

41. Betazerfall - Beta Decay

Überblick

In diesem Experiment betrachten wir den β -Zerfall, indem wir mehrere Messungen mit einem β -Strahler durchführen. In einem β -Zerfall wird entweder ein Proton in ein Neutron umgewandelt (β^+ -Zerfall), oder ein Neutron wird in ein Proton umgewandelt (β^- -Zerfall). Das ausgesandte Elektron (im Falle eines β^+ -Zerfalles wird ein Positron ausgesendet) wird mit Hilfe eines Detektor gezählt.

Dieses Experiment hat folgende Ziele:

- Indem die Aktivität (Ereignisse pro Sekunde) mit dem Detektor gemessen wird, ist es möglich, unter Berücksichtigung der Geometrie des Versuchsaufbaus, die instantane Aktivität des β -Strahlers zu messen. Wenn die Halbwertszeit des zerfallenden Materials bekannt ist, ist es möglich die Aktivität für jeden Zeitpunkt zu berechnen.
- Die Absorptionskurve soll gemessen werden. Aus dieser Kurve kann die Reichweite der Elektronen im Absorptionsmaterial (hier: Aluminium) berechnet werden.
- Indem die Absorptionskurve genauer betrachtet wird, kann die maximale, ursprüngliche Energie der Elektronen mit verschiedenen Methoden berechnet werden.

1 Grundlagen

1.1 Die Struktur des Atomkerns

Im Laufe des letzten Jahrhunderts, haben zahlreiche Experimente und theoretische Einsichten zu einem klaren Bild der Struktur des Atoms geführt. Atome bestehen aus einem Z -wertig positiv geladenen *Atomkern* und einer Z -wertig negativ geladenen Elektronenhülle. Der Atomkern trägt den grössten Teil der Atommasse und sein Radius ist ungefähr 10^5 -mal kleiner als der Atomradius, welcher 10^{-14} bis 10^{-15} m beträgt.

Der Kern hat eine interne Struktur. Er ist aus Protonen und Neutronen (die sogenannten *Nukleonen*) zusammengesetzt. Die positiv geladenen *Protonen* und die neutralen *Neutronen* haben fast die gleiche Ruhemasse (ungefähr 1837-mal die Masse des Elektrons). Die Zahl Z der Protonen in einem Kern gibt dessen Ladung an und deshalb die Ordnungszahl des entsprechenden chemischen Elementes. Die Ordnungszahl ist gleich der Zahl an Elektronen (da das Atom elektrisch neutral ist). Die Anzahl Nukleonen $A = Z + N$ (mit N = Zahl an Neutronen) bestimmt die Atommasse. Die Beitrag der Elektronen zur Masse

Overview

In this experiment we are considering the β -decay, and different measurements are performed using a β -emitter. In a β -decay, either a proton is converted to a neutron (β^+ -decay), or a neutron is converted to a proton (β^- -decay). The emitted electron (or in the case of the β^+ -decay a positron is emitted) is counted by means of a detector.

The goal of this experiment is threefold:

- By measuring the activity with the detector (events per second), and knowing the geometry of the setup, it is possible to calculate the instantaneous activity of the beta emitter. By knowing the half-life of the decaying material, it is possible to obtain the activity at any given time.
- The absorption curve should be measured. From that curve we can calculate the range of the electrons in the absorbing material (here: aluminium).
- By analysing the absorption curve, the maximal initial energy of the electrons can be calculated in various ways.

1 Basics

1.1 The Structure of the Atomic Nucleus

Over the last century, numerous experiments and theoretical considerations have led to very clear ideas about the structure of atoms. They consist of the Z -fold positively charged *atomic nucleus*, which carries most of the atom's mass, and the Z -fold negatively charged electron shell. The nuclear radius is about 10^5 times smaller than the atomic radius, which is 10^{-14} to 10^{-15} m.

The nucleus is a composite object with an internal structure. It is composed of protons and neutrons (the so-called *nucleons*). The positively charged *proton* and the electrically neutral *neutron* have almost the same rest mass (about 1837 electron masses). The number Z of protons of a nucleus indicates its charge and thus the order number of the relevant chemical element, which is the same as the number of electrons (since the atom itself is electrically neutral). The number of nucleons $A = Z + N$ (with N = number of neutrons) determines the atomic weight. The contribution due to the mass of the electrons is

ist sehr gering.

Es ist bekannt, dass die Kernkräfte nicht klassischer Natur sein können: die Gravitationskraft zum Beispiel ist viel zu schwach, um trotz der geringen Abstände eine Rolle in der Struktur des Kernes zu spielen. Die Kernkraft, heutzutage als *starke Wechselwirkung* bekannt, hat eine geringe Reichweite (Größenordnung 10^{-15} m), ist anziehend für grosse Abstände und stark abstossend für kleine Abstände. Dementsprechend ist der Abstand zwischen Nukleonen selten weniger als 0,4 fm (1 fm = 10^{-15} m). Die Bindungsenergie pro Nukleon ist annähernd konstant, d.h. unabhängig von der Position des entsprechenden Elementes im Periodensystem. Sie ist ungefähr 8 MeV pro Nukleon ($1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV} = 10^6 \cdot 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$).

Zusätzlich zum Problem einer genauen Beschreibung der Kernkräfte, fehlen allgemein die Mittel für eine vollständige Beschreibung des *Vielkörperproblems*, wie z.B. die Beschreibung des Atomkerns. Deswegen ist es nötig, sich auf *Modelle* zu stützen (wie in zahlreichen anderen Feldern der Physik), welche zu korrekten Ergebnissen für erstaunlich viele - jedoch nicht allen - Aspekte führen. Insbesondere das sogenannte *Tröpfchenmodell* und das *Schalenmodell* des Atomkerns sind sehr beliebt. Im Tröpfchenmodell werden die Stabilität und Dynamik eines komplexen Atoms ähnlich zum Verhalten eines Tropfens beschrieben. Dieses Modell ist sehr nützlich zur Beschreibung von nuklearen Spaltungsprozessen. Im Schalenmodell wird die Bewegung der einzelnen Nukleonen im Atomkern ähnlich beschrieben, wie die Bewegung der Elektronen im Atom. Wie wir wissen, führt diese Beschreibung (zusammen mit den Bohr Postulaten oder der Wellenmechanik) zu unterschiedlichen stabilen Elektronkonfigurationen, den sogenannten Elektronenschalen oder -bahnen. Analog dazu, gibt es verschiedene Konfigurationen für den Atomkern, welche durch höhere Stabilität gekennzeichnet sind. Dies sind Kerne in denen entweder die Anzahl Protonen Z oder die Anzahl Neutronen N eine der folgenden "magischen Zahlen" annehmen:

$$Z \text{ or } N = 2, 6, 8, 14, 20, 28, 50, 82 \text{ and } 126$$

Es ist möglich einen Formalismus zu entwickeln, welcher diese magischen Zahlen und viele andere Eigenschaften des Atomkerns beschreiben kann. Jedoch kann man das Schalenmodell nicht als eine quantitativ korrekte Beschreibung des Atomkerns bezeichnen. Eine genauere Beschreibung der Struktur des Kernes kann in Standardlehrbüchern gefunden werden, liegt jedoch ausserhalb des Rahmens dieses Kurses. Es soll hier nur erwähnt werden, dass Protonen und Neutronen keine "Elementarteilchen" sind, da sie aus sogenannten *Quarks* zusammengesetzt sind. Das ursprüngliche Modell des Quarks hat sich zur *Quantenchromodynamik* weiterentwickelt. Dieses Modell scheint in der Lage zu sein, die Existenz und zahlreiche andere Eigenschaften verschiedenster Teilchen zu beschreiben, welche früher fälschlicherweise als Elementarteilchen angesehen wurden (Elementarteilchen

very small.

It is known that the nuclear forces can not be of classical nature: The gravitational forces, for example, are far too weak to play a role in the nuclear structure, in spite of the small distances involved. The nuclear force, nowadays referred to as *strong interaction*, has a short range (order of magnitude 10^{-15} m), is attractive for larger distances and strongly repulsive for smaller distances. Accordingly, the nucleon spacing in the nucleus is rarely less than about 0,4 fm (1 fm = 10^{-15} m). The binding energy per nucleon is practically constant, i.e., independent of the position of the corresponding element in the periodic system. It is approximately 8 MeV per nucleon ($1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV} = 10^6 \cdot 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$).

Apart from the problem of an exact description of the nuclear forces, also the tools for a complete treatment of the *multi-body problem*, such as the treatment of the atomic nucleus, are generally lacking. For this reason it is necessary to rely on *models* (as it is the case in many fields of physics), which lead to correct results for surprisingly many - but not all - aspects. In particular, the so-called *drop model* and the *shell model* of the atomic nucleus are very popular. In the drop model, the stability and dynamics of a complex atomic nucleus is described analogously to the behaviour of a drop of a liquid. The model has proven to be very useful especially in the description of nuclear fission processes. In the shell model, the motion of the individual nucleons in the nucleus is treated analogously to the motion of the individual electrons in an atom. For the atom, as we know, this treatment (together with the Bohr postulates or wave mechanics) leads to different but stable electron configurations, the so-called electron shells or orbitals. In analogy to this, there are also several configurations for the atomic nuclei which are characterized by particular stability. These are nuclei in which either the proton number Z or the neutron number N takes one of the following "magic values":

$$Z \text{ or } N = 2, 6, 8, 14, 20, 28, 50, 82 \text{ and } 126$$

Although it was possible to develop a formalism which describes these "magic values" and many other properties of the atomic nuclei, one can not talk about a quantitatively exact description of the atomic nuclei in the shell model either. It is not within the scope of this manual to treat the nuclear structure in detail. To do so, please refer to standard textbooks. Here, it should just be mentioned that protons and neutrons are no "elementary particles" because they are composed of so-called *quarks*. The original quark model has developed into *quantum-chromodynamics*. This model appears to be capable of explaining the existence and many properties of various particles which were formerly considered being elementary particles (elementary means not composed of other particles).

1.2 The Beta-Decay

sind nicht aus anderen Teilchen zusammengesetzt).

1.2 Der Beta-Zerfall

Die natürliche und künstliche Instabilität des Kernes sind sehr wichtig wenn die Kernstruktur erforscht wird. Man beobachtet α -, β -, und γ -Strahlung. In der natürlichen α -Radioaktivität, welche für $Z > 82$ (Pb) beobachtet wird, wird ein α -Teilchen abgestrahlt. Dieses Teilchen besteht aus einem Heliumatom, also aus zwei Protonen und zwei Neutronen. Die 2-fachen geladenen α -Teilchen haben eine sehr geringe Reichweite (einige cm in Luft). Ihr Effekt ist jedoch sehr gross, wenn sie auf eine Oberfläche treffen. Im β -Zerfall wird ein Neutron (Proton), unter Abstrahlung eines Elektrons (Positrons), in ein Proton (Neutron) umgewandelt. Diese beide Strahlentypen werden je nach Typ des ausgestrahlten Teilchens β^- oder β^+ genannt. Die β^- -Strahlung wird in diesem Experiment genauer betrachtet werden. Die γ -Strahlung beschreibt die Abstrahlung von elektromagnetischen Wellen mit Energien über einigen 100 keVs, meist wegen des Abregung eines (Zerfall-) Kernes.

Kernreaktionen liefern eine andere wichtige Methode, um die Struktur des Atomkernes zu erforschen. Indem der Kern mit Neutronen, Protonen und anderen Teilchen bombardiert wird, können Veränderungen induziert und beobachtet werden. Falls diese Beobachten systematisch ausgeführt werden, können Informationen zur Reaktionsenergie des Prozesses und zu den quantisierten Energieniveaus gewonnen werden. Die wahrscheinlich wichtigste und am Besten erforschte Strahlung ist die β -Strahlung. Sie wird im Rahmen der sogenannten *schwachen Wechselwirkung* beschrieben. Im β -Zerfall, strahlt der instabile Kern ein Teilchen aus, welches als schnelles Elektron bestimmt werden kann. In anderen Fällen wird ein positives Elektron, das sogenannte *Positron* beobachtet. Das Positron hat die gleiche Ladung e (jedoch umgekehrtes Vorzeichens), genau den gleichen Wert für das Verhältnis e/m und den gleichen Spin wie das Elektron. Das Positron wird als das "Anti-Teilchen" des Elektrons bezeichnet. Seine Existenz wurde 1928 von P. Dirac, auf Basis der relativistischen Erweiterung der Wellenmechanik, vorhergesagt.

The natural and the artificial nuclear instabilities are of great importance when studying the nuclear structure. These include the α -, β -, and γ -radiation. In the natural α -radioactivity, which is observed for $Z > 82$ (Pb), an α -particle (which is the nucleus of a helium atom, i.e., two protons and two neutrons) is emitted. The doubly charged α -particles have a very short range (few cm in air), but a large effect when hitting a surface. In the β -decay, a neutron (proton) is converted to a proton (neutron), under the emission of an electron (positron), depending on the type (β^- or β^+). The β^- -decay will be examined more closely in this experiment. The γ -radiation describes the emission of electromagnetic waves usually due to de-excitation of (decay-) nuclei, with energies above some 100 keVs.

Another important method for studying nuclear structures is provided by the *nuclear reactions*. By bombarding nuclei with neutrons, protons, and other particles, transformations can be induced and observed. If the observations are carried out systematically, information about the reaction energy of a process and the quantized energy states in the nuclei can be inferred.

Probably the most important and also the best investigated type of nuclear instability, however, is the β -decay. It is described in the framework of the so-called *weak interaction*. In the β -decay, the unstable nuclei emit a particle, which can be identified as fast electron. In other cases, a positive electron, the so-called *positron*, is observed. The positron has the same charge e (though with the opposite sign!) and the same absolute value of the e/m ratio and spin as the electron. The positron is the so-called "anti-particle" of the electron. Its existence was predicted by P. Dirac (1928) on the basis of a relativistic extension of wave mechanics.

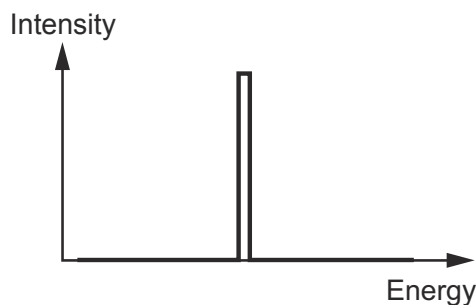


Fig. 1: Diskretes Energiespektrum des α -Zerfalls. / Discrete energy spectrum of the α -decay.

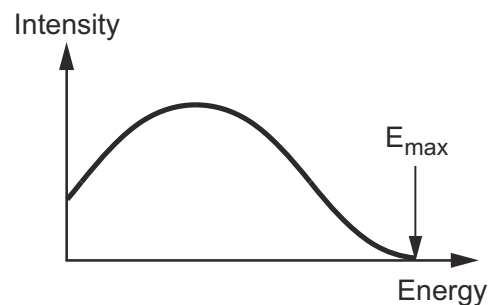


Fig. 2: Kontinuierliches Energiespektrum des β -Zerfalls. / Continuous energy spectrum of the β -decay.

Die Energie des Atomkernes ist (wie im Falle der Elektronen des Atoms, siehe auch Experiment “24 – Spectroscopy”) nicht kontinuierlich, sondern nimmt nur diskrete Werte (Quantisation) an. Daraus folgt, dass das Energiespektrum der abgesandte α -Teilchen in einem radioaktiven Zerfallsprozess den Charakter eines *Linienpektrums* (Fig. 1) zeigt.

Als die β -Strahlung zuerst entdeckt wurde, war es erstaunlich, dass sie kein gleichförmiges (diskretes) Energiespektrum aufwies. Das beobachtete Energiespektrum war kontinuierlich mit einer scharfen oberen *Energiegrenze* E_{max} , wie in Fig. 2 zu sehen ist. Dies wurde zuerst von J. Chadwick in 1914 entdeckt. So ein Verhalten war umso unverständlicher, da man auch experimentell beweisen konnte, dass eine identische, wohl-definierte Energiemenge in jedem einzelnen Zerfallsprozess übertragen wird. In der Tat schienen die Gesetz der Energieerhaltung (und des Impulses) während des β -Zerfalls gebrochen zu werden. W. Pauli postulierte (1932), dass ein zweites, ungeladenes Teilchen während des β -Zerfalles abgestrahlt werden muss. Dieses Teilchen wurde später als Neutrino (geschrieben ν) bezeichnet.

In 1934 berechnete E. Fermi das erwartete Energiespektrum des β -Zerfalls anhand Pauli’s Hypothese des Neutrinos, und erhielt damit gute Übereinstimmung mit Experimenten. Dies konnte als ein indirekter Beweis der Existenz des Elektron-Neutrinos ν_e gedeutet werden (es gibt auch noch das Muon-Neutrino, ν_μ , und das Tau-Neutrino, ν_τ). Da Neutrinos jedoch nur sehr schwach wechselwirken und daher sehr schwer zu messen¹ sind, wurde die direkte experimentelle Entdeckung erst 1955 von F. Reines und C. Cowan erreicht.

Der wichtige β -Zerfall ist weiter unten mit allen beteiligten Partnern zusammengefasst. Es ist zu beachten, dass ein Balken über dem Namen eines Teilchens, z.B. $\bar{\nu}$, das Antiteilchen bezeichnet. Einzig das Antiteilchen des Elektrons besitzt einen eigenen Namen (Positron) und ein eigenes Symbol (e^+).

$$\begin{aligned}\beta^- \text{-Zerfall} : n &\rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e \\ \text{auf Quarkebene} : d &\rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e \\ \beta^+ \text{-Zerfall} : p &\rightarrow n + e^+ + \nu_e \\ \text{auf Quarkebene} : u &\rightarrow d + e^+ + \nu_e\end{aligned}$$

¹Dedizierte Experimente, wie zum Beispiel das Super-Kamiokande Experiment in Japan, benötigen riesige Detektoren, bestehend aus 50'000 Tonnen ultra-reinem Wasser und mehr als 12'000 Photomultiplier.

The energy of the atomic nuclei (like that of the electrons in the atoms, see also experiment “24 – Spectroscopy”) is not continuous, but it only assumes discrete values (quantization). Thus, the energy spectrum of the emitted α -particles in a radioactive decay process shows the character of a *line spectrum* (Fig. 1).

When first discovered, it was astonishing that the β -decay particles did not show a uniform (discrete) energy spectrum. The observed spectrum was continuous with a sharp upper *energy limit* E_{max} , as shown in Fig. 2. This was first discovered by J. Chadwick in 1914. Such a behaviour was all the less understandable, as it could also be demonstrated experimentally that an identical, well-defined energy quantity is transferred in each individual decay process. It actually seemed as if the laws of the conservation of energy (and momentum) were violated during the β -decay. W. Pauli postulated (1932) that a second, uncharged particle has to be emitted during the β -decay. This particle was later referred to as a neutrino, denoted ν .

In 1934, E. Fermi calculated the expected energy spectrum of the β -decay from Pauli’s neutrino hypothesis, and obtained good agreement with the experiment. This could be interpreted as an indirect proof of the existence of the electron neutrino ν_e (there exists also the muon neutrino, ν_μ , and a tau neutrino, ν_τ). However, the direct experimental detection of the neutrino could not be achieved until 1955 by F. Reines and C. Cowan, because neutrinos are very weakly interacting and thus very difficult to detect¹.

The important β -decay with all involved partners is summarized below. Note that a bar on top of a particle’s name, such as $\bar{\nu}$, denotes the antiparticle. Only for the antiparticle of the electron exists a dedicated name and symbol, i.e., the positron e^+ .

$$\begin{aligned}\beta^- \text{-decay} : n &\rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e \\ \text{on quark-level} : d &\rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e \\ \beta^+ \text{-decay} : p &\rightarrow n + e^+ + \nu_e \\ \text{on quark-level} : u &\rightarrow d + e^+ + \nu_e\end{aligned}$$

¹Dedicated neutrino experiments, such as for example the Super-Kamiokande experiment in Japan, require huge detectors consisting of 50'000 tons of ultra pure water and more than 12'000 photomultiplier. These vast numbers give a hint on how difficult it is to precisely measure properties of neutrinos.

Tabelle 1: Eigenschaften der in diesem Experiment benutzten Quelle.

	^{90}Sr	^{90}Y
Zerfallskanal	β^-	β^-
Zerfallsenergie	0.55 MeV	siehe Aufg. 5
Endprodukt	^{90}Y	^{90}Zr (stabil)
Halbwertszeit	~ 28.8 y	64 h

1.3 Der Zerfallskanal von ^{90}Sr

In diesem Experiment untersuchen wir den β^- -Zerfall von ^{90}Sr . Das Isotop ^{90}Sr zerfällt via β^- -Zerfall in ^{90}Y . Die maximale Zerfallsenergie ist 546 keV und die Halbwertszeit ist ungefähr 28.8 Jahre. Allerdings ist ^{90}Y nicht stabil und zerfällt weiter in ^{90}Zr . Zirkonium ist stabil und zerfällt daher nicht weiter. Die Halbwertszeit von ^{90}Y ist 64 Stunden und das Verzweungsverhältnis für den β^- -Zerfall ist fast 100%. Lediglich 0.01% der Zerfälle von ^{90}Y sind γ -Zerfälle. Strontium und Yttrium sind im Gleichgewicht innerhalb der Quelle und für jeden Zerfall von Strontium beobachten wir auch einen Zerfall von Yttrium. Die Quelle ist mit einer dünnen Stahlfolie bedeckt, um zu verhindern, dass radioaktives Material aus der Quelle entweicht.

1.3 The Decay Mode of ^{90}Sr

In this experiment, we investigate the β^- -decay of ^{90}Sr . The isotope ^{90}Sr decays via β^- -decay into ^{90}Y . The maximum decay energy is 546 keV, and the half-life is about 28.8 years. However, ^{90}Y is not stable, but decays further into ^{90}Zr . Zirconium is stable and there are no further decays. The half-life of ^{90}Y is 64 hours, and the branching ratio for the β^- -decay is almost 100%. Only 0.01% of the decays from ^{90}Y are gamma-decays. Strontium and Yttrium are in equilibrium within the source, and per one decay of Strontium we observe one decay of Yttrium as well. The source is covered with a thin foil made from steel, in order to prevent the radioactive material coming out of the source.

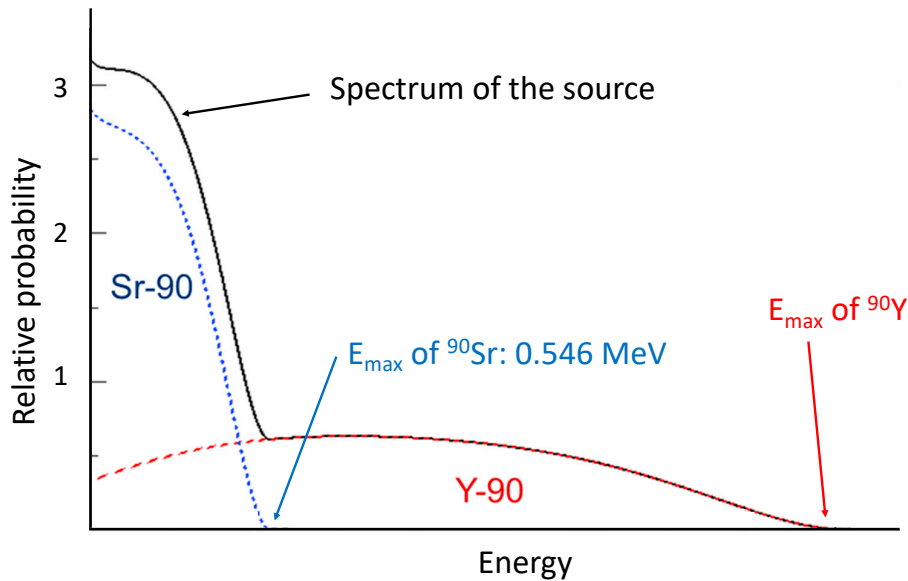


Fig. 3: Simuliertes Energiespektrum von ^{90}Sr (blau), ^{90}Y (rot), und gesamtes Spektrum (black). Das Spektrum (verändert von [3]) wurde mit Hilfe von EGSnrc Simulationen generiert. Es sei zu beachten, dass die Energie auf der horizontalen Achse bewusst nicht quantifiziert ist, da dies in Aufgabe 5 bestimmt werden soll. / Simulated energy spectrum of ^{90}Sr (blue), ^{90}Y (red), and the combined spectrum (black). The spectrum (modified from [3]) was generated using EGSnrc simulations. Note that the energy on the horizontal axis is not quantified on purpose, as this should be determined in task 5.

Das Energiespektrum der in diesem Experiment benutzten Quelle ist in Fig. 3 (Bild verändert von [3]). Die β -Teilchen (d.h. Elektronen) aus dem Zerfall von ^{90}Sr haben ein kontinuierliches Energiespektrum und ein Bruchteil dieser Elektronen hat nicht genug Energie, um die dünne Stahlfolie über unserer Quelle zu durchdringen. Die Energie der β -Teilchen aus dem

The energy spectrum of the source used in this experiment is given in Fig. 3 (image modified from [3]). The β -particles (i.e., electrons) from the decay of ^{90}Sr have a continuous energy spectrum, and a fraction of these electrons have not sufficient energy to penetrate the thin layer of steel covering our source. The energy of the β -particles from the decay of ^{90}Y

Zerfall von ^{90}Y haben viel höhere Energien (jedoch auch kontinuierlich) und die Meisten schaffen es die Quelle zu verlassen. Deshalb beobachten wir in diesem Experiment vor allem die Zerfallselektronen von $^{90}\text{Y} \rightarrow ^{90}\text{Zr}$. Die maximale Energie der Elektronen aus dem Zerfall von ^{90}Y , E_{max} , soll in Aufgabe 5 bestimmt werden.

1.4 Reichweite der Teilchen

Die in radioaktiven Prozessen ausgestrahlten Elektronen verlieren allmählich ihre Energie aufgrund einer grossen Zahl von Stössen mit anderen Atomen. Die Distanz, welche die Elektronen zurücklegen bevor sie zu Ruhe kommen, wird als *Reichweite* R bezeichnet. Die Reichweite hängt vom Material (z.B. Luft oder Aluminium) und von der ursprünglichen Energie der Elektronen ab. Die Reichweite kann deshalb benutzt werden um diese Energie zu bestimmen. In Gasen ist R invers proportional zur Dichte ρ . Also gilt, dass das Produkt

$$\rho R = f(E) \quad (1)$$

eine Funktion der ursprünglichen Energie ist. Obwohl die Dichte ρ in Festkörpern konstant ist, wird normalerweise das Produkt ρR und nicht nur die Reichweite R angegeben. Falls die Funktion

$$E = f^{-1}(\rho R) \quad (2)$$

des Absorbermaterials und dessen Dichte bekannt sind, dann kann die anfängliche Energie der Elektronen aus der Reichweite im Material bestimmt werden. Fig. 4 zeigt die Funktion (2) für Aluminium.

have much higher energies (although also continuous), and most of them manage to leave the source. Thus, we primarily observe in this experiment the decay electrons of $^{90}\text{Y} \rightarrow ^{90}\text{Zr}$. The maximal decay energy of the electrons from the decay of ^{90}Y , E_{max} , should be determined in task 5.

1.4 Range of the Particles

The energetic electrons originating from radioactive decay processes lose their energy gradually as a result of a large number of collisions with other atoms. The distance they travel until they come to rest is called the *range* R of the electrons.

The range depends on the material itself (e.g. air or aluminium) and the initial energy of the electrons. The range can therefore be used to determine the initial energy of the electrons. In gases, R is inversely proportional to the density ρ . Thus, the product

$$\rho R = f(E) \quad (1)$$

is a function of the initial energy.

Although in solids the density ρ is constant, it has become natural to specify the product ρR , and not only the range R . If the function

$$E = f^{-1}(\rho R) \quad (2)$$

of the absorber material and its density are known, then the initial energy of the electrons can be determined from the range in the material. Fig. 4 shows the function (2) for aluminium.

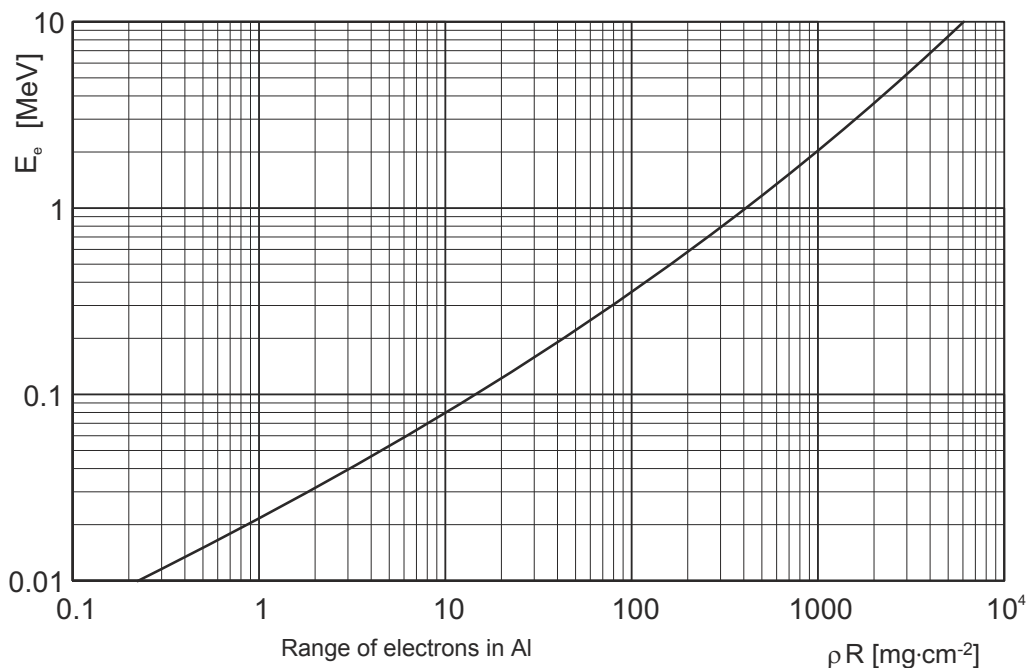


Fig. 4: Reichweite von Elektronen in Al als Funktion des Distanz-Dichte-Produktes ρR . / Range of electrons in Al as a function of the distance-density product ρR .

In unserem Fall sind wir hauptsächlich an der *Grenzenenergie* E_{\max} (Fig. 2) der während dem β -Zerfall ausgestrahlten Elektronen interessiert. Es ist daher erforderlich die *maximale* Reichweite dieser Elektronen experimentell zu bestimmen.

Wir schreiben N_0 die Zahl der Elektronen, welche in ein Absorbermaterial gestrahlt werden und $N(x)$ die Zahl der Elektronen, welche durch eine Schicht der Dicke x gehen. Für ein β -Spektrum (mit einer Energieverteilung wie in Fig. 2) gilt:

$$N(x) = N_0 e^{-\mu x} \quad (3)$$

Der Koeffizient μ hängt von der maximalen Energie E_{\max} des β -Spektrums und von der Dichte des Absorbermaterials ab. Empirisch wurde folgende Formel festgelegt:

$$\mu = 17 \frac{\rho}{(E_{\max})^{1.43}} \quad (4)$$

mit μ in cm^{-1} , E_{\max} in MeV, und ρ in g cm^{-3} .

Die experimentelle Bestimmung von μ ermöglicht es E_{\max} zu berechnen. Falls die Absorberdicke sich der maximalen Reichweite R_{\max} annähert, tritt eine Abweichung vom exponentiellen Verhalten (Eq. 3) auf, wie in Fig. 5 zu sehen ist. In diesem Bereich kann die Absorptionskurve mit dem Ansatz:

$$N(x) = \text{const.} [E_{\max} - E(x)]^n. \quad (5)$$

genähert werden.

$E(x)$ entspricht dem Ausdruck (2) (mit $R = x$) und kann für Aluminium aus Fig. 4 entzogen werden. Der Exponent n hängt vom untersuchten β -Spektrum ab und liegt allgemein zwischen Werten von 3 und 4. Mit Gleichung 5 kann E_{\max} aus einer experimentell gemessenen Absorptionskurve extrapoliert werden.

In our case, we are mainly interested in the *limit energy* E_{\max} (Fig. 2) of the electrons emitted during the β -decay. It is therefore necessary to experimentally determine the *maximum* range of these electrons.

We denote by N_0 the number of electrons that are emitted into an absorber material and by $N(x)$ the number which pass through a layer of thickness x . For a β -spectrum (with an energy distribution as shown in Fig. 2) it applies:

$$N(x) = N_0 e^{-\mu x} \quad (3)$$

The coefficient μ depends on the maximum energy E_{\max} of the β -spectrum and on the density of the absorber material. They are related by the following empirical relationship:

$$\mu = 17 \frac{\rho}{(E_{\max})^{1.43}} \quad (4)$$

with μ in cm^{-1} , E_{\max} in MeV, and ρ in g cm^{-3} .

The experimental determination of μ provides a way to calculate E_{\max} . If the absorber thickness x approaches the maximum range R_{\max} , a deviation from the exponential behaviour (Eq. 3) occurs, as indicated in Fig. 5. Here, the absorption curve can be approximated by the ansatz

$$N(x) = \text{const.} [E_{\max} - E(x)]^n. \quad (5)$$

$E(x)$ corresponds to the expression (2) (with $R = x$) and, for aluminium, can be extracted from Fig. 4. The exponent n depends on the investigated β -spectrum and in general attains values between 3 and 4. Using equation 5 allows to extrapolate E_{\max} from an experimentally measured absorption curve.

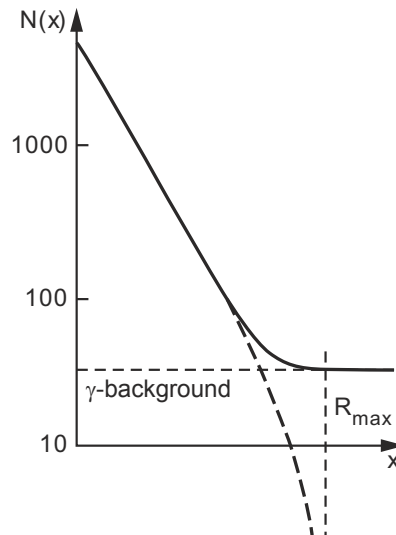


Fig. 5: Zählrate als Funktion der Absorberdicke x . / Count rate as function of absorber thickness x .

1.5 Detektoren

Die Detektion radioaktiver Teilchen beruht auf der Tatsache, dass sie ihre Energie in Ionisations- und

1.5 Detectors

The detection of radioactive particles is based on the fact that they lose their energy in ionization and

Erregungsprozesse verlieren, wenn sie durch Materie fließen. Geläufige Messinstrumente, welche einzelne Teilchen detektieren können, sind das *Zählrohr* und der *Szintillationszähler*. Andere wichtige Detektortypen sind Fotoplatte, der Cherenkovzähler, die Nebelkammer, die Funkenkammer, Halbleiter-Detektoren und Superleitende Detektoren. Wir werden die Diskussion jedoch auf das Zählrohr beschränken, da es in diesem Experiment benutzt wird.

excitation processes when passing through matter. Common measuring instruments, which can detect individual particles, are the *counter tube* and the *scintillation counter*. Other important detector types are the photographic plate, the Cerenkov counter, the (Wilson) cloud chamber, the spark chamber, semiconductor detectors and superconducting detectors. However, in the following, we will restrict the discussion to the counter tube, as it is used in this experiment.

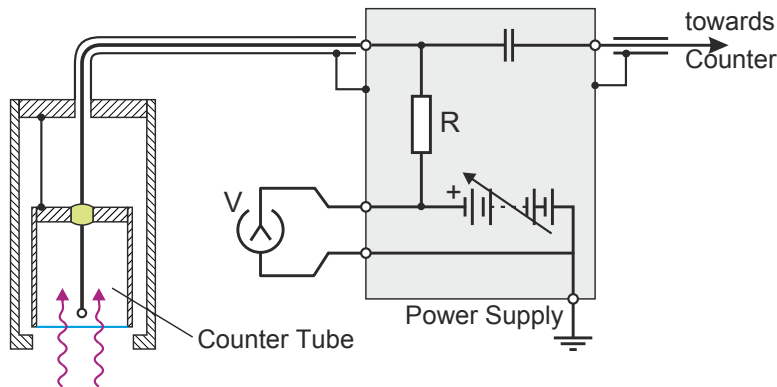


Fig. 6: Zählrohr mit Spannungsquelle. / Counter tube with voltage source.

Ein übliches Zählrohr (bei H. Geiger 1913, H. Geiger and W. Müller 1928) besteht aus einem zylindrischem Kondensator (Fig. 6). Ein gerader, metallischer Zylinder dient als Kathode und ein elektrisch isoliertes, axial ausgedehntes Kabel dient als Anode. Das Gehäuse ist hermetisch versiegelt und enthält ein Füllgas. Eine typisches Gemisch ist 90 Torr Argon und 10 Torr Ethyl Alkohol. Ein Ende des Zylinders ist durch ein dünnes Eingangsfenster versiegelt, welches aus nieder Z-wertigem (wenig Streuung) Material wie Mylar besteht.

Falls ein energetisches Teilchen durch das Fenster in den unteren Teil des Zählrohrs fliegt, wird es die Molekülen des Füllgases ionisieren. Abhängig von der Höhe der am Zählrohr angelegten Spannung V , treten verschiedene Reaktionen des Füllgases auf. Man kann zwischen vier Spannungsbereichen unterscheiden:

1. Bei sehr niedrigen Spannungen, rekombinieren die meisten Ionen bevor sie die Elektroden erreichen. Das Zählrohr reagiert praktisch gar nicht.
2. Bei etwas höheren Spannungen können die meisten der ursprünglich erzeugten Ionen die Elektroden erreichen. Die transportierte Ladung liefert hierbei an Maß für die Anzahl einfallender Teilchen. Das Zählrohr wirkt also als Ionisationskammer. Allerdings produziert ein einzelnes Teilchen zu wenig Strom um erfasst zu werden.
3. Falls die Spannung weiter erhöht wird, kann die elektrische Feldstärke nahe des Drahtes so hoch werden, dass die Elektronen innerhalb einer

A standard counter tube (by H. Geiger 1913, H. Geiger and W. Müller 1928) consists of a cylindrical capacitor (Fig. 6). A straight metallic cylinder serves as a cathode and an electrically insulated, axially extending wire serves as an anode. The housing is hermetically sealed and contains a filling gas. A typical mixture is 90 Torr Argon and 10 Torr Ethyl Alcohol. One end of the cylinder is sealed by a thin entrance window that consists of low-Z (little scattering) material such as Mylar.

If an energetic particle then passes through the window into the interior of the counting tube, it will ionize the molecules of the filling gas. Depending on the magnitude of the voltage V applied to the counter tube, different reactions of the filling gas are occurring. It can be distinguished between four voltage ranges:

1. At very low voltages, most ions *recombine* before they can reach the electrodes. The counter tube practically does not respond at all.
2. At slightly higher voltages, most of the originally generated ions can reach the electrodes. The charge transported thereby provides a measure for the number of incident particles. The counter tube thus acts as an ionization chamber. However, the ion current emitted by a single particle is too small to be detected.
3. If the voltage is increased further, the electric field strength in the vicinity of the wire can become so large that the electrons gain sufficient energy during one free path length, such that they ionize further atoms of the filling gas. Each

freien Weglänge genug Energie gewinnen, um weitere Atome des Füllgases zu ionisieren. Jedes anfänglich erzeugte Ion kann so zu einer lokalen Lawine führen („Townsend Entladung“). Man spricht hierbei von *Gasverstärkung*. Die Entladung bricht nach ungefähr 10^{-6} Sekunden ab. Die transportierte Ladung ist proportional zur Anzahl ursprünglich erzeugter Ionen, solange der Gasverstärkungsfaktor A (Anzahl sekundärer Ionen, welche durch ein anfängliches Ion erzeugt werden) unabhängig von der allgemeinen Anzahl primärer Ionen bleibt. Dieser wird *Proportionalbereich* genannt.

4. Indem die Spannung noch mehr verstärkt wird, kommt man zum sogenannten *Geiger - Plateaubereich* des Zählrohrs. Jede Entladung ist nicht mehr lokal beschränkt, sondern sie pflanzt sich durch das ganze Zählrohr fort. Aufgrund der speziellen Zusammensetzung des Füllgases und der Geometrie des Zählrohrs ist es möglich autonome Entladungen zu verhindern (d.h. keine Entladung falls kein Teilchen ins Zählrohr fliegt). Jede Entladung bricht nach ungefähr 0.1 milli-Sekunden ab.

An diesem Punkt fließt immer unabhängig von der Anzahl primärer Ionen ungefähr die gleiche Ladung durch das Zählrohr. Um das Signal zu erfassen, wird der kurze Spannungsabfall über den Resistor R (siehe Fig. 6) recht einfach mit einem *elektronischen Zähler* gemessen. Da das Zählrohr ein neues Teilchen nur nach ungefähr 10^{-4} Sekunden messen kann, ist die maximale Zählrate im Plateaubereich auch etwa 10^4 s^{-1} .

Das Geiger-Plateau beginnt bei Spannungen von ungefähr 1000 V und ist einige 100 V breit. Es wird in den *Zählrohr Eigenschaften* (Pulsrate bei konstanter Bestrahlung als Funktion der Spannung) durch ein entsprechend weites Plateau gekennzeichnet. Die leichte Steigung von einigen % pro 100 V liegt daran, dass bei steigender Spannung, ein größerer Teil des Zählrohrvolumens empfindlich wird. Falls die Spannung noch weiter erhöht wird, treten Selbstentladungen auf.

1.6 Einheiten für Strahlung und biologische Effekte

Strahlung, welche auf biologisches Gewebe trifft, ist im Allgemeinen ein Problem, da es das Gewebe zerstört. Der Grund dafür ist, dass Strahlung Energie im Gewebe verliert. Diese abgelagerte Energie kann die Zellteilung beeinflussen oder die DNA zerstören, wodurch sich Krebszellen bilden können. Um die Effekte der Strahlung auf biologischem Gewebe zu quantifizieren, ist es nicht genug einzig die Anzahl einfallender Teilchen anzugeben (d.h. die Aktivität). Deshalb werden andere Einheiten benutzt, welche im Folgenden besprochen werden.

initially created ion can then lead to a localized ionic avalanche („Townsend discharge“). There is so-called *gas amplification*. The discharge breaks off after about 10^{-6} seconds. As long as the gas amplification factor A (number of secondary ions generated per primary ion) is independent of the overall number of primary ions, the transported charge is proportional to the number of initially created ions. This is called the *proportionality range*.

4. By increasing the applied voltage further, we enter the so-called *Geiger plateau* range of the counter tube. Each discharge is then no longer localized, but propagates over the entire counting tube. Due to the special composition of the filling gas and the geometry of the counting tube, it is possible to suppress autonomous discharges (i.e., no discharge if no particle enters the counter tube). Each discharge stops after about 0.1 millisecond.

At this point, there is always approximately the same amount of charge flowing through the counter tube, irrespective of the number of primarily produced ions. In order to detect the signal, the short voltage drop over the resistor R (see Fig. 6) is measured rather effortlessly with an *electronic counter*. Since the counting tube can only register a new particle after a time of approximately 10^{-4} seconds, the maximum count rate obtainable in the Geiger plateau is also of the order of 10^4 s^{-1} .

The Geiger plateau begins at voltages of the order of 1000 V and is a few 100 V wide. It is expressed in the so-called *counter tube characteristic* (pulse rate with constant irradiation as a function of the voltage) through a correspondingly wide plateau. The small slope of some % per 100 V is due to the fact that as the voltage increases, an ever greater part of the counter tube volume becomes sensitive. If the voltage is increased even further, self-discharging occurs.

1.6 Different Units of Radiation and Biological Effects

Radiation which impinges on biological tissue is in general problematic and usually harms the tissue. The reason for this is that radiation loses energy in the tissue, and the deposited energy can affect the cell division or damage the DNA, such that e.g. cancer can develop. In order to quantify the effects of radiation on biological tissue, it is not sufficient to only indicate the number of incident particles, i.e., the activity, but other units are used, which is discussed in what follows.

The activity, which is the actual number of decays in a certain time interval, is measured in „Becquerel“ (Bq), which is number of decays per second:

$$1\text{Bq} = 1 \text{ Decay/s}$$

Die Aktivität ist die tatsächliche Anzahl Zerfälle in einem bestimmten Zeitintervall und wird in “Becquerel” (Bq) gemessen:

$$1\text{Bq} = 1 \text{ Zerfall/s}$$

Eine andere übliche Einheit ist die veraltete Einheit “Curie” (Ci), mit $1 \text{ Ci} = 3.7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$. Ein einfacher Zähl-detektor, wie in diesem Experiment benutzt, kann nicht zwischen einzelnen Typen von Strahlung unterscheiden. Wenn die Strahlung die Bedingungen des Detektors erfüllt, um ein Teilchen zu messen (d.h. eine bestimmte minimale Energie, eine bestimmte Energieabgabe im Detektor), wird der Detektor die Strahlung zählen.

Jedoch gibt eine Einheit, welche nur radioaktive Zerfälle zählt, keine Einsicht, wieviel Energie in einem bestimmten Volumen abgelagert wurde. Daher wird die Einheit “Gray” (Gy) benutzt, mit $1 \text{ Gy} = 1 \text{ J/kg}$, um die abgelagerte Energie zu quantifizieren. Da verschiedene Strahlungen jedoch verschiedene Weisen haben um Energie zu abzulagern und daher verschiedene biologische Effekte haben, ist das “Sievert” (Si) die wichtigste Einheit um diese Effekte zu beschreiben. Das Sievert wird zusammengesetzt aus der Energiedosis und einem Gewicht, welches den Effekt des zugehörigen Teilchens bestimmt. Dieses Gewicht wird “Strahlungs-Wichtungsfaktor” genannt und meist als W_R geschrieben.

Der Strahlungs-Wichtungsfaktor für Röntgenstrahlen, Gammastrahlen, Betaeilchen und Muonen ist 1. Für Neutronen schwankt er zwischen 5 und 20, wobei dies stark von der Energie der Neutronen abhängt. Für Protonen gilt $W_R = 5$ und für Alphateilchen und anderen schweren Kernen gilt $W_R = 20$.

Um die Rechnungen zu vereinfachen, nehmen sogenannte “Dosiskoeffizienten” all dies in Betracht. Zudem achten sie auch darauf, wie die Strahlung dem Körper zugeführt wird (z.B orale Aufnahme, Einatmung, etc.). Da jedes Nuklid Strahlung mit verschiedener Energie aussendet, geben die Dosiskoeffizienten die Umwandlung von Bq zu Sv für jedes Nuklid ². Einige Beispiele für Dosiskoeffizienten sind in Tabelle 2 angegeben. Man beachte den riesigen Unterschied zwischen den β -Strahlern und Americium, welches ein α -Strahler ist.

Sogar ohne künstlicher radioaktiven Quellen, sind wir täglich Strahlung ausgesetzt. Der vorherrschende Hintergrund ist Radon (ca. 3.2 mSv/Jahr), gefolgt von Strahlung aus medizinischen Gründen (ca. 1.2 mSv/Jahr). Insgesamt ist die jährliche mittlere Dosis in der Schweiz 5.5 mSv pro Person [2].

²Es gibt noch ausführlichere Koeffizienten, welche z.B berücksichtigen welches Gewebe oder Organ betroffen ist. Für die meisten Zwecke genügt es die Dosiskoeffizienten in den zugehörigen Tabellen nachzuschlagen.

Another common unit is the outdated unit “Curie” (Ci), with $1 \text{ Ci} = 3.7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$. A simple counting detector, such as the one used in the present experiment, cannot distinguish between the different types of radiation. As long as the radiation fulfils the detector’s requirement to be detected (i.e., a certain minimal energy, a certain energy deposition within the detector), the detector counts it.

But a unit which is only counting radioactive decays does not make a statement about the energy which has been deposited in a certain volume. Thus, when quantifying the deposited energy, the unit “Gray” (Gy) is used, with $1 \text{ Gy} = 1 \text{ J/kg}$. But because different radiation has different means of depositing energy, and thus different effects on (biological) material, the unit which actually matters when it comes to biological effects, is “Sievert” (Si). The Sievert is composed from the energy dose, weighted by a number quantifying the effect of the corresponding particle, which is called the “radiation weighting factor”, usually denoted W_R .

The radiation weighting factor for x-rays, gamma rays, beta particles and muons is 1. For neutrons, it strongly depends on their energy, and varies between 5 and 20. For protons we have $W_R = 5$, and for alpha particles and other heavy nuclei $W_R = 20$.

To simplify the calculations, the so-called “dose factor” takes all these factors into account, and additionally also the way of obtaining the radiation (e.g. oral incorporation, inhalation etc.). Additionally, because each nuclide emits radiation at different energies, the dose factor provides the conversion factor from Bq to Sv for each nuclide². Some example dose factors are listed in table 2. Note the huge difference between the β -emitters and americium, which is an α -emitter. Even without working with artificial radioactive sources, we are exposed to radiation everyday. The most dominant source of radiation is radon (ca. 3.2 mSv/year), followed by radiation due to medical reasons (1.2 mSv/year). In total, the average annual dose in Switzerland is 5.5 mSv per person [2].

²There are even more detailed factors, taking into account e.g. specific tissues or organs. However, for practical purposes, it is usually sufficient to look up the dose factors in corresponding tables.

Tabelle 2: Einige Beispiele für Dosiskoeffizienten, gegeben in [Sv/Bq]. Man beachte, dass ^{241}Am eine α -Quelle ist. / Some examples of dose coefficients, indicated in [Sv/Bq]. Note that ^{241}Am is an α -emitter.

	Einatmung / Inhalation	Aufnahme / Incorporation
^{18}F	$9.30 \cdot 10^{-11}$	$4.90 \cdot 10^{-11}$
^{32}P	$2.90 \cdot 10^{-9}$	$2.40 \cdot 10^{-9}$
^{90}Sr	$7.70 \cdot 10^{-8}$	$2.80 \cdot 10^{-8}$
^{90}Y	$1.70 \cdot 10^{-9}$	$2.70 \cdot 10^{-9}$
^{241}Am	$2.70 \cdot 10^{-5}$	$2.00 \cdot 10^{-7}$

2 Aufgaben

In diesem Experiment wird eine kommerzielle ^{90}Sr -Quelle benutzt. Es ist in einem kleinen metallischen Zylinder eingekapselt, welcher mit 0.1 mm Edelstahl bedeckt ist. Die Quelle ist dann in einer Schutzhülle aus Plexiglas unter dem Zählrohr eingebaut (siehe auch Fig. 7). Die Aktivität der Quelle soll in einer der Aufgabe bestimmt werden. Wir geben sie hier jedoch als Referenz an: 50-100 kBq.

1. Messen Sie die Eigenschaften des Zählrohrs und bestimmen Sie den Arbeitspunkt der Spannung (Geiger-Plateaubereich) V_S . Bestimmen Sie zusätzlich die Steigung des Plateaubereichs $\Delta N/\Delta V$.
2. Bestimmen Sie die gegenwärtige Aktivität der radioaktiven Quelle.
3. Berechnen Sie die benötigte Zeit, damit die Aktivität auf 10 kBq fällt. Welche war die Aktivität vor 70 Jahren und wie lange müssen Sie der nackten Quelle ausgesetzt sein, um die mittlere jährliche Dosis in der Schweiz zu erreichen (unter der Annahme von Aufnahme der Quelle).
4. Messen Sie die Zählrate N als Funktion der Dicke des Absorbermaterials x und bestimmen Sie die Absorptionskurve.
5. Anhand der Absorptionskurve, bestimmen Sie auf verschiedene Weisen das Maximum der β -Energie von ^{90}Y .

Achtung: Die hier benutzte Quelle ist eine *geschlossene* Quelle, bedeckt mit einer dünnen Metallschicht. Trotzdem, darf die Quelle nie berührt werden oder aus der Schutzhülle genommen werden. Im Falle einer (möglichen) Kontamination, verständigen Sie *sofort* den Assistenten oder das Helpdesk *ohne* die Kontamination weiter zu verbreiten!

2 Tasks

In this experiment, a commercial ^{90}Sr -source is used. It is encapsulated in a small metal cylinder, covered with 0.1 mm stainless steel. The source is then mounted in an acrylic glass shielding, below the counter tube (see also Fig. 7). The activity of the source should be determined in one of the tasks, but as reference value it is between 50 and 100 kBq.

1. Measure the counter tube characteristic and determine the working point voltage (Geiger plateau) V_S as well as the plateau slope $\Delta N/\Delta V$.
2. Determine the current activity of the radioactive source.
3. Calculate the time it takes for the activity to drop to 10 kBq, calculate what the activity was 70 years ago, and how long you have to be fully exposed to the pure, naked source to reach the average annual dose in Switzerland (assuming incorporation).
4. Measure the count rate N as a function of the absorber thickness x and determine the absorption curve.
5. From the absorption curve, determine the maximum β -energy of ^{90}Y in different ways.

Attention: The sample used here is a *closed* source with a thin layer of metal covering the radioactive material. Nevertheless, the sample must never be touched or removed from the shielding. In the event of (possible) contamination, inform the assistant or the helpdesk *immediately*, *without* further spreading the contamination!

3 Durchführung der Experimente

Die Messungen werden in einem geschlossenem Behälter durchgeführt. Der Versuchsaufbau wird in Fig. 7 gezeigt. Der Behälter darf *nicht* während dem Experiment geöffnet werden! Verschieden dicke Absorberblätter aus Aluminium können auf den Schieber gelegt werden. Der Absorber ist richtig positioniert falls eines der Enden des Schiebers mit der Oberfläche des Behälters übereinstimmt.

3 Conduction of the Experiment

The measurements are carried out in the closed container. The setup is shown in Fig. 7. The container must *not* be opened during the experiment! Absorber sheets made of aluminium of different thickness can be placed on a slider. The absorber is positioned correctly if one end of the slider coincides with the surface of the container.

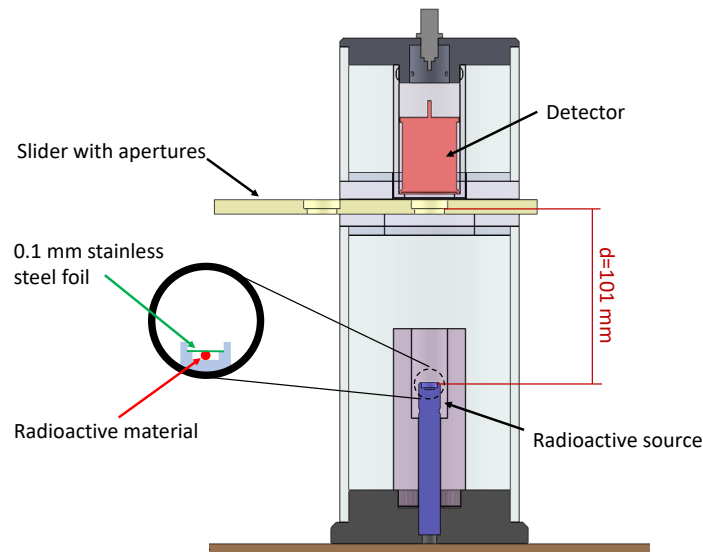


Fig. 7: Versuchsaufbau. Die radioaktive Quelle befindet sich in einer Schutzhülle aus Plexiglas unter dem Zählrohr. Der Schieber kann benutzt werden, um den Raumwinkel genau zu berechnen. Zusätzlich können die Absorberblätter in die zugehörigen Öffnungen gelegt werden. / Experimental setup. The radioactive source is located in a plastic shielding, below the counter tube. The slider allows for a precise calculation of the solid angle. Additionally, the absorber sheets can be put into the corresponding holes.

3.1 Eigenschaften des Zählrohrs

Der Schieber, welcher später dafür benutzt wird um die Aluminium-Absorber zu halten, wirkt als Blende. Die Anzahl gemessener radioaktiver Zerfälle $N(V)$ wird als Funktion der angelegten Spannung V (Schaltkreis gemäß Fig. 6) aufgezeichnet. Die Dauer t der Messung soll so gewählt werden, dass die Gewünschte Genauigkeit (z.B. 1%, siehe auch Abschnitt 4) erreicht wird. Starten Sie bei $V = 200$ V und erhöhen Sie die Spannung in 100 V Schritten. Die Spannung wird mit einem elektrostatischen Voltmeter gemessen. Für unsere Messungen muss das Zählrohr im Plateaubereich operiert werden. Der Arbeitspunkt der Spannung V_{ideal} sollte daher im Zentrum des Plateaus gewählt werden.

Plotten Sie N gegen V und fitten Sie eine Gerade auf die Zählrate im Plateaubereich, und geben Sie die Spannungsabhängigkeit der Zählrate $\Delta N/\Delta V$ an. Geben Sie an, ob ein kleineres $\Delta N/\Delta V$ zu einem besseren oder einem schlechteren Geigerzähler führt.

3.1 Counter Tube Characteristic

The slider, which later on serves to hold the absorbers, acts as an aperture. The number of counts $N(V)$, i.e. the number of registered radioactive decays is measured as a function of the applied voltage (circuit according to Fig. 6). The measurement time t should be chosen in order to obtain reasonable statistics (e.g. 1% accuracy, see also section 4). Start with $V = 200$ V and increase the voltage in steps of 100 V. The voltage is measured with an electrostatic voltmeter. Plot the number of detected counts as a function of the applied voltage. For our measurements, the counter tube must be operated in the Geiger plateau. The working point voltage V_{ideal} should therefore be chosen to be at the centre of the plateau.

Plot the count rate N as a function of the applied voltage V and fit a straight line in the plateau region. Also, indicate the voltage dependence of the count rate $\Delta N/\Delta V$.

Does a small $\Delta N/\Delta V$ yield a better or a worse detector?

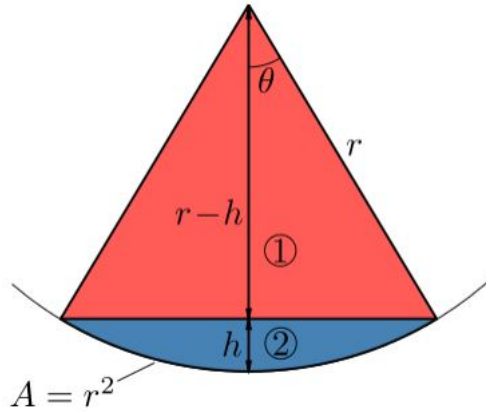


Fig. 8: Der Raumwinkel Ω eines Kegels mit Halbwinkel θ ist gegeben durch $\Omega = 4\pi \sin^2(\theta/2)$. Bei der Geometrie des Setups kann $h \approx 0$ angenommen werden. / The solid angle Ω of a cone with half angle θ is given by $\Omega = 4\pi \sin^2(\theta/2)$. For the present setup, the length h can be neglected: $h \approx 0$. Quelle / Source: https://en.wikipedia.org/wiki/Solid_angle

3.2 Aktivität der radioaktiven Quelle

Die *Aktivität* einer radioaktiven Quelle beschreibt die Anzahl der Zerfälle pro Sekunde. Als Einheit verwendet man *Becquerel* (Bq). Eine Quelle hat eine Aktivität von 1 Bq, wenn 1 Zerfall pro Sekunde stattfindet.

Um die Aktivität der Probe zu bestimmen, müssen wir erst die effektive Aktivität N_{eff} der β -Teilchen bestimmen, welche in den Detektor fliegen. Dazu wird die Anzahl gemessener Teilchen N in einer bestimmten Zeitspanne, z.B. $t = 60$ s, aufgenommen. Nun wird der 8 mm dicke Stahl-Schieber als Absorber benutzt um den Detektor komplett von der β -Strahlung abzuschirmen. Der Detektor ist also bloss noch der Hintergrundstrahlung ausgesetzt. Wir messen die Hintergrund-Zählrate N_{BG} und nehmen zusätzlich an, dass jedes Teilchen, welches auf den Detektor trifft, registriert wird. Die Effizienz des Detektors ist demnach 100%. Die effektive Aktivität N_{eff} der radioaktiven Quelle ist gegeben durch $N_{\text{eff}} = N - N_{\text{BG}}$.

Wir gehen davon aus, dass die radioaktive Quelle gleichmässig in alle Raumrichtungen strahlt. Der Detektor erfasst jedoch nur einen Bruchteil der Strahlung, weil er nicht alle Richtungen rund um die Quelle abdecken kann. Wir nennen diesen Bruchteil der abgedeckten Richtungen die Akzeptanz ε des Detektors. Die Akzeptanz liegt zwischen null und eins, $0 \leq \varepsilon \leq 1$. Um die Akzeptanz zu berechnen, können wir das Konzept des *Raumwinkels* Ω verwenden: Der Raumwinkel Ω ist die Teilfläche A einer Kugeloberfläche mit Radius r , dividiert durch r^2 :

$$\Omega = \frac{A}{r^2}$$

Der volle Raumwinkel Ω_{max} (sprich alle Richtungen) ist $\Omega_{\text{max}} = 4\pi$. Der Raumwinkel Ω eines Kegels mit Halbwinkel θ (siehe Abbildung 8) ist gegeben durch

$$\Omega = 4\pi \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right).$$

3.2 Activity of the Source

The term *activity* of a radioactive source describes the number of decays per second. The units of the activity is *Becquerel* (Bq). A source has an activity of 1 Bq, if there is 1 decay per second.

In order to determine the activity of the sample, we first have to determine the effective activity N_{eff} of the β -particles which enter the detector. To do so, the total counts in a certain time interval, e.g. 60 seconds, is recorded, and we call it N . Then, the thick 8 mm steel slider is used to shield the detector completely from the β -radiation. The detector now only counts background radiation. We denote the background count rate with N_{BG} . We further assume that every particle hitting the detector is registered, thus the responsivity of the detector is 100%. The effective activity N_{eff} of the source is then $N_{\text{eff}} = N - N_{\text{BG}}$. We assume that the radioactive source radiates evenly in all directions in space. However, the detector only detects a fraction of the radiation because it cannot cover all directions around the source. We call this fraction of the covered directions the acceptance ε of the detector. The acceptance is between zero and one, $0 \leq \varepsilon \leq 1$.

To calculate the acceptance we can use the concept of *solid angle* Ω : The solid angle Ω is the subarea A of a sphere surface with radius r , divided by r^2 :

$$\Omega = \frac{A}{r^2}$$

The full solid angle Ω_{max} (i.e. all directions) is $\Omega_{\text{max}} = 4\pi$. The solid angle Ω of a cone with half angle θ (see figure 8) is given by

$$\Omega = 4\pi \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right).$$

Since the source radiates evenly in all spatial directions, the acceptance ε is given by $\varepsilon = \Omega/4\pi = \sin^2(\theta/2)$.

Da die Quelle in alle Raumrichtungen gleichmäßig strahlt, ist die Akzeptanz ε gegeben durch $\varepsilon = \Omega/4\pi = \sin^2(\theta/2)$.

Die punktförmige Quelle ist $d = 101$ mm von der Stahlblende entfernt (siehe auch Fig. 7. Messen Sie den Radius r der Stahlblende und bestimmen Sie damit den Halbwinkel des Kegels θ sowie die Akzeptanz ε .

Zusammen mit N_{eff} , erlaubt dieser Wert die Berechnung der gegenwärtigen Aktivität der Quelle. Man beachte jedoch, dass einige Elektronen die dünne Stahlschicht vor der Quelle nicht durchdringen. Wir korrigieren dafür wie im Folgendem beschrieben:

The point-like source is $r = 101$ mm away from the aperture of the steel slider (see also figure 7. Measure the radius r of the aperture in the slider in order to determine the half angle of the cone θ and the acceptance ε .

Together with N_{eff} , this value allows you to calculate the current activity of the source. Note, however, that some electrons do not penetrate the thin steel layer in front of the source. We correct for this as described below:

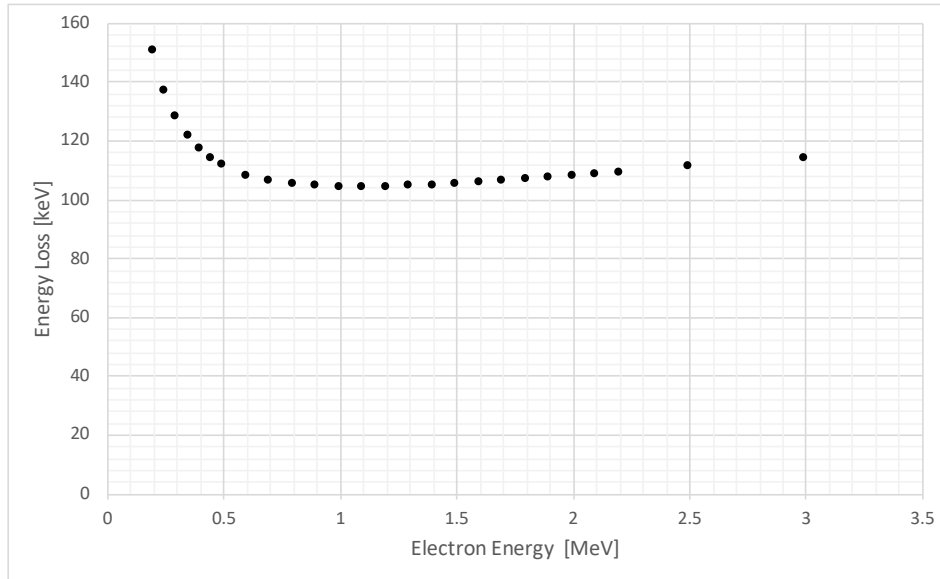


Fig. 9: Energieverlust von Elektronen in 0.1 mm Edelstahl als Funktion der Elektronenenergie. Man sieht, dass Elektronen mit Energien von 0.2 MeV ungefähr 150 keV ihrer Energie in der Stahlschicht verlieren. Diese Elektronen haben dann so tiefe Energien, dass sie in guter Näherung nicht vom Detektor gezählt werden. / energy loss of electrons for 0.1 mm stainless steel, as function of electron energy. It can be seen that electrons with an energy of 0.2 MeV lose 150 keV of their energy in the steel cover. These electrons have then so low energies that it is a good approximation to assume they are not counted by the detector.

In Fig. 9 wird der Energieverlust von Elektronen in 0.1 mm Edelstahl als Funktion der Elektronenenergie gegeben. Wie man sieht, kann in guter Näherung angenommen werden, dass alle Elektronen mit Energien unter 0.2 MeV die dünne Stahlschicht nicht durchdringen. Anhand von Simulationen³ bestimmt man, dass ungefähr 55% aller Elektronen aus ^{90}Sr -Zerfällen den Detektor nicht erreichen, obwohl sie aufgrund rein geometrischen Überlegungen auf den Detektor auftreffen müssten. Analog dazu gilt, dass 10% aller Elektronen aus ^{90}Y -Zerfällen den Detektor nicht erreichen.

Da die Halbwertszeit von ^{90}Sr um ein vielfaches länger ist als jene von ^{90}Y , können wir von einem Doppelzerfall sprechen. Wenn ein Strontiumatom zerfällt, zerfällt auch gleich im Anschluss ein Yttriumatom. Wenn die Quelle also 100 Beta-Teilchen ausstrahlt,

In Fig. 9, the electron energy loss in 0.1 mm stainless steel is given as function of electron energy. As can be seen, it is a good approximation that all electrons with energies below 0.2 MeV cannot penetrate the thin steel window. From simulations³, this amounts to about 55% of all electrons emitted by the decay of ^{90}Sr that do not reach the detector, which - from geometrical considerations - would have reached the detector if the foil was not present. Analogously, 10% of all electrons emitted by the decay of ^{90}Y do not reach the detector, although their geometric trajectories would meet the detector.

Since the half-life of ^{90}Sr is many times longer than that of ^{90}Y , we can speak of a double decay. If a strontium atom decays, an yttrium atom decays basically immediately afterwards. So if the source emits 100 beta particles, an average of 50 would come from a strontium decay and 50 from an yttrium decay.

³Aus RADAR-Daten [4], wurde das Energiespektrum von ^{90}Sr und ^{90}Y berechnet. Der Anteil Elektronen mit Energien unter 0.2 MeV wurde dann durch Integration angenähert.

³From RADAR-data [4], the energy spectrum of ^{90}Sr and ^{90}Y was calculated. Then, the fraction of electrons with energies below 0.2 MeV was approximated by integration.

so stamme im Schnitt 50 von einem Strontium-, und 50 von einem Yttrium-Zerfall.

3.3 Berechnung der Aktivität und Dosis

Radioaktive Zerfallsprozesse sind exponentieller Natur. Die Anzahl Atome $n(t)$ nimmt exponentiell ab $n(t) = n_0 e^{-t/\tau}$. Wir nennen τ die Lebensdauer, oder auch $1/e$ -Zeit, da nach einer Zeit $t = \tau$ noch n_0/e Atome vorhanden sind.

- a) Berechnen Sie die $1/e$ -Zeiten von Sr und Y aufgrund der Halbwertszeiten.

Bei exponentiellen Prozessen ist die Änderung der Anzahl Atome $\partial n/\partial t$ und somit die Aktivität proportional zu der Anzahl Atome, $\partial n/\partial t \propto n$. Die Aktivität $A(t)$ nimmt also auch exponentiell ab $A(t) = A_0 e^{-t/\tau}$.

- b) Berechnen Sie aufgrund der gemessenen heutigen Aktivität A_0 der radioaktiven Quelle wie lange es dauern wird, bis die Aktivität auf $A = 10$ kBq gesunken ist.

Selbst wenn wir nicht direkt mit radioaktiven Quellen in Kontakt kommen, sind wir ständig einer gewissen Hintergrundstrahlung ausgesetzt. Diese Strahlung stammt unter anderem von kosmischen Quellen und radioaktiven Elementen in der Luft, wie zum Beispiel Radon. In der Schweiz beträgt die mittlere jährliche Strahlendosis $S = 5.5$ mSv.

- c) Berechnen Sie, wie lange es dauert bis die jährliche Strahlendosis von 5.5 mSv erreicht wird, falls man die radioaktive Quelle des Experiments ohne Stahlfilm komplett verschluckt, also aufnimmt.

Verwenden Sie dazu die Dosisfaktoren von Tabelle 2. Es kann angenommen werden, dass die Dosiskoeffizienten die Einheit Sv/count anstatt Sv/Bq haben. Da ^{90}Y eine viel kürzere Halbwertszeit als ^{90}Sr hat, kann angenommen werden, dass die Aktivitäten identisch sind.

3.4 Absorptionskurve

Es soll die maximale Energie der Beta-Teilchen, E_{\max} , bestimmt werden. Je höher die Energie der Teilchen, umso dickere Schichten können sie durchdringen. Abbildung 4 zeigt, wie viel Energie benötigt wird, um eine gewisse Dicke zu durchdringen. Genauer: Weil die Dichte des Materials ebenfalls von grosser Bedeutung für die Reichweite der Teilchen im Material ist, wird die Reichweite als Funktion des Distanz-Dichte-Produktes angegeben.

Legen Sie Aluminiumplatten verschiedener Dicken x in die Stahlblende und messen Sie die Zählrate N über eine Zeitspanne von zum Beispiel $t = 60$ s. Berechnen Sie anschliessend für jede Messung das Produkt Dichte mal Dicke ρx , wobei die Dichte von Aluminium $\rho = 2.69 \text{ g cm}^{-3}$ beträgt. Die Dicke der

3.3 Activity and Dose Calculations

Radioactive decay processes are exponential in character. The number of atoms $n(t)$ decreases exponentially $n(t) = n_0 e^{-t/\tau}$. We call τ the lifetime, or $1/e$ -time, because after a time $t = \tau$ there are still n_0/e atoms present.

- a) Calculate the $1/e$ times of Sr and Y based on the half-lives.

In exponential processes the change of the number of atoms $\partial n/\partial t$, and thus the activity, is proportional to the number of atoms, $\partial n/\partial t \propto n$. The activity $A(t)$ therefore also decreases exponentially $A(t) = A_0 e^{-t/\tau}$.

- b) Based on the measured current activity A_0 of the radioactive source, calculate how long it will take until the activity has decreased to $A = 10$ kBq.

Even when we do not come into direct contact with radioactive sources, we are constantly exposed to a certain amount of background radiation. This radiation comes from cosmic sources and radioactive elements in the air, such as radon. In Switzerland, the average annual radiation dose is $S = 5.5$ mSv.

- c) Calculate how long it takes to reach the annual radiation dose of 5.5 mSv if the radioactive source of the experiment is swallowed (i.e., incorporated) completely without the steel film.

Use the dose factors from table 2. It can be assumed that the dose coefficients have the unit Sv/count instead of Sv/Bq . Since ^{90}Y has a much shorter half-life than ^{90}Sr , it can be assumed that the activities are identical.

3.4 Absorption Curve

The maximum energy of the beta particles, E_{\max} , shall be determined in this task. The higher the energy of the particles, the thicker layers they can penetrate. Figure 4 shows how much energy is needed to penetrate a certain material thickness. More precisely: Since the density of the material is also of great importance for the range of the particles in this material, the range is given as a function of the distance-density product.

Place aluminum plates of different thicknesses x in the steel slider and measure the count rate N over a period of time, for example $t = 60$ s. Then calculate for each measurement the product density times thickness ρx , where the density of aluminum $\rho = 2.69 \text{ g cm}^{-3}$. The thickness of the aluminum platelets is measured with the caliper. Subtract the background from the measured count rate N to obtain N_{eff} and calculate the effective activity. From

Aluminiumplättchen ist mit der Schieblehre zu messen. Subtrahieren Sie von der gemessenen Zählrate N den Hintergrund, um N_{eff} zu erhalten und berechnen Sie die effektive Aktivität. Lesen Sie zudem aus Abbildung 4 den Energieverlust $E(x)$ ab, den die Elektronen beim Durchqueren der jeweiligen Absorberplättchen erfahren.

Nachdem Sie Messungen für verschiedene Plattendicken x vorgenommen haben, sollen Sie die Resultate grafisch darstellen. Fertigen Sie dazu einen Plot mit dem Logarithmus der Aktivität $\ln(N/t)$ auf der y-Achse und der Plattendicke x auf der x-Achse an. Wir erwarten, dass zunächst die Aktivität abnimmt, da Elektronen mit weniger Energie den Detektor nicht mehr erreichen, bis schliesslich die Aktivität abflacht und dem Hintergrundwert gleichkommt, wie dies schematisch in Abbildung 10 gezeigt wird.

- a) Bestimmen Sie von Auge, bei welcher Dicke x_{max} die Kurve abflacht. Die Energie bei dieser Dicke entspricht der maximalen Energie der Elektronen E_{max} .

Beim Durchdringen der Stahlfolie rund um die radioaktive Quelle verlieren die Elektronen bereits an Energie.

- b) Bestimmen Sie diesen Energieverlust anhand von Abbildung 9.
- c) Berechnen Sie die maximale Energie direkt in der Quelle $E_{\text{max Quelle}}$.

Fitten Sie nun die ersten Messwerte, bei denen die Aktivität über dem Hintergrund lag, also jene mit $x < x_{\text{max}}$, mit einer Geraden. Die Steigung dieser Geraden entspricht μ aus Gleichung 3, $N(x) = N_0 e^{-\mu x}$.

- d) Geben Sie die Steigung μ an und berechnen Sie die maximale Energie der Elektronen E_{max} anhand von Gleichung 4, $\mu = 17\rho/(E_{\text{max}})^{1.43}$. Auch hier messen wir die Energie nach der Stahlfolie, die die Quelle umgibt.
- e) Berechnen Sie die maximale Energie bei der Quelle basierend auf der Messung der Steigung.

Somit haben wir nun die maximale Energie der Elektronen auf zwei unabhängige Methoden gemessen.

3.5 Berechnung von E_{max} für Studierende des Departements Physik

Ein besseres Ergebnis kann mit Gleichung 5 erreicht werden. Zuerst korrigieren wir für den Hintergrund: Subtrahieren Sie N_{BG} von N : $N_{\text{eff}} = N - N_{BG}$. Zeichnen Sie nun N_{eff} als Funktion von $E_{\text{max}} - E$ auf einer doppel-logarithmischen Skala (siehe Skizze in Abb. 11 (links)). Wir benutzen für E_{max} den in der vorherigen Aufgabe gefundenen Wert).

Bestimmen Sie n aus Gleichung 5 anhand der mittleren Steigung. Zeichnen Sie $(N_{\text{eff}})^{1/n}$ als Funktion

figure 4 you should also read the energy loss $E(x)$ that the electrons experience when passing through the respective absorber platelets.

After you have made measurements for different platelet thicknesses x , you should display the results graphically. To do this, make a plot with the logarithm of the activity $\ln(N/t)$ on the y-axis and the plate thickness x on the x-axis. We expect the activity to decrease at first, because electrons with less energy do not reach the detector, until finally the activity flattens and equals the background value, as shown schematically in figure 10.

- a) Determine from eye at which thickness x_{max} the curve flattens. The energy at this thickness corresponds to the maximum energy of the electrons E_{max} .

When penetrating the steel foil around the radioactive source, the electrons already lose energy.

- b) Determine this energy loss using Figure 9.
- c) Calculate the maximum energy of the electrons directly in source $E_{\text{max source}}$.

Now, fit the first few values (where the activity was above the background, i.e. those with $x < x_{\text{max}}$) with a straight line. The slope of this line corresponds to μ from equation 3, $N(x) = N_0 e^{-\mu x}$.

- d) Enter the slope μ and calculate the maximum energy of the electrons E_{max} using equation 4, $\mu = 17\rho/(E_{\text{max}})^{1.43}$. Again, we measure the energy after the steel foil surrounding the source.
- e) Calculate the maximum energy at the source based on the measurement of the slope.

We have now determined the maximum energy of the electrons by two independent methods.

3.5 Determining E_{max} of ^{90}Y for physics students

A better result can be achieved by using equation 5. First, we subtract the background: Subtract N_{BG} from N : $N_{\text{eff}} = N - N_{BG}$. Plot N_{eff} as a function of $E_{\text{max}} - E$ in a double logarithmic scale (see sketch in Fig. 11 (left)). For E_{max} we use the value obtained before (method 1).

From the average slope, determine n in equation 5. Plotting $(N_{\text{eff}})^{1/n}$ as a function of E (Fig. 11 (right)) yields a better value for E_{max} (which is the intersection of the interpolation line with the abscissa).

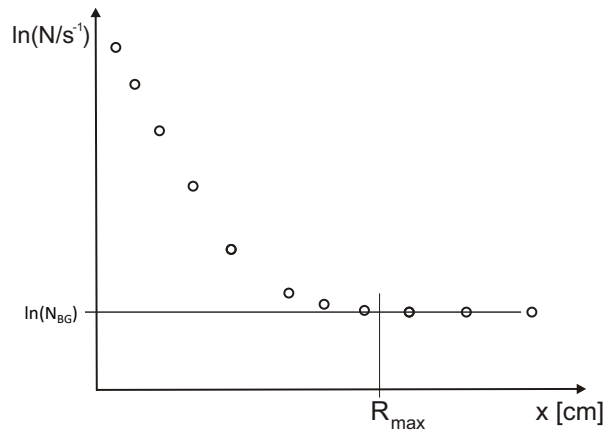


Fig. 10: Skizze mit Erklärung wie E_{\max} mit der ersten Methode gefunden werden kann. / Sketch explaining how to extract E_{\max} with the first method.

von E (siehe Abb. 11 (rechts)). Dies liefert ein besseres Ergebnis für E_{\max} (welches der Schnittpunkt der interpolierten Linie mit der Abszisse ist).

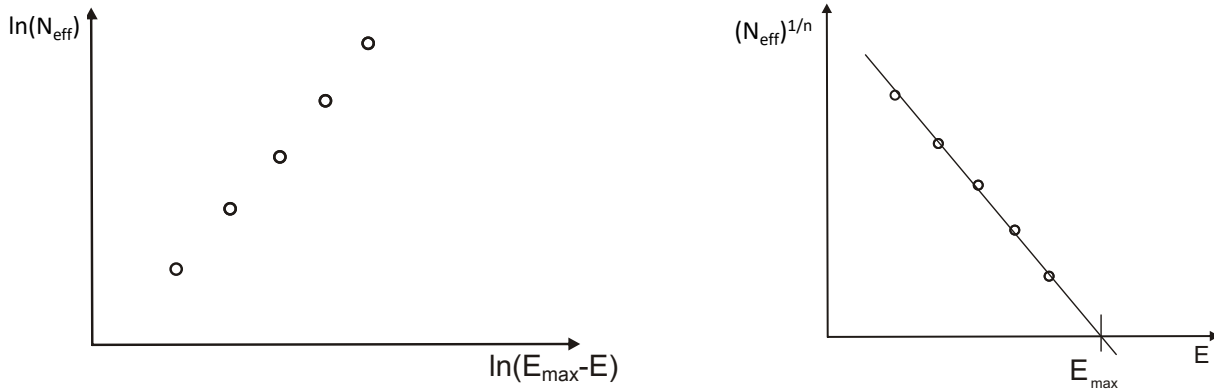


Fig. 11: Skizze mit Erklärung wie E_{\max} mit der zweiten Methode gefunden werden kann. / Sketch explaining how to extract E_{\max} with the second method

4 Statistische Betrachtungen

Die Messungen der Zählrate (Anzahl Zerfälle pro Sekunde) sind umso genauer, je länger die Messung dauert, d.h. je höher die Zahl gemessener Zerfälle ist. Welche ist nun die Unsicherheit für diese Messung? Es sei $\langle n \rangle$ die über eine lange Zeit gemittelte Zählrate. Falls wir mehrmals die Anzahl Zerfälle während einer bestimmten Zeit t zählen, so wird die Zählrate um den echten Wert schwanken. Diese Fluktuationen werden durch die *Poisson*-Verteilung beschrieben. Eine genauere Betrachtung der Poisson-Verteilung kann z.B. in [5] gefunden werden. Im Falle der Poisson-Verteilung ist die mittlere Unsicherheit $\langle \Delta n \rangle$ (Mittelwert vieler identischer Messungen):

$$\langle \Delta n \rangle = \sqrt{n},$$

wobei n die gemessene Zählrate in einer bestimmten Zeitspanne t ist.

Die relative Unsicherheit ist also:

4 Statistical considerations

The measurements of the count rate (number of decays per second) will become more and more accurate the longer the measurement lasts, i.e., the larger the number of measured counts is. What is now the uncertainty for such a measurement?

Assume that $\langle n \rangle$ is the count rate, averaged over a long time. If we count the detected events several times during t seconds, then the measured count rate will fluctuate around the true value. This fluctuation is described by the *Poisson*-distribution. A dedicated discussion of the Poisson distribution can be found e.g. in [5].

For the Poisson-distribution, the average uncertainty $\langle \Delta n \rangle$ (mean value of many identical measurements) is:

$$\langle \Delta n \rangle = \sqrt{n}$$

where n is the number of counts which are detected during the time interval t .

$$\frac{\langle \Delta n \rangle}{n} = \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

Wir sehen, dass wir ungefähr $n \approx 10^4$ Ereignisse zählen sollten, um eine Genauigkeit von 1 % zu erreichen.

5 Fragen für Studierende des D-PHYS

1. Beschreiben Sie die verschiedenen Bedienungsbereiche eines Gasdetektors. Welche Spannung sollte gewählt werden um den Detektor als Ionisationskammer, Proportionalkammer oder Geiger-Mueller Zählrohr zu benutzen?
2. Wodurch wird die Energieauflösung des Detektors bestimmt? Eine besonders gute Energieauflösung kann mit Halbleiterdetektoren erreicht werden. Warum? Wie funktionieren Szintillationszähler?
3. An welche anderen wichtigen Aspekte von Detektoren können Sie denken?
4. Wie kann eine räumliche Auflösung mit Zähl-detektoren erreicht werden?
5. Beta-Teilchen sind entweder negativ (=Elektronen) oder positiv (=Positronen) geladen. Wie werden Positronen heutzutage benutzt um Materialien zu untersuchen?
6. Können Neutronen auch via β -Strahlung zerfallen?
7. Was ist der Unterschied zwischen γ -Strahlen und Röntgenstrahlen?

The relative uncertainty will be

$$\frac{\langle \Delta n \rangle}{n} = \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

Thus, in order to reach a precision of 1 %, we should count up to $n \approx 10^4$ events.

5 Questions for physics students

1. Describe the various ranges of operation of a gas detector. Which voltage range should be chosen to operate the detector as ionisation chamber, proportional chamber or Geiger-Mueller counter tube?
2. What determines the energy resolution of the detector? A particularly good energy resolution can be achieved with semiconductor detectors. Why? How do scintillation detector work?
3. What other important aspects of detectors can you think of?
4. How can spatial resolution be achieved with counting detectors?
5. Beta particles are either negatively charged (=electrons) or positively charged (=positrons). How are positrons used nowadays to investigate and examine materials?
6. Are neutrons also subject to β -decays?
7. What is the difference between γ -rays and X-rays?

Literatur

- [1] SCHWEIZERISCHE STRAHLENSCHUTZVERORDNUNG DES BUNDES (StSV), *Version vom 26. April 2017, Stand 1. Februar 2019*
online: <https://www.admin.ch/opc/de/official-compilation/2017/4261.pdf>; Zugriff am 10. Januar 2020
- [2] HINTERGRUNDINFORMATION: ORTSDOSISLEISTUNG UND DOSIS, *Version vom 21. August 2015*
online: https://www.naz.ch/de/downloads/Factsheet_ODL_Dosis_de.pdf; Download am 10. Januar 2020
- [3] A SYSTEM FOR THE MEASUREMENT OF ELECTRON STOPPING POWERS: PROOF OF PRINCIPLE USING A PURE β -EMITTING SOURCE, *Radiation Physics and Chemistry*, **149**, 134-141 (2018), TIMOTHY ROY, FREDERIC TESSIER, MALCOM MCEWEN
- [4] BetaSpec.zip. DOWNLOAD AM 16. JANUAR 2020, von RADIATION DOSE ASSESSMENT RESOURCE (RADAR); <http://www.doseinfo-radar.com/RADARDecay.html>
- [5] PRACTICAL PHYSICS, G. L. Squires, 1985, (3rd edn). Cambridge: Cambridge University press.