

Versuch 53

Fluss durch ein poröses Medium

Experiment 53

Flow through porose Media

1 Versuchsziele

In diesem Experiment werden wir die gesättigte hydraulische Leitfähigkeit von porösen Medien messen. Die genaue Messung der gesättigten hydraulischen Leitfähigkeit ist nicht nur für die Schätzung des Wasserdurchflusses in gesättigten porösen Medien unerlässlich (alle Hohlräume sind mit Wasser gefüllt), sondern es ist auch wichtig, die Wasserdurchflussgeschwindigkeit für Bedingungen mit teilweise luftgefüllten Porenräumen zu modellieren. In diesem Versuch werden wir die gesättigte hydraulische Leitfähigkeit zunächst für gleichmäßig gepackte Säulen mit Glasperlen und dann für eine geschichtete Säule bestimmen.

1 Objectives

In this experiment we will measure the saturated hydraulic conductivity of porous media. Accurate measurement of saturated hydraulic conductivity is not only essential for estimating the water flow in saturated porous media (all voids are filled with water), it is also important to model the water flow velocity for conditions with partially air-filled pore spaces. In this lab we will determine the saturated hydraulic conductivity firstly for uniformly packed glass bead columns and then for a layered column.

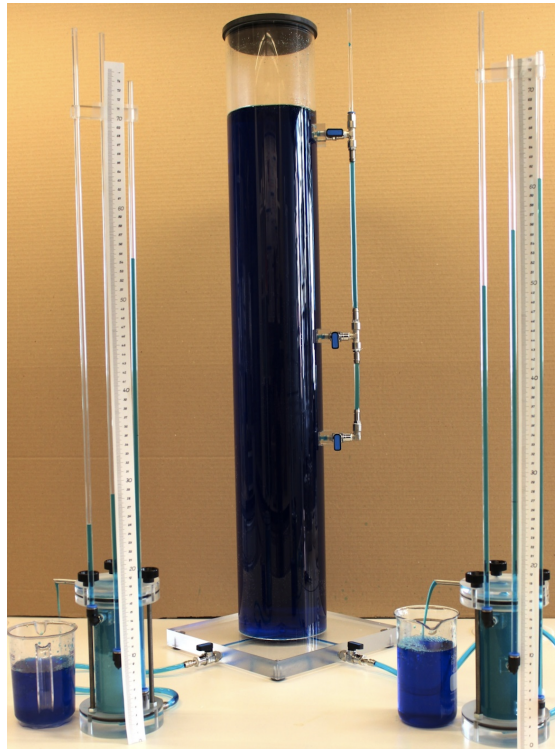


Figure 1: Experimenteller Aufbau zur Messung der gesättigten hydraulischen Leitfähigkeit K .

Figure 1: Experimental setup to measure saturated hydraulic conductivity K .

2 Grundlagen

2.1 Gesättigter kontinuierlicher Fluss durch eine gleichmäßige Probe

Die stark unregelmäßige Geometrie des Porenraums beeinflusst den Strom in einem porösen Medium. Da der Durchfluss nicht direkt auf der Porenskala beobachtet werden kann, wird er oft mit makroskopischen oder mittelnden Methoden beschrieben. Darcy's Gesetz ist die erste quantitative Beschreibung der Strömung durch ein poröses Medium, die vom französischen Ingenieur Henri Darcy (1856) vorgeschlagen wurde. Er fand heraus, dass die Strömung durch ein gesättigtes homogenes Medium aus

2 Theory

2.1 Saturated steady flow through uniform sample

The highly irregular geometry of the pore space controls the fluid flow in a porous medium. Because the flow cannot be observed directly at the pore scale, it is often described using macroscopic or averaging terms. Darcy's law is the first quantitative description of flow through a porous medium proposed by the French engineer Henri Darcy (1856). He found that the flow through a saturated homogeneous medium can be determined from the hydraulic head difference between the two ends of the column and

dem hydraulischen Gefälle zwischen den beiden Enden der Säule und der Länge der Säule bestimmt werden kann (siehe Abb.2):

$$q = \frac{W}{A} = \frac{V}{At} = -K \frac{\Delta H}{\Delta L} \quad (1)$$

wobei q die Wasserflussdichte ist (die Durchflussrate $Q = V/t$, die durch eine Querschnittsfläche A fließt), V das Flüssigkeitsvolumen, K ist eine Proportionalitätskonstante, bekannt als die gesättigte hydraulische Leitfähigkeit¹, und ΔH ist der Unterschied im hydraulischen Potential zwischen zwei Punkten, die durch einen Abstand ΔL getrennt sind.

Beachte, dass das hydraulische Gefälle ein Druck ist, der als Länge ausgedrückt wird, indem der Druck durch das Produkt aus Flüssigkeitsdichte und Schwerkraftbeschleunigung geteilt wird. Die gesättigte hydraulische Leitfähigkeit K hat die Dimension einer Länge über Zeit und hängt mit der Permeabilität κ des porösen Mediums (Dimension der Fläche) mit $K = \kappa \rho g / \nu$ zusammen, wobei g die Erdbeschleunigung, ρ die Flüssigkeitsdichte und ν die dynamische Viskosität ist. Im Gegensatz zur gesättigten hydraulischen Leitfähigkeit hängt die Permeabilität nur von der Geometrie des porösen Mediums ab und nicht von der Schwerkraftbeschleunigung oder den Fluideigenschaften.

the length of the column (see Fig.2):

$$q = \frac{W}{A} = \frac{V}{At} = -K \frac{\Delta H}{\Delta L} \quad (1)$$

where q is the water flux density (the discharge rate $Q = V/t$ flowing through a cross-sectional area A), V is the liquid volume, K is a proportionality constant known as the saturated hydraulic conductivity¹, and ΔH is the difference in hydraulic potential between two points separated by a distance ΔL .

Note that the head is a pressure expressed as length, by dividing the pressure with the product of liquid density and gravity acceleration. The saturated hydraulic conductivity K has dimension of length over time. The saturated hydraulic conductivity is related to the permeability κ of the porous medium (dimension of area) with $K = \kappa \rho g / \nu$, where g is gravity acceleration, ρ is liquid density and ν dynamic viscosity. In contrast to the saturated hydraulic conductivity, the permeability depends only on the geometry of the porous medium and not on gravity acceleration or fluid property.

¹Oft geschrieben K_s , um die Sättigung anzuzeigen.

¹Often written K_s to indicate saturation.

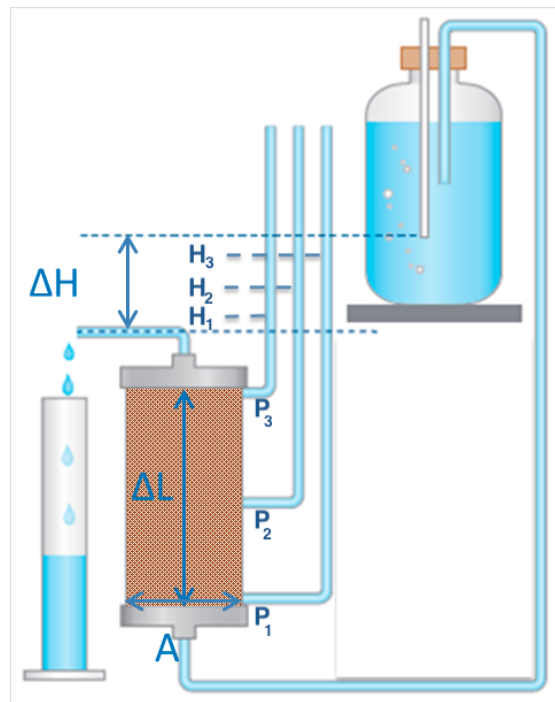


Figure 2: Der Wasserdurchfluss durch eine gleichmäßige Säule erfolgt durch die Druckkopfdifferenz, die durch die Höhendifferenz zwischen dem Probenauslass (Atmosphärendruck) und dem Lufteinlass einer Mariotte-Flasche aufrechterhalten wird. Beachten Sie, dass die Höhe des Wasserspiegels in den drei Piezometerröhren während des Prozesses unterschiedlich ist.

Figure 2: Water flow through a uniform column induced by pressure head difference maintained by the height difference between the sample outlet (atmospheric pressure) and air inlet of a Mariotte bottle. Note that the height of the water interface in the three piezometer tubes are different during the process.

2.2 Gesättigter, kontinuierlicher Fluss durch die geschichtete Probe

Der Durchfluss durch eine Bodensäule, die aus zwei verschiedenen Schichten besteht (Dicke L_1 und L_2 , siehe Abb. 3) und die gesättigten hydraulischen Leitfähigkeiten K_1 und K_2 können aus Messungen des hydraulischen Gefälles an verschiedenen Positionen in der Säule abgeleitet und mit einer effektiven gesättigten hydraulischen

2.2 Saturated steady flow through layered sample

Flow through a soil column consisting of two distinct layers (thickness L_1 and L_2 , see Fig. 3) and saturated hydraulic conductivities K_1 and K_2 can be derived from hydraulic head measurements at different positions in the column and represented with an effective saturated hydraulic conductivity K_{eff} . Flow rate q and effective saturated hydraulic conductivity K_{eff}

chen Leitfähigkeit K_{eff} dargestellt werden. Der Durchfluss q und die effektive gesättigte hydraulische Leitfähigkeit K_{eff} können wie folgt ermittelt werden: Nach einer gewissen Ausgleichszeit ist der Durchfluss durch die Säule konstant (sogenannte stationäre Strömungsverhältnisse) und der Durchfluss durch die beiden Schichten muss gleich sein. Sei H_1 der Wasserstand am Eingang der Säule, H_2 der Wasserstand an der Schnittstelle zwischen den beiden Schichten und H_3 der Wasserstand am Ausgang der Säule. Bei gleichmäßiger Strömung mit gleichem Fluss durch beide Schichten haben wir:

$$q = K_1 \frac{H_1 - H_2}{L_1} = K_2 \frac{H_2 - H_3}{L_2} \quad (2)$$

Auflösen nach H_2 ergibt zwei Gleichungen:

$$H_2 = H_1 - q \frac{L_1}{K_1} \quad (3)$$

$$H_2 = H_3 + q \frac{L_2}{K_2} \quad (4)$$

can be found as follows: After some equilibration time the flow through the column is constant (so-called steady-state flow conditions) and the flux through the two layers has to be equal. Let H_1 be the hydraulic head at the inlet of the column, H_2 the hydraulic head at the interface between the two layers, and H_3 the hydraulic head at the outlet end of the column. During steady flow with equal flux through both layers we have:

$$q = K_1 \frac{H_1 - H_2}{L_1} = K_2 \frac{H_2 - H_3}{L_2} \quad (2)$$

Solving for H_2 , we obtain two equations:

$$H_2 = H_1 - q \frac{L_1}{K_1} \quad (3)$$

$$H_2 = H_3 + q \frac{L_2}{K_2} \quad (4)$$

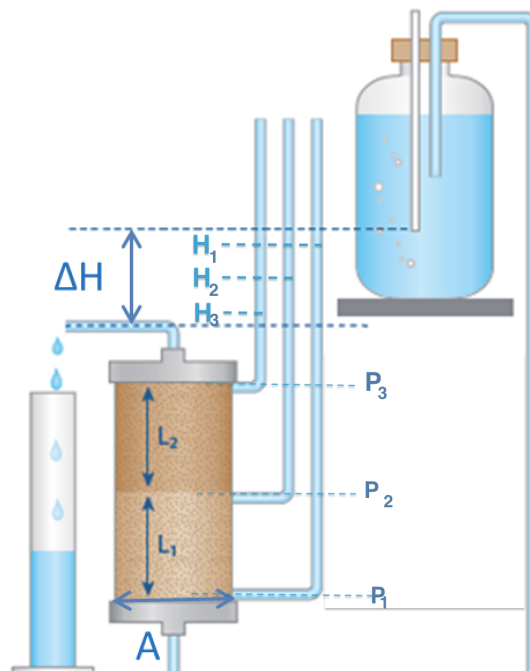


Figure 3: Der Wasserfluss durch eine zweischichtige Säule erfolgt durch die Druckdifferenz, die durch die Höhendifferenz zwischen dem Probenauslass (Atmosphärendruck) und dem Lufteinlass einer Mariotte-Flasche aufrechterhalten wird. Beachten Sie, dass die Höhe des Wasserspiegels in den drei Piezometerröhren während des Prozesses unterschiedlich ist.

Die Gleichungen (3) und (4) werden kombiniert, um eine Lösung für den Fluss in einer geschichteten Probe zu erhalten,

$$q = \frac{H_1 - H_3}{\frac{L_1}{K_1} + \frac{K_2}{K_2}} \quad (5)$$

Wenn wir eine effektive gesättigte hydraulische Leitfähigkeit für die Zweischichtsäule einführen, erhalten wir:

$$q = K_{\text{eff}} \frac{H_1 - H_3}{L_1 + L_2} = \frac{H_1 - H_3}{\frac{L_1}{K_1} + \frac{L_2}{K_2}} \quad (6)$$

und somit ergibt sich

$$K_{\text{eff}} = \frac{L_1 + L_2}{\frac{L_1}{K_1} + \frac{L_2}{K_2}} \quad (7)$$

3 Durchführung

Das Darcy-Gesetz kann verwendet werden, um die gesättigte hydraulische Leitfähigkeit K eines körnigen Mediums zu bestimmen, indem die hydraulische Druckdifferenz zwischen Ein- und Ausgang der Säule gemessen und die Wasserflussdichte (bezeichnet als Fluss q) durch die Säule gemessen wird. In diesem Versuch verwenden wir einen Versuchsaufbau wie in Abb. 4 gezeigt.

Wir halten ein konstantes hydraulisches Gefälle über die gesamte Säule aufrecht, indem wir das

Figure 3: Water flow through a two-layered column induced by pressure head difference maintained by the height difference between the sample outlet (atmospheric pressure) and air inlet of a Mariotte bottle. Note that the height of the water interface in the three piezometer tubes are different during the process.

Equations (3) and (4) are combined to obtain a solution for the flux in a layered sample,

$$q = \frac{H_1 - H_3}{\frac{L_1}{K_1} + \frac{K_2}{K_2}} \quad (5)$$

If we introduce an effective saturated hydraulic conductivity for the two-layer column, we obtain:

$$q = K_{\text{eff}} \frac{H_1 - H_3}{L_1 + L_2} = \frac{H_1 - H_3}{\frac{L_1}{K_1} + \frac{L_2}{K_2}} \quad (6)$$

Therefore we deduce effective saturated hydraulic conductivity for the two-layer column as

$$K_{\text{eff}} = \frac{L_1 + L_2}{\frac{L_1}{K_1} + \frac{L_2}{K_2}} \quad (7)$$

3 Experimental setup and procedure

Darcy's law can be used to determine the saturated hydraulic conductivity K of a granular medium by measuring the hydraulic head difference between inlet and outlet of the column and measuring the water flux density (denoted as flux q) through the column. In this lab session, we use an experimental setup as shown in Fig. 4.

We maintain a constant hydraulic head difference across the column established by con-

Ventil am Speicherturm steuern und warten, bis der Durchfluss konstant ist. In einer ersten Messung bestimmen wir die gesättigte hydraulische Leitfähigkeit K von zwei homogenen Säulen (gepackt mit groben oder feinen Glaskugeln). Dann messen wir die effektive gesättigte hydraulische Leitfähigkeit K_{eff} einer zweischichtigen Säule.

trolling the switches on the reservoir tower and wait until steady flow rate. In a first measurement, we determine the saturated hydraulic conductivity K of two homogeneous columns (packed with either coarse or fine glass beads) and then we measure the effective saturated hydraulic conductivity K_{eff} of a two-layered column.

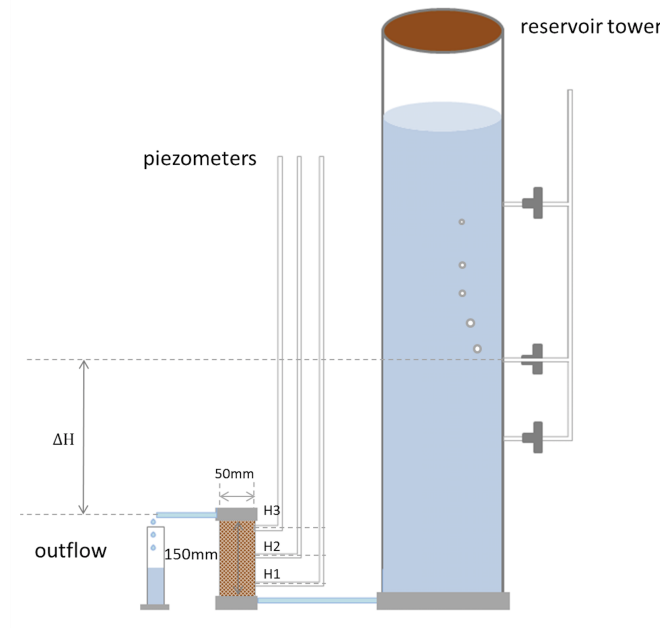


Figure 4: Schema des Versuchsaufbaus zur Messung der gesättigten hydraulischen Leitfähigkeit K , mit Angabe der Höhendifferenz zwischen dem geöffneten Ventil am Speicherturm und dem Probenausgang.

Figure 4: Schematic of the experimental setup to measure saturated hydraulic conductivity K , with denoting the height difference between the opened switch on the reservoir tower and the sample outlet.

3.1 Messung der gesättigten hydraulischen Leitfähigkeit K in homogenen Säulen

1. Messen Sie die Differenz der hydraulischen Druckhöhe ΔH am Ein- und Ausgang der Säule, d.h. messen Sie die Höhendifferenz zwischen dem geöffneten Ventil am Speicherturm und

3.1 Measurement of saturated hydraulic conductivity K in uniform columns

1. Measure the difference of the hydraulic head ΔH at the inlet and outlet of the column, i.e. measure the height difference between the opened switch on the reservoir tower and the position of the

der Position des Säulenauslaufrohres.

2. Lassen Sie das Wasser fließen und sammeln Sie es in einem Becherglas, bis ein stationärer Zustand erreicht ist (wenn die Höhe in den Piezometerröhren konstant wird).
3. Im stationären Zustand sammeln Sie den Abfluss in einem Messzylinder und messen Sie das Abflussvolumen ΔV während eines Zeitraums Δt .
4. Messen Sie das hydraulische Gefälle in den drei Piezometern (messen Sie von einer Referenzfläche, z.B. der Tischoberfläche, bis zur freien Wasseroberfläche im Piezometerrohr).
5. Schließen Sie das obere Ventil des Speicherturms, öffnen Sie das mittlere, warten Sie, bis die Luftblasen im Speicherturm wieder aufsteigen und wiederholen Sie die Schritte 1) bis 4).
6. Schließen Sie das mittlere Ventil des Speicherturms, öffnen Sie das untere, warten Sie, bis die Luftblasen im Speicherturm wieder aufsteigen und wiederholen Sie die Schritte 1) bis 4).

Hinweis: dieser Vorgang muss sowohl für grobe als auch für feine Medien durchgeführt werden.

3.2 Messung der effektiven, gesättigten Leitfähigkeit K_{eff} in einer Säule mit zwei Schichten

1. Verbinden Sie den Speicherturm mit dem unteren Eingang der Säule, öffnen Sie das obere Ventil am Speicherturm und lassen Sie die Säule von unten sättigen. Zur Messung von Durchfluss und Druckhöhendifferenz:

column outflow tube.

2. Let the water flow and collect it in a beaker glass until convergence to steady state is indicated (when the height in the piezometer tubes becomes constant).
3. In steady state, collect the outflow into a graduated cylinder and measure the outflow volume ΔV during a time period Δt .
4. Measure the hydraulic heads in the three piezometers (measure from a reference surface (e.g. the desk surface) to the free water surface within the piezometer tube).
5. Close the top switch of the reservoir tower, open the middle one, wait till air bubbles start to rise again in the reservoir tower and repeat procedures 1) to 4).
6. Close the middle switch of the reservoir tower, open the low one, wait till air bubbles start to rise again in the reservoir tower and repeat procedures 1) to 4).

Note that this procedure must be carried out for both (coarse and fine) media

3.2 Measurement of effective saturated hydraulic conductivity K_{eff} in a two-layer column

1. Connect the reservoir tower to the bottom inlet of the column, open the top switch on the reservoir tower and let the column saturate from below. For measuring flow and pressure head difference:

2. Messen Sie den Durchmesser der Säule und die Packungslänge beider Materialien.
 3. Messen Sie die Differenz des Hydraulikkopfes ΔH am Ein- und Ausgang der Säule, d.h. messen Sie die Höhendifferenz zwischen dem geöffneten Ventil am Speicherturm und der Position des Säulenauslaufrohres.
 4. Lassen Sie das Wasser fließen und sammeln Sie es in einem Becherglas, bis die Konvergenz in den stationären Zustand angezeigt wird (wenn die Höhe in den Piezometerrohren konstant wird).
 5. Im stationären Zustand sammeln Sie den Abfluss in einen Messzylinder und messen Sie das Abflussvolumen ΔV während eines Zeitraums Δt .
 6. Messen Sie die Hydraulikköpfe in den drei Piezometern (messen Sie von einer Referenzfläche (z.B. der Tischoberfläche) bis zur freien Wasseroberfläche im Piezometerrohr).
 7. Schließen Sie das obere Ventil des Speicherturms, öffnen Sie das mittlere, warten Sie, bis die Luftblasen im Speicherturm wieder aufsteigen und wiederholen Sie die Schritte 4) bis 6).
 8. Schließen Sie das mittlere Ventil des Speicherturms, öffnen Sie das untere, warten Sie, bis die Luftblasen im Speicherturm wieder aufsteigen und wiederholen Sie die Schritte 4) bis 6).
2. Measure the column's diameter and the packing length of both materials.
 3. Measure the difference of the hydraulic head ΔH at the inlet and outlet of the column, i.e. measure the height difference between the opened switch on the reservoir tower and the position of the column outflow tube.
 4. Let the water flow and collect it in a beaker glass until convergence to steady state is indicated (when the height in the piezometer tubes becomes constant).
 5. In steady state, collect the outflow into a graduated cylinder and measure the outflow volume ΔV during a time period Δt .
 6. Measure the hydraulic heads in the three piezometers (measure from a reference surface (e.g. the desk surface) to the free water surface within the piezometer tube).
 7. Close the top switch of the reservoir tower, open the middle one, wait till air bubbles start to rise again in the reservoir tower and repeat procedures 4) to 6).
 8. Close the middle switch of the reservoir tower, open the low one, wait till air bubbles start to rise again in the reservoir tower and repeat procedures 4) to 6).

4 Aufgaben

1. Befolgen Sie die oben beschriebenen experimentellen Richtlinien.

4 Tasks

1. Follow the experimental guidelines described above.

2. Berechnen Sie die gesättigte hydraulische Leitfähigkeit K für das Grob- und Feinmaterial aus den gleichmäßig gepackten Kolonnen mit Darcy's Gesetz (Gl. 1) unter Verwendung des hydraulischen Gefälles ΔH , gemessen zwischen Speicherturm und Kolonnenauslass. Überprüfen Sie außerdem, ob Sie den gleichen Wert erhalten können, indem Sie K aus der beobachteten hydraulischen Kopfdifferenz zwischen den verschiedenen Piezometern berechnen.
3. Bestimmen Sie die Permeabilität beider Medien.
4. Berechnen Sie die effektive gesättigte hydraulische Leitfähigkeit K_{eff} der geschichteten Säule nach Darcy's Gesetz (1) unter Verwendung der hydraulischen Kopfdifferenz ΔH , gemessen zwischen Speicherturm und Säulenausgang.
5. Berechnen Sie die effektive gesättigte hydraulische Leitfähigkeit K_{eff} der geschichteten Säule gemäß Gl. 7 und vergleichen Sie diesen Wert mit Ihrer gemessenen gesättigten hydraulischen Leitfähigkeit der geschichteten Säule.
2. Compute the saturated hydraulic conductivity K for the coarse and fine material from the uniformly packed columns with Darcy's law (eq. 1) using the hydraulic head difference ΔH measured between reservoir tower and column outlet. In addition, check if you can get the same value by computing K from the observed hydraulic head difference between the different piezometers.
3. Determine the permeability of both media.
4. Compute the effective saturated hydraulic conductivity K_{eff} of the layered column with Darcy's law (1) using the hydraulic head difference ΔH measured between reservoir tower and column outlet.
5. Compute the effective saturated hydraulic conductivity K_{eff} of the layered column according to eq. 7 and compare this value with your measured saturated hydraulic conductivity of the layered column.

Anmerkung

Für die Temperaturabhängigkeit der Viskosität ν [Pa s] von Wasser als Funktion der Temperatur T [K] gilt

$$\nu = A \times 10^{B/(T-C)},$$

mit $A = 2.414 \cdot 10^{-5}$ Pa s; $B = 247.8$ K; und $C = 140$ K.

Remark

The temperature dependence of the viscosity ν [Pa s] of water as a function of temperature T [K] is

$$\nu = A \times 10^{B/(T-C)},$$

where $A = 2.414 \cdot 10^{-5}$ Pa s; $B = 247.8$ K; and $C = 140$ K.

References

- [1] Hillel, D. 1980. *Fundamentals of Soil Physics*. Academic Press, San Diego, CA.
- [2] Jury, W.A., W.R. Gardner, and W.H. Gardner 1991. *Soil Physics*. John Wiley and Sons, New York, NY.
- [3] Or D., J.M. Wraith, and M. Tuller. 2004. *Vadose Zone Hydrology*.