case of light waves, but also in the case of **elastic (sound waves)**, as well as **matter waves**. Several interference experiments with matter waves prove that matter (electrons, neutrons, atoms, molecules) has also a wave character, which is well described by **quantum mechanics**. The following experiment will allow you to explore interference and diffraction effects of **visible** light. In the following, the concept of diffraction will be discussed (Fig. 1).

An optically **opaque screen** S with arbitrarily many and arbitrarily shaped **slits** is dividing the space into two volumes. A light source Q is placed behind the screen, and an **observation point** P is placed on the opposite side of the screen. The problem of diffraction relies now in the calculation of the **light intensity** (electric and magnetic field intensity) as a function of the exact position (x, y, z) of point P in space. The calculation of this problem consists of solving the **wave equation** for the given boundary conditions. This can be, under circumstances, mathematically very challenging, and has an analytical solution only in very few and simple cases. Nowadays, numerical solutions enable this. However, by using the **Huygens principle** (1678), many situations can be considerably simplified and can be solved with little overhead.

Huygens principle is a method which describes the fact that the total light intensity in P is given by the summation of all **elementary waves** which are formed in the slits of the screen upon illumination from source Q and propagate to this point. This principle applies as long as the distance of P and Q to the screen are bigger than the openings in the screen themselves. Another important theorem is the one of **Babinet**, which states that the diffraction pattern of

sei, ausgenommen für den Beugungswinkel Null, d.h. für diejenige Richtung, die durch Lichtquelle und Schirmöffnung bestimmt ist. Komplementär sind zwei Schirme, wenn sie aufeinandergelegt gerade einen Schirm **ohne** Öffnung ergeben, ohne sich dabei irgendwo zu **überdecken**.

1.1 Interferenz am Fresnelschen Biprisma

Lichtinterferenzen lassen sich mit Hilfe des Fresnelschen **Biprismas** sehr einfach erzeugen und beobachten (Abb. 2). Das Fresnelsche Biprisma besteht aus einem dreikantigen Prisma, bei dem ein Flächenwinkel beinahe 180 Grad ist. Fällt auf diese Flächen das parallele Lichtbündel eines unendlich weit entfernten Spaltes S , so wird es durch das Biprisma in **zwei** Bündel 1 und 2 zerlegt, die hinter dem Prisma **interferieren**. Das Prisma BP wirkt durch seine Brechung so, als ob in wenig verschiedenen Richtungen im Unendlichen zwei spaltförmige Lichtquellen S_1 und S_2 aufgestellt wären, welche **in Phase schwingendes**, d.h. sog. **kohärentes** Licht emittieren. Praktisch wird der unendlich ferne Spalt so verwirklicht, dass man den Spalt S im Abstand der **Brennweite** f_1 vor der Linse L aufstellt; von jedem Punkt des Spaltes geht dann ein paralleles Lichtbündel aus. Die entstehenden **Interferenzen** können mit einem Okular O beobachtet werden. Da das Okular von **parallelen** Lichtbündeln durchsetzt wird, sind die Interferenzen (Helligkeitsmaxima und -minima) sichtbar, welche gerade in der **Brennebene** F des Okulars erzeugt werden.

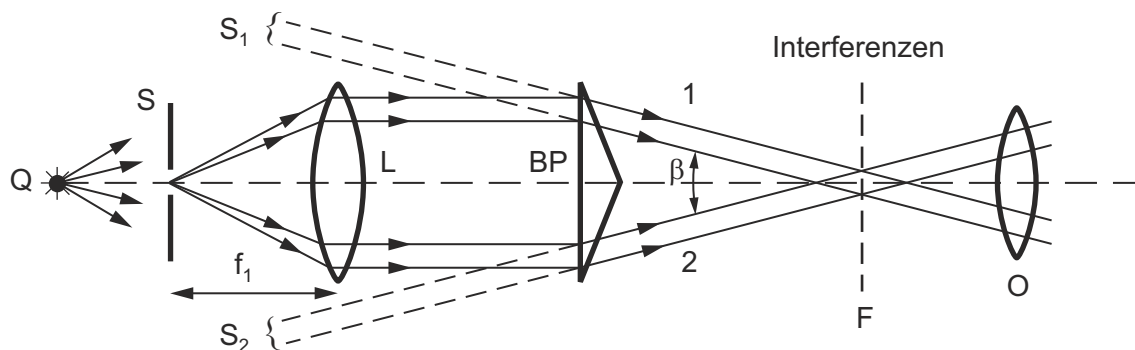


Fig. 2: Erzeugung zweier ebener Lichtwellen mit dem Fresnelschen Prisma / Generation of two parallel light beams with a Fresnel biprism.

Die beiden vom Biprisma ausgehenden parallelen Lichtbündel 1 und 2 sind **kohärente ebene Lichtwellen** gleicher Wellenlänge, deren **Wellenfronten** (Orte gleicher Phase) gegeneinander unter dem kleinen Winkel β geneigt sind (Abb. 3).

In einem bestimmten Punkte A der Brennebene F des Okulars mögen die beiden Wellen 1 und 2 **in Phase** sein und somit ein **Maximum** der Helligkeit erzeugen. Im Punkte P besitzen beide Wellen eine

complementary screens is identical, excluding the zero angle point (forward direction). Complementary screens are screens, that, when overlaid, they cover **all** openings in space **without covering** each other in any point.

1.1 Interference effects at a Fresnel biprism

Light interference can be generated and observed very easily with the help of Fresnel's **biprism** (fig. 2). The Fresnel biprism consists of a triangular prism with a dihedral angle of almost 180 degrees. If the parallel light beam of an infinitely distant slit S falls on these surfaces, it is split by the biprism into **two** bundles 1 and 2, which **interfere** behind the prism. The prism BP acts by its refraction as if two slit-shaped light sources S_1 and S_2 were set up in few different directions in infinity, which emit light which **oscillates in phase**, i.e. so-called **coherent** light. Practically, the infinitely distant slit is realised by setting up the slit S at a distance of the **focal length** f_1 in front of the lens L ; a parallel light beam then emanates from each point of the slit. The resulting **interferences** can be observed with an eyepiece O . Since the eyepiece is traversed by **parallel** light beams, the interferences (brightness maxima and minima) generated just in the **focal plane** F of the eyepiece are visible.

The two parallel light beams 1 and 2 emerging from the prism are **coherent sources of radiation** oscillating at the same wavelength. Their **wavefronts**, i.e. lines of the same phase, are tilted at a small angle β (Fig. 3).

These two waves interfere constructively in the plane F in the point A where wavefronts 1 and 2 of the **same phase** overlap and create a **maximum intensity**. At an arbitrarily point P in this plane, the phase difference between the two waves can be

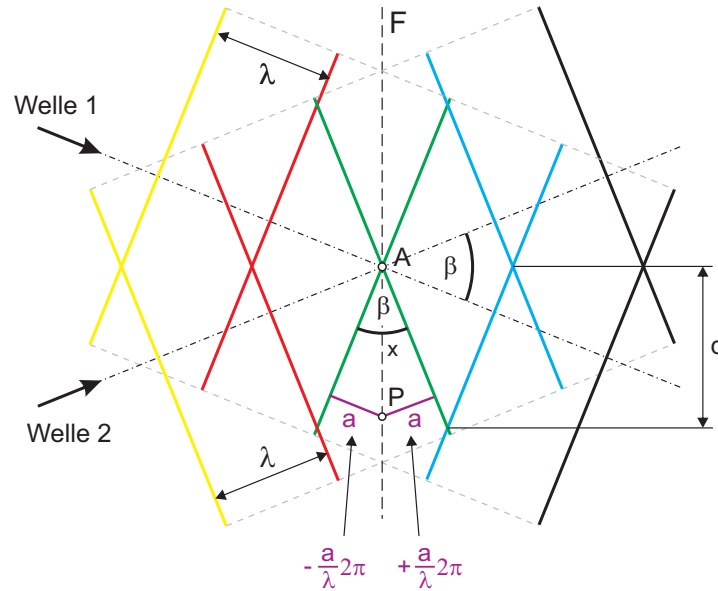


Fig. 3: Interferenz zweier Wellen / Interference of two waves

Phasendifferenz

$$\delta = a \frac{2\pi}{\lambda} - \left(-a \frac{2\pi}{\lambda} \right),$$

wobei $a = x \sin \frac{\beta}{2}$ ist. Die **Helligkeitsmaxima** liegen nun überall dort, wo die Phasendifferenz δ ein ganzzahliges Vielfaches von 2π ist, d.h. für $\delta = 2p\pi$ oder an Stellen, wo

$$x = \frac{p\lambda}{2 \sin \frac{\beta}{2}}. \quad (1)$$

Der Abstand benachbarter Maxima beträgt also

$$d = \frac{\lambda}{2 \sin \frac{\beta}{2}}. \quad (2)$$

Durch eine Messung dieses Abstandes d und des Winkels β zwischen den interferierenden Strahlenbündeln kann die Wellenlänge λ des interferierenden Lichtes bestimmt werden.

1.2 Beugung am Spalt und am Draht

In der Anordnung, mit der Fresnel die Beugungserscheinungen beobachtete, befanden sich Lichtquelle und Beobachtungspunkt in **endlicher** Entfernung vom beugenden Schirm. Einfacher werden die Erscheinungen in der Fraunhoferschen Anordnung (auf die wir uns im Folgenden beschränken werden), wo Lichtquelle und Beobachtungspunkt ins **Unendliche** verlegt sind. Dies geschieht experimentell dadurch, dass man die Lichtquelle Q in den Brennpunkt einer Sammellinse L_1 stellt und in der Brennebene einer zweiten Sammellinse L_2 beobachtet (Abb. 4). Stellt man nun senkrecht zu den parallelen Strahlen einen Beugungsschirm S in den Strahlengang, so er-

expressed as

$$\delta = a \frac{2\pi}{\lambda} - \left(-a \frac{2\pi}{\lambda} \right),$$

where $a = x \sin \frac{\beta}{2}$. The **intensity maximas** are located in any point where the phase difference δ between the two waves takes a value multiple of 2π , i.e. $\delta = 2p\pi$, leading to

$$x = \frac{p\lambda}{2 \sin \frac{\beta}{2}}. \quad (1)$$

The distance of two direct neighbouring maximas is

$$d = \frac{\lambda}{2 \sin \frac{\beta}{2}}. \quad (2)$$

Subsequently, the wavelength λ of the interfering light can be deduced from such an experiment by measuring the distance d between two consequent maximas and knowing the angle β between the two light beams.

1.2 Diffraction at a slit and a thin wire

Fresnel observed diffraction phenomena in a configuration where the light source Q as well as the observation point are placed at a **finite** distance to the screen. However, such phenomena can be observed much more easily for the case proposed by Fraunhofer, where source and observation plane are placed infinitely far away from the screen. This can be realised experimentally very easily by placing the source Q in the focal plane f_1 of a convergent lens L_1 . Similarly, the **diffraction pattern** is imaged with a second lens L_2 and projected onto a screen S placed in the focal plane of the lens f_1 (Fig 4). If one now places a screen S perpendicular to the parallel beams

scheinen in der Brennebene F der Linse L_2 die **Beugungsbilder**.

in the beam path, the **diffraction images** appear in the focal plane F of the lens L_2 .

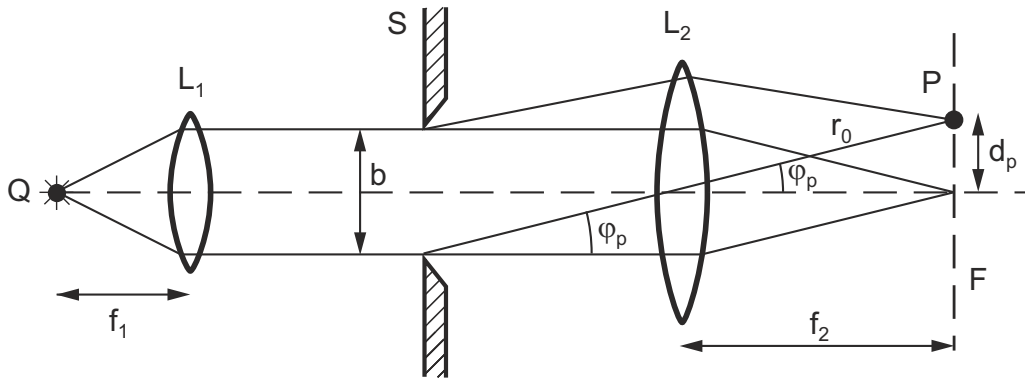


Fig. 4: Beugung, Fraunhofersche Anordnung / Diffraction in the Fraunhofer configuration.

Der Beugungsschirm besteht in unserem Versuch aus einem von parallelen Schneiden begrenzten Spalt der Breite b , der senkrecht zur Zeichenebene eine gegen die Breite b grosse Ausdehnung besitzt. Ist λ die Wellenlänge des einfallenden Lichtes, so findet man für die **Intensität** des unter dem Winkel φ abgelenkten Lichtes im Punkte P im Abstand r_0 vom unteren Spaltrand:

$$I(\varphi) = \frac{A^2 b^2 \sin^2 \left(\pi \frac{b \sin \varphi}{\lambda} \right)}{r_0^2 \left(\pi \frac{b \sin \varphi}{\lambda} \right)^2}. \quad (3)$$

λ ist die Wellenlänge und A^2 ist ein Mass für die Intensität des auf den Spalt treffenden Lichtes (Herleitung der Formel (3) siehe Anleitung 15. "Wellenlängenmessung am Gitter"). Der Ausdruck (3) ist vom Typus der Funktion $\frac{\sin^2 x}{x^2}$ und zeigt den in Abb. 5 dargestellten Verlauf.

In our experiment, the screen consists of a slit with width b , which is very extended in the second direction. The **intensity** distribution of the diffraction pattern that can be found behind the slit at the screen can be described in an arbitrary point P as a function of the distance to the lower slit border r_0 and the angle φ with the following formula

$$I(\varphi) = \frac{A^2 b^2 \sin^2 \left(\pi \frac{b \sin \varphi}{\lambda} \right)}{r_0^2 \left(\pi \frac{b \sin \varphi}{\lambda} \right)^2}. \quad (3)$$

λ is the wavelength of light and A^2 the intensity of the light incident on the slit (For the deduction of formula (3), refer to Protocol 15, "Measurement of wavelength at a grid"). The function described by (3) is of the form $\frac{\sin^2 x}{x^2}$ and its dependence on x is shown in Fig. 5.

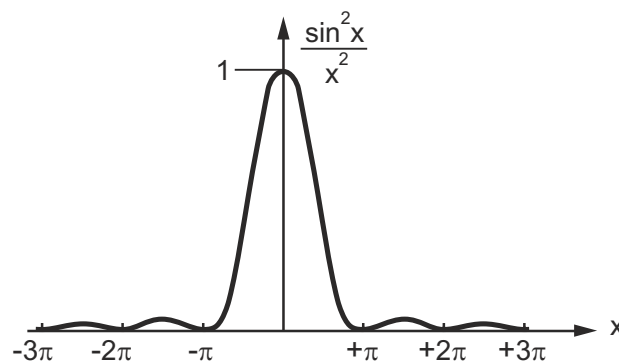


Fig. 5: Intensitätsverlauf bei der Beugung an einem Spalt / Intensity profile of the diffraction pattern at a slit.

Im Beugungsbild wechseln also Intensitätsmaxima und -minima miteinander ab, d.h. es ist ein System paralleler heller und dunkler Streifen beobachtbar, wobei natürlich das mittlere Hauptmaximum an Intensität weit überwiegt. **Intensitätsminima** treten auf, wenn $\sin^2 \left(\pi \frac{b \sin \varphi}{\lambda} \right) = 0$, d.h. $\pi \frac{b \sin \varphi}{\lambda} = p\pi$,

We can clearly observe, that, intensity maxima and minima alternate, which will read to a diffraction pattern where bright and dark parallel lines will alternate and where the main peak is the most intense. **Intensity minima** occur when $\sin^2 \left(\pi \frac{b \sin \varphi}{\lambda} \right) = 0$,

($p = \text{ganze Zahl}$), oder

$$p\lambda = b \sin \varphi_p. \quad (4)$$

Die **Intensitätsmaxima** befinden sich angenähert dort, wo

$$(p + 1/2)\lambda = b \sin \varphi_p. \quad (5)$$

Setzt man an Stelle des Spaltes einen gleich dicken Draht, so erhält man nach dem Theorem von Babinet, abgesehen von $\varphi = 0$ dasselbe Beugungsbild. Die Formeln (3) bis (5) gelten also auch in diesem Fall.

1.3 Beugung an unregelmässig verteilten Zentren

Auch unregelmässig verteilte **gleiche** Beugungszentren (Löcher, Scheiben) liefern ein regelmässiges Beugungsbild, und zwar zeigt sich, dass das Beugungsbild von m statistisch verteilten Zentren geometrisch gleich ist wie dasjenige eines einzelnen Zentrums; die Intensität ist aber m mal grösser.

Das Beugungsbild einer kreisförmigen Öffnung ist sicher kreissymmetrisch (Abb. 6). Für die Intensität $I(\varphi)$ des im Abstand r_0 von der Öffnung unter dem Winkel φ abgebeugten Lichtes ergibt sich (siehe Anhang).

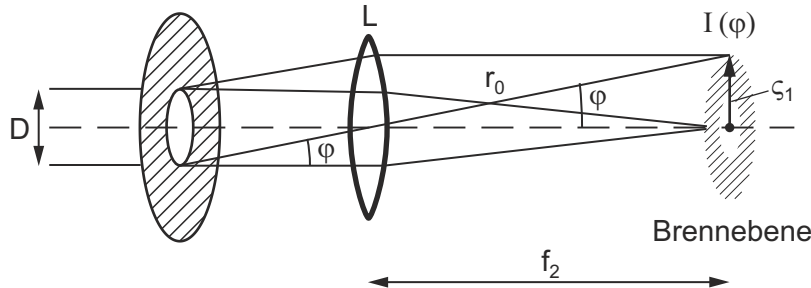


Fig. 6: Beugung an kreisförmiger Öffnung / Diffraction at a circular aperture.

$$I(\varphi) = \frac{4A^2}{r_0^2} \frac{J_1^2\left(\pi \frac{D \sin \varphi}{\lambda}\right)}{\left(\pi \frac{D \sin \varphi}{\lambda}\right)^2}. \quad (6)$$

D ist der Durchmesser der Öffnung. Die Funktion $J_1(x)$ ist die Besselsche Zylinderfunktion 1. Art der Ordnung 1. Die Funktion $\frac{J_1^2(x)}{x^2}$ hat einen ähnlichen Verlauf wie die bei der Beugung am Spalt auftretende Funktion $\frac{\sin^2 x}{x^2}$, nur liegen die Minima und Maxima an etwas anderen Stellen, und das zentrale Maximum ist relativ viel höher als dort. Die **Nullstellen** von $J_1(x)$ liegen bei $x = 1.22\pi$, $x = 2.23\pi$, $x = 3.24\pi, \dots$ Für den ersten **Minimumskreis** gilt also:

$$\pi \frac{D \sin \varphi}{\lambda} = 1.22\pi, \quad \text{d.h.} \quad 1.22\lambda = D \sin \varphi. \quad (7)$$

meaning $\pi \frac{b \sin \varphi_p}{\lambda} = p\pi$, ($p = \text{integer}$), or otherwise

$$p\lambda = b \sin \varphi_p. \quad (4)$$

Intensity maxima occur where

$$(p + 1/2)\lambda = b \sin \varphi_p. \quad (5)$$

If we now replace the slit in the screen by a wire of the same thickness, the diffraction pattern will be identical, with the exception of the angle $\varphi = 0$, according to Babinet's principle. Formulas (3) to (5) are valid in this case as well.

1.3 Diffraction at randomly distributed identical diffraction centres

Randomly distributed **identical** diffraction centres such as holes or circles generate a regular diffraction pattern. It can be shown that the diffraction pattern of m randomly distributed diffraction centres which are geometrically identical have the same diffraction pattern as the one of one single centre, with the difference that the intensity is m times bigger.

The diffraction pattern of a circular aperture has circular symmetry (Fig. 6). The intensity $I(\varphi)$ in a distance r_0 from the pinhole at an angle φ can be written as (refer to appendix).

$$I(\varphi) = \frac{4A^2}{r_0^2} \frac{J_1^2\left(\pi \frac{D \sin \varphi}{\lambda}\right)}{\left(\pi \frac{D \sin \varphi}{\lambda}\right)^2}. \quad (6)$$

D is the diameter of the aperture. The function $J_1(x)$ represents the Bessel functions of the first kind. The function $\frac{J_1^2(x)}{x^2}$ resembles the one that we find for the diffraction pattern at a slit $\frac{\sin^2 x}{x^2}$, with the difference that the minima and maxima are located at different positions and the main peak intensity is higher in this case. The **zero crossings** of $J_1(x)$ are located at $x = 1.22\pi$, $x = 2.23\pi$, $x = 3.24\pi, \dots$ for the first **minimum circle** we find that:

$$\pi \frac{D \sin \varphi}{\lambda} = 1.22\pi, \quad \text{or} \quad 1.22\lambda = D \sin \varphi. \quad (7)$$

Formulas (6) and (7) are valid also to describe the diffraction pattern of **circular plates** of the same

Die Formeln (6) und (7) gelten nach dem Theorem von Babinet auch für ein beugendes **Scheibchen** vom Durchmesser D ; also auch für **unregelmässig verteilte** Beugungszentren dieser Art.

2 Aufgaben

1. Man messe mit Hilfe des Fresnelschen Biprismas die Wellenlänge λ des von einem Dioden-Laser ausgesandten Lichtes.
2. a) Man ermittle experimentell und rechnerisch den Abstand d benachbarter Helligkeitsmaxima im Beugungsbild eines Drahtes bekannter Dicke b unter Benützung der berechneten Wellenlänge des Laserlichtes.
b) Man ersetze den Draht durch einen Spalt und verändere die Spaltbreite b solange, bis die Distanz benachbarter Beugungsmaxima gleich gross ist wie beim Draht.
c) Ermittle die Spaltbreite durch optische Abbildung des Spaltes mit Hilfe zweier Linsen.
3. Lykopodium besteht aus angenähert gleich grossen kreisförmigen Scheibchen. Man bestimme den Durchmesser der Lykopodiumteilchen aus dem Beugungsbild einer bestäubten Glasplatte und messe zur Kontrolle die Teilchen noch mit Hilfe des Mikroskopes aus.
4. Mit den vorher angewandten Methoden bestimme man
 - a) den Durchmesser einer Lochblende.
 - b) die Dicke eines Haares.

3 Durchführung der Versuche

Vorsicht: Niemals mit ungeschütztem Auge direkt in den Laserstrahl blicken!

Vor dem ersten Versuch soll der Laserstrahl durch das Loch im **Projektionsschirm** gerichtet und parallel zur optischen Bank justiert werden. Durch Vor- und Rückschieben des Schirms kann die Parallelität des Laserstrahls zur optischen Bank kontrolliert werden. Gegebenenfalls muss der Laser mit Hilfe der vorhandenen Stellschrauben nachjustiert werden.

3.1 Fresnelsches Biprisma

- a) Die Anordnung entspricht derjenigen in Abb. 8. Unmittelbar vor dem Laserausgang wird der **Strahlaufweiter** aufgestellt. Die Distanz des **Biprismas** (wird gemäss Abb. 7 in den Halter eingesetzt) vom Strahlaufweiter ist belie-

diameter D as well as a **random distribution** of these plates.

2 Tasks

1. Determine the wavelength λ of the diode laser used in the experiment using the Fresnel biprism.
2. a) Determine experimentally and computationally the distance d between two neighbouring intensity maxima for the diffraction at a wire of known thickness b and the previously found wavelength of the laser.
b) Replace the wire by a slit and change its width until the distance between two neighbouring maxima is the same as previously measured.
c) Measure the width of the slit. Do so by an optical imaging of the slit at a screen.
3. Lykopodium is a material that is composed of roughly equally-sized circular platelets. Determine the diameter of these Lykopodium particles from the diffraction pattern that they generate. For this, disperse the platelets on a glass substrate to see its diffraction pattern and also compare your result with the size measured with an optical microscope.
4. In addition, determine the following dimensions using the methods already discussed above:
 - a) diameter of a pinhole
 - b) thickness of your own hair

3 Experiment guidelines

Attention: Never look with the bare eye into the laser beam or any reflection of this laser beam

Align the laser in the hole in the **projection screen** and parallel to the optical table. By moving the projection screen back and forward, the parallelism of the beam to the optical axis can be checked. If needed, align the laser with the according screws.

3.1 Fresnel biprism

- a) The experimental set-up is shown in Fig. 8. The **beam expanders** is to be placed directly after the laser output. The distance of the **biprism** mounted in its holder according to Fig. 7 to the laser is arbitrary, but one has to

big; allerdings muss darauf geachtet werden, dass die brechende Kante des Prismas in die Mitte des Laserstrahls zu liegen kommt. Man erreicht dies dadurch, dass man das Interferenzbild wieder auf das Loch im Projektionschirm zentriert. Das Interferenzbild in der Ebene R wird mit Hilfe der Linse L_1 (Brennweite $f_1 = 11 \text{ mm}$) vergrößert auf den Schirm projiziert, so dass die Abstände d' leicht mit der am Schirm angebrachten Schiebelehre gemessen werden können. Der wahre Abstand d der Interferenzstreifen muss nun mit Hilfe der **Linsengleichung** (Siehe Seite 2 der Anleitung zum Versuch "17. Geometrische Optik"):

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

berechnet werden. Aus bekannter Brennweite f_1 und gemessener Bilddistanz b lässt sich die Objektdistanz a berechnen und man bestimmt daraus das Vergrößerungsverhältnis $v = b/a$. Es ergibt sich somit für den wahren Abstand d die Beziehung

$$d = d' \frac{a}{b}.$$

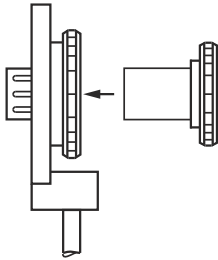


Fig. 7: Prismenhalter / Prism holder

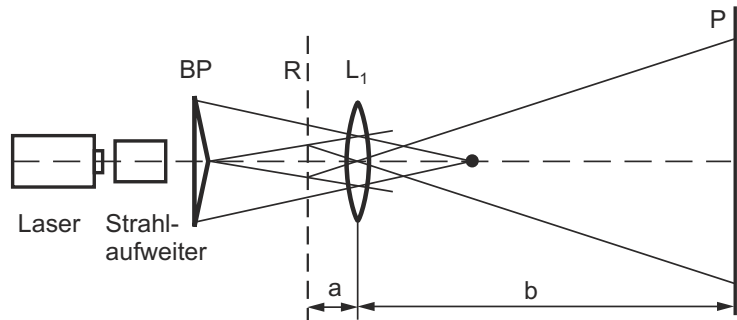


Fig. 8: Abbildung des Interferenzbildes / Set-up for the imaging of the interference pattern.

- b) Zur Messung des Winkels β zwischen den interferierenden Parallelstrahlbündeln (siehe Abb. 9) werden die Lichtstrahlen S_1 und S_2 der virtuellen Lichtpunkte mit Hilfe einer Linse L_2 ($f = 10 \text{ cm}$) abgebildet und mit Hilfe der Linse L_1 wiederum vergrößert auf den Schirm P projiziert. Bei fixierter Linse L_2 und fixiertem Schirm P verschiebe man die Linse L_1 so lange, bis die beiden Strahlen scharf auf dem Schirm abgebildet werden. Zur Verkleinerung der relativen Fehler wähle man den Abstand $L_2 - P$ möglichst gross. Der gemessene Abstand ℓ' muss nun wieder auf den wahren Abstand ℓ im optischen Bild umgerechnet werden und zusammen mit der Linsengleichung zu bestimmen den wahren Abstand ℓ :

$$\ell = \ell' \frac{A}{B}.$$

beware that the refracting edge of the prism is placed in the middle of the beam. This is achieved when the interference pattern generated by the biprism is centred around the hole in the projecting screen. The interference pattern which arises in the plane R is imaged with lens L_1 (focal length $f_1 = 11 \text{ mm}$) and therefore magnified on the projection screen, such that the distances d' between subsequent maxima and minima are easily measurable. The actual distance d between the interference stripes has to be computed with the **lens equation** (Page 2 in experiment "17. Geometrical optics"):

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

The object distance a can be easily computed from the focal length f_1 and measured image distance b and from there the magnification $v = b/a$. The real distance d can be then computed straightforward with

$$d = d' \frac{a}{b}.$$

- b) Determine the angle β by setting up the following experiment (Fig. 9): the light sources S_1 and S_2 are imaged first with a lens L_2 ($f = 10 \text{ cm}$) and then this image is magnified further with a second lens L_1 onto the projection screen P . At fixed but arbitrary position of lens L_2 and screen P , move lens L_1 until a sharp image is created at the screen. To minimise the error, choose the distance $L_2 - P$ as long as possible. The measured distance ℓ' corresponds to the magnified distance ℓ and can be used together with the lens equation to determine the bare distance ℓ :

$$\ell = \ell' \frac{A}{B}.$$

From Fig. 9 one can easily see that:

$$\tan \frac{\beta}{2} = \frac{\ell}{2(L - A)} \approx \frac{\beta}{2} \approx \sin \frac{\beta}{2}$$

Aus Abb. 9 ersieht man dann leicht, dass

$$\tan \frac{\beta}{2} = \frac{\ell}{2(L-A)} \approx \frac{\beta}{2} \approx \sin \frac{\beta}{2}$$

oder

$$\beta \approx \frac{\ell}{L-A}.$$

or

$$\beta \approx \frac{\ell}{L-A}.$$

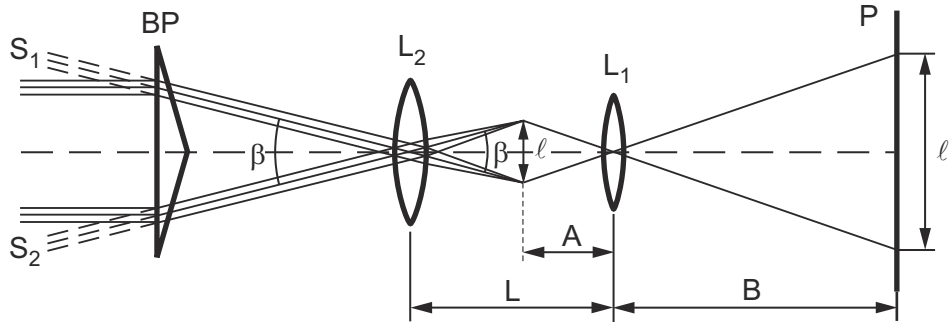


Fig. 9: Messung des Winkels β zwischen den beiden Ausbreitungsrichtungen / Experimental set-up to measure the angle β between the two collimated beams.

3.2 Beugung am Draht oder Spalt (Babinetsches Theorem)

An Stelle des Biprismas wird bei den Aufgaben 2a) und 2b) an ein und derselben Stelle ein **Draht** bzw. ein **veränderlicher Spalt** in den Halter eingesetzt. Der Strahlaufweiter wird weggenommen und der Draht resp. Spalt wird nahe an den Laserausgang gebracht. Sämtliche Linsen werden vorerst entfernt; das Beugungsbild wird direkt auf den Schirm geworfen. Der Laserstrahl soll wiederum so gerichtet werden, dass der Primärstrahl auf das Loch im Projektionsschirm fällt. Die Beobachtung der Interferenzmaxima wird auf diese Weise erleichtert. Zur Messung selber empfiehlt es sich, den Abstand zwischen Intensitätsminima zu bestimmen. Dieser Abstand beträgt nach den Überlegungen in Abschnitt 1.2.

$$d = \frac{\lambda}{b} S,$$

wobei S = Abstand Draht – Schirm, d = Abstand benachbarter Minima, b = Drahtdicke, λ = Wellenlänge des Lichtes ist.

Die Spaltbreite, die das gleiche Beugungsbild wie der Draht erzeugt, wird in Aufgabe 2c) durch optische Abbildung bestimmt. Für diese Messung empfiehlt es sich, den Abstand zwischen Probenhalter und Laser möglichst klein zu halten und die Linse L_2 ungefähr 15 cm vom Draht bzw. Spalt zu fixieren. Man erhält dadurch einen günstigen Vergrößerungseffekt mit Linse L_1 . Bei festgehaltener Linse L_2 und fixiertem Schirm verschiebe man wiederum wie für Aufgabe 2b die Linse L_1 , bis der Spalt scharf auf den Schirm abgebildet wird (Das Abbild eines grün beleuchteten Spaltes ist logischerweise ein

3.2 Diffraction at the wire or slit (principle of Babinet)

For tasks 2a) and 2b), replace the biprism by a **wire** respectively **an adjustable slit**. Remove the beam expander and all the lenses and bring the wire resp. slit closer to the laser output. All lenses are removed: the diffraction pattern is created directly at the screen. If needed, readjust the laser beam to coincide with the hole in the screen. Interference maxima can be seen more easily in this configuration. For the measurement, it is recommended to determine the distance between intensity minima. The distance between two neighbouring minima is according to section 1.2.

$$d = \frac{\lambda}{b} S,$$

where S = distance wire – screen, d = distance between two minima, b = thickness of wire, λ = wavelength of the light.

The slit width, which corresponds to the same diffraction pattern as the one generated by the slit, is to be determined in task 2c) by an optical image. It is recommended that the distance between probe holder and laser is kept as short as possible and lens L_2 is roughly placed at a distance of 15 cm from the wire or slit. This allows for a nice magnification effect from lens L_1 . With the lens L_2 fixed and the screen fixed, move the lens L_1 as for task 2b until the slit is sharply imaged on the screen (the image of a green illuminated slit is logically a green, sharply defined stripe on the white screen). Here, of course, the lens equation is fulfilled for both lenses). The real slit width is again computed similarly to task 2b). In a first step, determine the slit width in the image

grüner, scharf abgegrenzter Streifen auf dem weissen Schirm. Hierbei ist natürlich die Linsengleichung für beide Linsen erfüllt.). Die wahre Spaltbreite wird dann wiederum wie in Aufgabe 2b bestimmt. In einem ersten Schritt wird die Spaltbreite im Bild von L_2 bestimmt.

$$\bar{b} = b' \frac{A}{B}$$

(A = Objektdistanz, B = Bilddistanz) und analog folgt für die Spaltbreite

$$b = \bar{b} \frac{C}{L - A}$$

(L = Abstand $L_2 - L_1$, C = Abstand Spalt - L_2).

3.3 Beugung am Lycopodium

Das Lycopodiumpulver wird auf ein Glasplättchen aufgestäubt und dieses am entsprechenden Halter befestigt. Der Halter wird ca. 5 cm vor dem Laser- ausgang auf die optische Bank gesetzt und das Beugungsbild wird wieder direkt auf den Schirm geworfen. Das Hauptmaximum soll wieder auf das Loch im Schirm fallen.

Der Radius des ersten Beugungsringes **minimaler** Intensität misst in unserer Anordnung [siehe Formel (7)]

$$\rho_1 = 1.22L \frac{\lambda}{D},$$

wobei L = Abstand Glasplatte - Schirm.

Den Durchmesser D der Lycopodiumteilchen kann auch mittels Mikroskop bestimmt werden. Ein Foto durch das Mikroskop ist in Abb. 10 gezeigt. Der Massstab ist ebenfalls angegeben. Damit soll für ein paar Lycopodium-Körner eine durchschnittliche Grösse bestimmt werden, und mit den gemessenen und berechneten Werten für ρ verglichen werden.

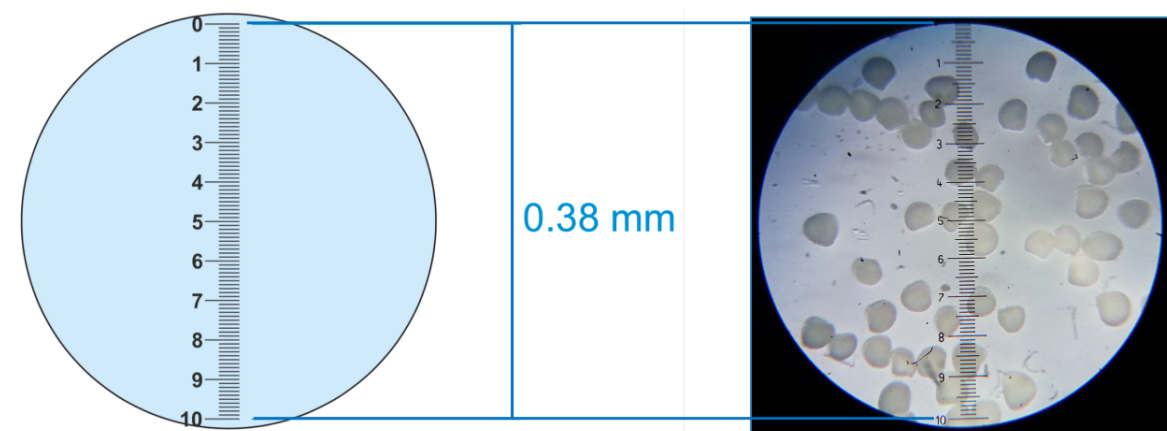


Fig. 10: Lycopodiumpulver, durch das Mikroskop fotografiert. Die Vergrösserung wurde bestimmt indem ein Millimeterpapier vergrössert wurde/ Lycopodium powder, photographed through a microscope. The magnification scale was determined by magnifying a millimeter paper.

of lens L_2 :

$$\bar{b} = b' \frac{A}{B}$$

(A = distance of object, B = distance of image) and followingly

$$b = \bar{b} \frac{C}{L - A}$$

(L = distance $L_2 - L_1$, C = distance slit - L_2).

3.3 Diffraction effects at Lycopodium platelets

Pour some Lycopodium onto a glass substrate and fix it in the holder. Put the holder approximately 5 cm far away from the laser exit on the optical bench and investigate its diffraction pattern. Make sure the maximum falls again onto the hole in the screen.

The radius of **minimum** intensity obeys the following formula [see formula (7)]

$$\rho_1 = 1.22L \frac{\lambda}{D},$$

where L = distance glass plate - screen.

The diameter D of the lycopodium particles can also be determined with the help of an optical microscope. A photograph through the microscope is shown in Fig. 10. The scale is also indicated. Determine for a few lycopodium particles an average dimension, and compare this to the values for ρ obtained from the diffraction method.

3.4 Bestimmung eines kleinen Lochdurchmessers und der Dicke eines Haares aus dem Beugungsbild

Diese Messungen sollten mit Hilfe der obenstehenden Erläuterungen selbständig gelöst werden können.

4 Anhang A: Beugung an einer kreisförmigen Öffnung

Eine kreisförmige Schirmöffnung vom Radius R werde von parallelem Licht der Wellenlänge λ senkrecht beleuchtet (Abb. 11).

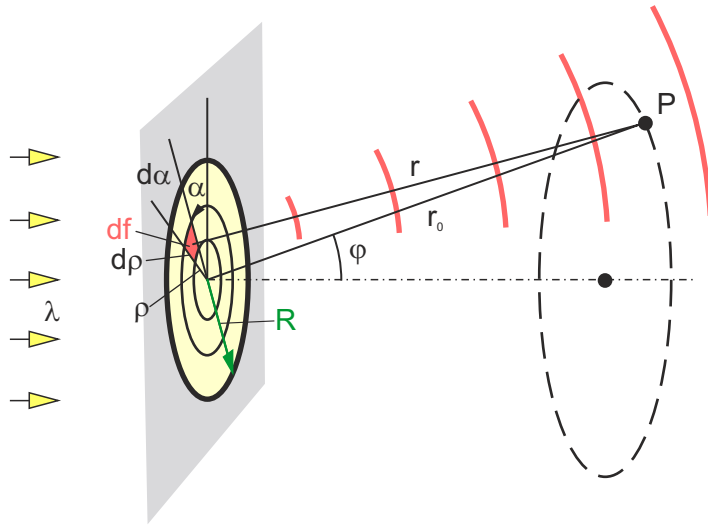


Fig. 11: Die Lichterregung im Punkt P hinter der kreisförmigen Öffnung ergibt sich aus den (interferierenden) Beiträgen aller Teilbereiche der Öffnung. / The light intensity in point P results from the superposition of all interfering waves originating at the aperture.

Nach dem Huygensschen Prinzip wirkt jeder Punkt der Öffnung als sekundäres Wellenzentrum, von dem eine **Kugelwelle**

$$d\psi(r, t) = \frac{A}{r} \exp[i(\omega t - kr)] df$$

ausgesandt wird. $\psi(r, t)$ ist die im Abstand r vom Ursprung der Kugelwelle zur Zeit t herrschende **Lichterregung**.

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$$

ist die **Kreis-Frequenz** und

$$k \frac{2\pi}{\lambda}$$

die **Kreis-Wellenzahl**. A ist ein Mass für die Lichterregung im Ursprungspunkt.

Die Lichterregung im Punkte P , herrührend von einem Flächenelement $df = \rho d\rho d\alpha$ der Öffnung ist:

$$d\psi(r, t) = \frac{A}{r} \frac{\rho d\rho d\alpha}{\pi R^2} \exp[i(\omega t - kr)]. \quad (8)$$

Dabei gilt für den Abstand $r = r_0 - \rho \sin \varphi \cos \alpha$, wobei stets $r_0 \gg \sin \varphi \cos \alpha$. Die totale Lichterregung

3.4 Measurement of the pinhole size and the hair width from diffraction pattern

Use the insights you gained until this point to answer to this question.

4 Appendix A: Diffraction at a circular aperture

A circular aperture of radius R is illuminated by a plane wave of wavelength λ under normal incidence (Fig. 11).

According to the principle of Huygens, each point in the plane of the aperture acts as a generating centre for an elementary wave, that is a **spherical wave**.

$$d\psi(r, t) = \frac{A}{r} \exp[i(\omega t - kr)] df$$

$\psi(r, t)$ is the amplitude of the light wave at a distance r from the origin at a time t .

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$$

is the **angular frequency** and

$$k \frac{2\pi}{\lambda}$$

the **angular wavenumber**. A is a measure of the amplitude at the origin.

The amplitude of the wave in point P attributed to the elementary area $df = \rho d\rho d\alpha$ inside the aperture is

$$d\psi(r, t) = \frac{A}{r} \frac{\rho d\rho d\alpha}{\pi R^2} \exp[i(\omega t - kr)] \quad (8)$$

with the condition that $r = r_0 - \rho \sin \varphi \cos \alpha$, where $r_0 \gg \sin \varphi \cos \alpha$ is always fulfilled. The total field

in P findet man durch Integration von (8) über die ganze Öffnung:

$$\begin{aligned}\psi(\varphi, t) &= \frac{A}{r_0} \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R \int_0^{2\pi} \exp[i(\omega t - kr_0 + k\rho \sin \varphi \cos \alpha)] \rho d\rho d\alpha \\ &= \frac{A}{r_0} \frac{1}{\pi R^2} \exp[i(\omega t - kr_0)] \int_0^R \rho d\rho \int_0^{2\pi} \exp(ik\rho \sin \varphi \cos \alpha) d\alpha.\end{aligned}\quad (9)$$

Das zweite Integral in (9) führt auf die Besselsche Zylinderfunktion $J_0(x)$, denn es ist

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(ix \cos \alpha) d\alpha = J_0(x).$$

Damit wird (9) zu

$$\psi(\varphi, t) = \frac{A}{r_0} \frac{2}{R^2} \exp[i(\omega t - kr_0)] \int_0^R \rho J_0(k\rho \sin \varphi) d\rho.$$

Mit der Substitution:

$$\begin{aligned}x &= k\rho \sin \varphi \\ dx &= k \sin \varphi d\rho\end{aligned}$$

erhält man

$$\psi(\varphi, t) = \frac{2A}{r_0} \frac{1}{R^2 k^2 \sin^2 \varphi} \exp[i(\omega t - kr_0)] \int_0^{kR \sin \varphi} x J_0(x) dx. \quad (10)$$

Nun ist nach der Theorie der Zylinderfunktionen

$$\int_0^x x J_0(x) dx = x J_1(x),$$

d.h. aus (10) wird:

$$\psi(\varphi, t) = \frac{2A}{r_0} \exp[i(\omega t - kr_0)] \frac{J_1(kR \sin \varphi)}{kR \sin \varphi}. \quad (11)$$

Die **Intensität** $I(\varphi)$ ergibt sich durch Multiplikation von $\psi(\varphi, t)$ mit dem konjugierten komplexen Ausdruck. Führt man noch den Durchmesser der Öffnung $D = 2R$ und die Wellenlänge $\lambda = 2\pi/k$ ein, so findet man endgültig

$$I(\varphi) = \frac{4A^2}{r_0^2} \frac{J_1^2\left(\pi \frac{D \sin \varphi}{\lambda}\right)}{\left(\pi \frac{D \sin \varphi}{\lambda}\right)^2}. \quad (12)$$

$J_1(x)$ ist die Besselsche Zylinderfunktion 1. Art der Ordnung 1. Sie hat ungefähr den in Abb. 12 dargestellten Verlauf. Sie ist in ihrem Verlauf der Funktion $\sin x$ ähnlich, hat jedoch andere Nullstellen.

amplitude in P is given by the integration (8) over the whole area of the aperture:

$$\begin{aligned}\psi(\varphi, t) &= \frac{A}{r_0} \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R \int_0^{2\pi} \exp[i(\omega t - kr_0 + k\rho \sin \varphi \cos \alpha)] \rho d\rho d\alpha \\ &= \frac{A}{r_0} \frac{1}{\pi R^2} \exp[i(\omega t - kr_0)] \int_0^R \rho d\rho \int_0^{2\pi} \exp(ik\rho \sin \varphi \cos \alpha) d\alpha.\end{aligned}\quad (9)$$

The second integral in (9) leads to the Bessel function $J_0(x)$, since

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(ix \cos \alpha) d\alpha = J_0(x).$$

Equation (9) can be therefore transformed to

$$\psi(\varphi, t) = \frac{A}{r_0} \frac{2}{R^2} \exp[i(\omega t - kr_0)] \int_0^R \rho J_0(k\rho \sin \varphi) d\rho.$$

With the substitution

$$\begin{aligned}x &= k\rho \sin \varphi \\ dx &= k \sin \varphi d\rho\end{aligned}$$

we get

$$\psi(\varphi, t) = \frac{2A}{r_0} \frac{1}{R^2 k^2 \sin^2 \varphi} \exp[i(\omega t - kr_0)] \int_0^{kR \sin \varphi} x J_0(x) dx. \quad (10)$$

With the theory of Bessel functions we know that

$$\int_0^x x J_0(x) dx = x J_1(x),$$

and finally (10) becomes:

$$\psi(\varphi, t) = \frac{2A}{r_0} \exp[i(\omega t - kr_0)] \frac{J_1(kR \sin \varphi)}{kR \sin \varphi}. \quad (11)$$

The **intensity** $I(\varphi)$ is given by the multiplication of $\psi(\varphi, t)$ with its complex conjugate. We further introduce the aperture diameter $D = 2R$ and the wavelength $\lambda = 2\pi/k$ and get finally

$$I(\varphi) = \frac{4A^2}{r_0^2} \frac{J_1^2\left(\pi \frac{D \sin \varphi}{\lambda}\right)}{\left(\pi \frac{D \sin \varphi}{\lambda}\right)^2}. \quad (12)$$

$J_1(x)$ is the Bessel function of the first kind and first order. Its shape is shown in Fig. 12. It is similar but not to be confused with a $\sin x$ function (has different zero crossings).

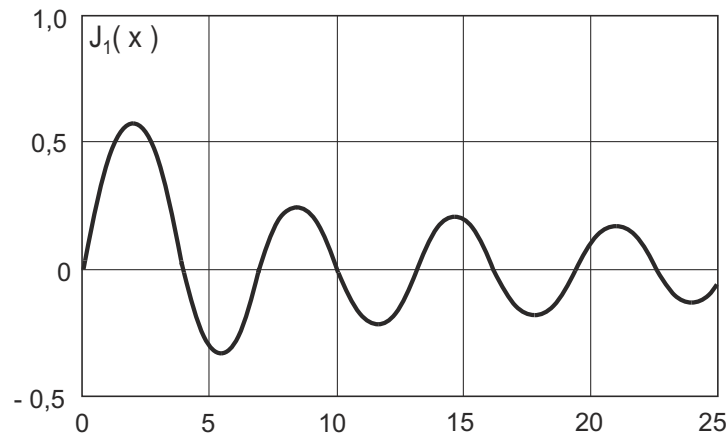


Fig. 12: Besselsche Zylinderfunktion 1. Art der Ordnung 1. / Bessel function of the first kind and first order.

5 Anhang B: Der Laser

Interferenzerscheinungen können nur dann gut beobachtet werden, wenn kohärentes (phasengekoppeltes und monochromatisches) Licht zur Verfügung steht (siehe auch v. Laue, Hdb. d. Exp. Physik, Bd. 18, S. 211, Leipzig 1928). Sehr gut kohärentes Licht wird gerade von Lasern ausgestrahlt und es soll deshalb an dieser Stelle die Wirkungsweise solcher Lichtquellen kurz erläutert werden. Laser = **L**ight **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation. Damit wir verstehen können, wie ein Laser funktioniert, müssen wir zuerst kurz und möglichst einfach die Wechselwirkung zwischen Materie und Strahlung betrachten (siehe auch Anleitung 24. “Spektroskopie”).

Für unsere Zwecke ist es ausreichend, wenn wir uns unter Materie vorerst ein einzelnes Atom vorstellen. Das Atom besteht aus einem Kern aus Protonen und Neutronen und aus Elektronen, die den Kern umkreisen. Die Bahnen, die die Elektronen dabei beschreiben können, hängen ab von der Energie der einzelnen Elektronen. Da die Energie in diesem Falle nur als ganzzahliges Vielfaches eines elementaren Energiequantums auftreten kann, wird die Anzahl der möglichen Bahnen beschränkt sein. Wir erhalten diskrete Bahnen mit den zugehörigen Bahnenergiebeträgen (Bohr). Falls nun ein Elektron seine Bahn wechselt, wird das immer mit einer Energieaufnahme oder -abgabe verbunden sein und zwar nimmt ein Elektron Energie auf, wenn es von einer inneren auf eine äussere Bahn wechselt. Im umgekehrten Fall wird es Energie abgeben. Die Energiebeträge, die aufgenommen oder abgegeben werden, entsprechen den zugehörigen Bahnenergieunterschieden. Man betrachtet aber im allgemeinen nicht den Energiezustand des einzelnen Elektrons, sondern die Energiebilanz wird für das ganze Atom gemacht. Man spricht deshalb von einer **Anregung des Atoms**, wenn z.B. ein Elektron auf eine energetisch höhere Bahn gebracht wird.

Dieser Energieaustausch geschieht durch die Wech-

5 Appendix B: the laser

Interference effects can be observed very easily for the case of coherent (phase locked and monochromatic) radiation (see v. Laue, Hdb. d. Exp. Physik, Bd.18, S. 211, Leipzig 1928. One excellent source of coherent radiation is a laser.). In the following, we will discuss the working principle of a laser. Its name is an acronym for **L**ight **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation. We will revisit the fundamentals describing the interaction between light and matter to understand the conditions under which lasing occurs (refer also to Experiment 24 “Spektroskopie”).

For our purposes, it is sufficient if we imagine matter to be a single atom for the time being. The atom consists of a nucleus of protons and neutrons and of electrons orbiting the nucleus. The paths that the electrons can describe depend on the energy of the individual electrons. Since the energy in this case can only occur as an integer multiple of an elementary energy quantum, the number of possible orbits will be limited. We obtain discrete orbits with the corresponding orbital energy amounts (Bohr). If an electron now changes its orbit, this will always be associated with an energy absorption or release, namely an electron absorbs energy when it changes from an inner to an outer orbit. In the opposite case, it will release energy. The amounts of energy that are absorbed or released correspond to the associated orbital energy differences. In general, however, one does not consider the energy state of the individual electron, but the energy balance is made for the whole atom. One therefore speaks of an **excitation of the atom** when, for example, an electron is brought onto an energetically higher orbit.

The energy exchange is mediated by the interaction of the atom with electromagnetic radiation, i.e. visible light. The light itself can take or exchange only discrete energy quanta. These energy quanta have been already formulated by Einstein and are linked

selwirkung des Atoms mit elektromagnetischer Strahlung (z.B. sichtbarem Licht). Auch die Strahlung kann nur diskrete Energiequanten aufnehmen oder abgeben. Diese Energiequanten sind durch die Frequenz der Strahlung bestimmt und betragen

$$E = h\nu \quad (\text{Einstein}),$$

h = Plancksches Wirkungsquantum, ν = Frequenz. Ein solches Energiequant wird als **Photon** bezeichnet.

Falls nun die Strahlung, der unser Atom ausgesetzt ist, eine Frequenz besitzt, die die Bedingung $\nu = (E_2 - E_1)/h$ erfüllt, dann kann die obengenannte Wechselwirkung auf drei verschiedene Arten auftreten (E_1 und E_2 sind zwei verschiedene Energieniveaus unseres Atoms).

5.1 Spontane Emission

Ein Elektron geht spontan von einem Zustand hoher Energie E_2 in einen Zustand niedriger Energie E_1 über. Dabei wird ein Photon der Frequenz $\nu = (E_2 - E_1)/h$ emittiert.

5.2 Absorption

Ein Elektron entnimmt der Strahlung ein Photon der Energie $h\nu = E_2 - E_1$ und geht dabei von einem Zustand niedriger Energie E_1 in einen Zustand höherer Energie E_2 über.

5.3 Induzierte Emission

Die Emission eines Photons wird hier nicht spontan erfolgen, sondern der Zustandswechsel des Elektrons wird durch die Strahlung, der das Atom ausgesetzt ist, begünstigt. Die Strahlung verstärkt sich also sozusagen selber, indem sie dem Atom ein entsprechendes Photon entlockt.

Nach der klassischen Vorstellung kann ein Elektron aus einer Strahlung Energie aufnehmen, wenn seine Bewegung mit der Strahlungswelle in Phase ist (Absorption). Falls die Phasen entgegengesetzt sind, wird das Elektron Energie an die Strahlung abgeben (induzierte Emission).

Die induzierte Emission ermöglicht nun das Funktionieren des Lasers. Anstelle des einen Atoms werden nun natürlich viele Atome einer Strahlung (Licht) ausgesetzt. Damit eine Verstärkung des vorhandenen Lichts erfolgen kann, muss die Anzahl der induzierten Emissionen Z_{21} grösser sein als die der entsprechenden Absorptionsübergänge Z_{12} zwischen den Zuständen 1 und 2.

Nach Einstein erhält man für die Anzahl der Übergänge

to the frequency of the light:

$$E = h\nu \quad (\text{Einstein}),$$

h = Planck constant ν = frequency. Such an energy quantum of light is called **photon**.

When such radiation is incident on an atom, it can interact with it in three ways if the energy of the light is the same as the energy difference between the two energy levels $\nu = (E_2 - E_1)/h$ (E_1 and E_2 are the two energy levels of the atom).

5.1 Spontaneous emission

Spontaneous emission describes the process in which an electron is spontaneously changing its level from a high energy level E_2 towards a lower energy level E_1 . In this case, a photon of frequency $\nu = (E_2 - E_1)/h$ is emitted.

5.2 Absorption

Absorption describes the process in which the electron is going from a low energy level E_1 towards a higher energy level E_2 after the absorption of a photon of energy $h\nu = E_2 - E_1$.

5.3 Stimulated emission

Stimulated emission describes the process in which the emission of a photon occurs under the presence of another photon. This involves an amplification of the photon field, because the atom will emit an additional photon.

In the classical description, an electron can absorb radiation if its phase is the same as the one of the radiation (absorption). If the phases are opposite, the electron will give energy to the electro-magnetic field by emitting a photon (stimulated emission).

The working principle of a laser is based on the process of stimulated emission. In this case, several atoms are in a electromagnetic field and interact with it (light). An amplification is achieved if the induced emission Z_{21} is bigger than the absorption Z_{12} that is happening in the system between levels 1 and 2.

According to Einstein, the number of transitions can be described in the following way

- absorption events: $Z_{12} = Bn_1u(\nu)$,
- spontaneous emission events: $Z_{21} = Bn_2u(\nu)$,

- im Falle der Absorption: $Z_{12} = Bn_1u(\nu)$,
- im Falle der induzierten Emission: $Z_{21} = Bn_2u(\nu)$,

wobei B = Proportionalitätskonstante, n_1, n_2 = Anzahl der Atome in den Zuständen 1 resp. 2, $u(\nu)$ = Dichte der Strahlung.

Für das Verhältnis der beiden Übergangsraten folgt demnach:

$$\frac{Z_{12}}{Z_{21}} = \frac{n_1}{n_2}.$$

Im thermischen Gleichgewicht wird die Besetzungszahl n_1 des energetisch niedrigeren Zustandes 1 gemäss der Boltzmann-Statistik immer grösser sein als diejenige des Zustandes 2; denn

$$n_i \propto \exp\left(-\frac{E_i}{kT}\right).$$

Demnach wird das Verhältnis n_1/n_2 bei allen absoluten Temperaturen $T > 0$ immer grösser als 1 sein. Es wird deshalb in diesem Falle immer mehr Absorptionsprozesse als induzierte Emissionsvorgänge geben und die Strahlung, die mit den Atomen eine Wechselwirkung eingeht, wird aus diesem Grunde geschwächt werden. Das ist der Normalfall der Absorption von Strahlung durch Materie.

Falls es aber durch einen Kunstgriff gelingt, den energetisch höher gelegenen Zustand 2 mit mehr Atomen zu besetzen als den Zustand 1, dann wird es mehr Emissionsvorgänge als Absorptionsprozesse geben und es wird möglich, die schon vorhandene Strahlung zu verstärken.

Nach der Boltzmann-Statistik entspricht dieser Wunschzustand einer negativen absoluten Temperatur, was bedeutet, dass kein thermisches Gleichgewicht herrscht. Zur Veranschaulichung der Besetzungszahlen eines Systems mit zwei möglichen Energiezuständen bei verschiedenen Temperaturen beachte man Abb. 13.

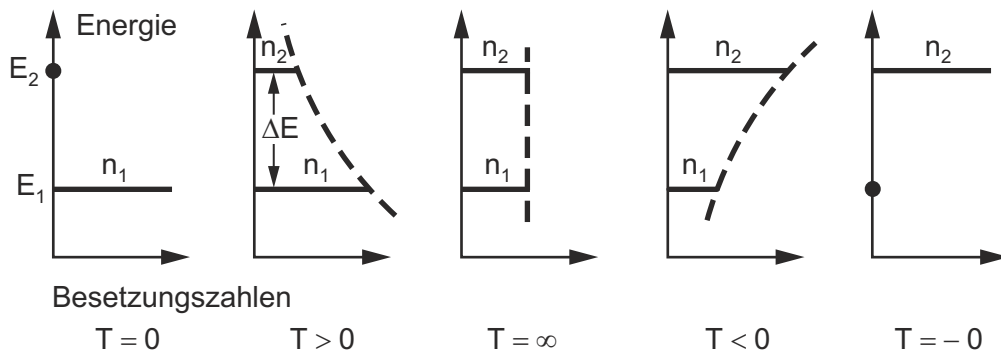


Fig. 13: Besetzungszahlen gemäss der Boltzmannstatistik / Occupation according to the Boltzmann statistics.

Negative absolute Temperaturen gibt es in Wirklichkeit natürlich nicht. Diese sind allein eine Folge der Boltzmann-Statistik und bedeuten, dass ein System einen solchen Zustand nicht beibehalten kann, wenn

where B = constant, n_1, n_2 = number of atoms in level 1 respectively 2, $u(\nu)$ = photon density.

From these equations, we find that

$$\frac{Z_{12}}{Z_{21}} = \frac{n_1}{n_2}.$$

In thermal equilibrium, the occupation number of the energetically lower level will be always higher than the one of the energetically higher level, according to the Boltzmann statistics

$$n_i \propto \exp\left(-\frac{E_i}{kT}\right).$$

According to this distribution, the ratio n_1/n_2 is higher than 1 for any temperature $T > 0$. Absorption events will occur therefore much more often than emission events, leading in conclusion to an attenuation of the photon field when it interacts with the atoms. In this case we are discussing about absorption of light in matter.

However, if we manage by any trick to invert the occupations of the two levels in order to have more atoms excited to the higher state, then the emission events will be predominant over the absorption events. In this case, light amplification will occur.

The Boltzmann distribution tells us that this situation would correspond to a negative temperature, which describes a thermal non-equilibrium. These situations are depicted in Fig. 13.

In nature, negative temperatures do not exist, meaning that a system can not hold such a non equilibrium state and will evolve towards a positive temperature. However, there are many different approaches

es sich selbst überlassen wird. Damit ein Laser also funktionieren kann, muss eine Umbesetzung der erwähnten Energiezustände, die sich vorerst im thermischen Gleichgewicht befinden, vorgenommen werden. Diese Umbesetzung erfolgt je nach Lasertyp (z.B. Gaslaser, Festkörperlaser) auf verschiedene Art. Die Erklärung soll anhand des Beispiels eines He-Ne-Gaslaser erfolgen.

In Abb. 14 sind die für das Verständnis des He-Ne-Lasers wichtigen Energiezustände oder auch Energieniveaus dargestellt. Durch eine elektrische Gasentladung werden die He-Atome vom Grundzustand *A* zum Zustand *B* angeregt. Diese Anregung erfolgt durch Stöße der Atome mit Elektronen aus der Gasentladung. Aus quantenmechanischen Gründen kann diese Anregung nicht durch Strahlung erzeugt werden. Die He-Atome regen nun ihrerseits die Ne-Atome durch Stöße an und bringen diese aus dem Zustand *a* in den Zustand *b*. Da die He-Atome im Überschuss vorhanden sind, befinden sich die Ne-Atome fast ständig im Zustand *b*. Diese Tatsache wird noch begünstigt durch die geeignete Wahl des Partialdruckes des Neongases.

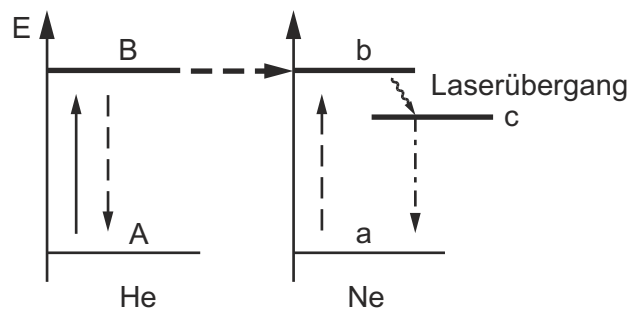


Fig. 14: Energieübergänge im He-Ne-Laser. / Energy levels of a Helium Neon laser

Wir haben also die vorher beschriebene Wunschsituation für die Ne-Atome realisiert. Es genügt nun ein einzelner **spontaner** Emissionsvorgang von *b* nach *c*, der ein Photon erzeugt. Dieses Photon induziert nun seinerseits, wegen der überbesetzung von *b*, sofort Emissionsprozesse und die frei werdende Strahlung verstärkt sich nach dem oben beschriebenen Prinzip selber. Wir erhalten intensive Laserstrahlung. Die Ne-Atome fallen aus dem Zustand *c* strahlungslos in den Grundzustand *a* zurück und stehen wieder für die Anregung durch He-Atome zur Verfügung.

Praktische Ausführung eines He-Ne Gaslasers

Das Gasgemisch befindet sich in einem Glasrohr, welches auf der einen (Rück-)Seite durch einen total reflektierenden Spiegel und auf der anderen (Austritts-) Seite mit einem für das Laserlicht halbdurchlässigen Spiegel abgeschlossen ist. Das Mischverhältnis Helium : Neon beträgt etwa 7:1 und der Gesamtdruck des Gasgemisches ist ungefähr 0.8 Torr. Der Abstand der beiden Spiegel muss einem ganzen Viel-

to rearrange the occupation of the energy levels, and they depend on the laser itself (gas laser, solid state laser). The following explanation is valid for the simple example of a He-Ne gas laser.

In Fig. 14, the energy levels necessary to understand the operation principle of the He-Ne laser are depicted. The Helium atoms are excited from the ground level to the excited level by gas discharge. This excitation occurs through collisions of the atoms with the electrons generated in the discharge. The Helium atoms can now themselves excite the Neon atoms from the ground level *a* to the excited level *b* by collisions. By choosing the amount of Helium atoms much higher than the one of Neon, the Neon atoms will be continually excited. A favourable choice of the partial pressure of the Neon gas can further insure this effect.

The population inversion is now achieved and one single spontaneously emitted photon from *b* to *c* is sufficient to induce a strong photon generation from all other atoms through stimulated emission, according to the process described above. As a result, intensive laser radiation is emitted from the gas mixture. As a consequence, the Neon atoms will fall back to the ground level *a* from *c* and are again available for the excitation by Helium atoms.

Information on the He-Ne laser

The gas mixture is contained by a glass cylinder, which contains two mirrors at its two ends, one highly reflecting one and another half reflective one, through which the light can be out coupled from the laser. The mixing ratio is 7:1 and the total pressure of the gas mixture is 0.8 Torr. The distance between the two mirrors is an integer multiple of the wavelength of the laser light such that a standing wave is crea-

fachen der Wellenlänge des Laserlichtes entsprechen, damit im Gasraum eine stehende Lichtwelle entsteht. Durch diese stehende Welle werden die Emissionsvorgänge an jedem Ort zur richtigen Zeit induziert, sodass die aus den vielen Einzelprozessen entstehenden Strahlungswellen alle die gleiche Phase haben. Damit wird auch die grosse Kohärenz des emittierten Lichtes erreicht. Für die zur Anregung der He-Atome notwendige Gasentladung sind im Gasraum verschiedene Elektroden angebracht.

Eigenschaften des Laserlichtes

Das Laserlicht ist sehr monochromatisch. Die Frequenzbreite ist so klein, dass sie mit den üblichen Prismenspektrometern nicht mehr aufgelöst werden kann. Sie beträgt Werte in der Grössenordnung von 10 MHz bei einer Lichtfrequenz von $3 - 7 \times 10^{14}$ Hz (sichtbares Licht). Ferner ist die Kohärenz des Laserlichtes ausserordentlich gross, was im vorherigen Abschnitt bereits erwähnt wurde. Bei anderen Lichtquellen, die auf spontaner Emission basieren (z.B. Na-Lampen), fehlt die besprochene Koordination und die Kohärenz des ausgestrahlten Lichtes ist dementsprechend schlecht.

Vorsicht: Niemals direkt in den Laserstrahl blicken!

6 Fragen für Studierende des Studiengangs Physik

1. Was versteht man unter Kohärenz? Durch was wird die Kohärenzlänge begrenzt? Hinweis: man betrachte longitudinale und transversale Einschränkungen.
2. Wie erreicht man Kohärenz mit einem Fresnelschen Biprisma?
3. Was versteht man unter Fraunhoferscher Beugung? Welche Annahmen werden dabei gemacht? Was ändert sich, wenn man sehr nah hinter einem Streuzentrum Messungen durchführt?
4. Wie erkennt man am Streubild, dass Streuzentren nicht statistisch verteilt sind?
5. Welche Arten der Wechselwirkungen gibt es zwischen Licht und Materie?
6. Wie funktioniert ein Laser?
7. Was ist ein Strahlaufweiter? Welche optischen Komponenten umfasst er?
8. Was besagt das Babinetsche Theorem? Warum wird die Intensität des direkten Strahls dabei ausgenommen?

ted in between the two mirrors. This standing wave induces emission events everywhere in space at the right time such that all the single photons emitted have the same phase. This way, coherent radiation is generated by stimulated emission. Several electrodes in the gas chamber are utilised for the discharge of the Helium atoms.

Properties of the laser light

Laser light is strongly monochromatic. The frequency bandwidth is so small, that it can not be resolved by standard prism spectrometers. For usual lasers, the line width is of the order of 10 MHz, at an oscillating frequency of $3 - 7 \times 10^{14}$ Hz (visible light). In addition, the laser coherence is very big, particularly in contrast to spontaneous emission based light sources (e.g. Na lamps).

Attention: Never look into the laser beam!

6 Questions for students from the Physics department

1. What is coherence? What are the mechanisms that limit coherence? Hint: consider longitudinal and transversal limitations.
2. How can coherence be achieved with a Fresnel prism?
3. What is diffraction, in particular Fraunhofer diffraction? Which are the assumptions that we make in this case? How does the situation change if diffraction is observed close to the diffraction centre?
4. How can we deduce from a diffraction pattern that the diffraction centres are not randomly distributed?
5. How can matter interact with light? What are the mechanisms?
6. What is the working principle of a laser?
7. What is a beam expander? Which optical elements is it made from?
8. Explain the principle of Babinet. Why does it not hold for the forward direction?