

07. Innere Kräfte in Flüssigkeiten - Internal forces in fluids

1 Grundlagen

1.1 Der Zähigkeitskonstanten η

Während die Reibung zwischen festen Körpern physikalisch schwer zu verstehen ist, ergeben sich für die in Flüssigkeiten auftretende sog. **innere Reibung** einfache Gesetzmässigkeiten. Wird, wie in Abb. 1 dargestellt ist, eine ebene Platte der Fläche F in einem mit Flüssigkeit gefüllten Gefäss mit der **konstanten und hinreichend kleinen Geschwindigkeit** v_0 senkrecht nach oben bewegt, so ist dazu eine **Kraft** K notwendig, welche zur Geschwindigkeit proportional ist:

$$K = \alpha v_0. \quad (1)$$

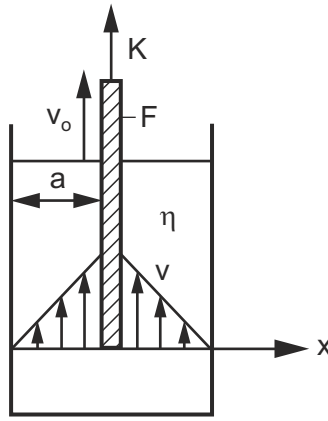


Fig. 1: Bewegte Platte in einer Flüssigkeit / Moving sheet in a fluid.

Durch die zu K entgegengesetzt gleiche Kraft $-K$ wird die Platte gebremst. Diese nennt man **Reibungswiderstand**. Es zeigt sich, dass die Proportionalitätskonstante α von der Fläche F der Platte, ihrem Abstand a von den Gefässwänden und einer für jede Flüssigkeit charakteristischen Grösse η , der sog. **Zähigkeitskonstanten**, abhängt. η wird auch als Koeffizient der inneren Reibung oder als Viskosität bezeichnet. Es gilt:

$$\alpha = \eta \frac{F}{a},$$

und somit

$$K = \eta \frac{F}{a} v_0. \quad (2)$$

η ist eine **Materialkonstante**, sie hängt jedoch sehr stark von der **Temperatur** ab. Ihre **Dimension** ergibt sich im SI-System sofort aus Gleichung (2):

$$[\eta] = \text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}.$$

Die Masseinheit für η im SI-System ist $1 \text{ kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$. Vielfach wird die Zähigkeit noch in 'Poise' angegeben:

$$1 \text{ Poise} = 1 \text{ g cm}^{-1} \text{s}^{-1} = 0.1 \text{ kg m}^{-1} \text{s}^{-1}.$$

1 Basics

1.1 The coefficient of viscosity η

While friction between solid objects is physically difficult to understand, the equivalent in fluids, known as **internal friction**, follows simple laws. As illustrated in Fig. 1, a flat sheet with a surface F in a fluid-filled vessel, moving vertically upwards at a **constant and sufficiently small speed** v_0 , requires a **force** K to sustain its motion, which is proportional to the speed:

$$K = \alpha v_0. \quad (1)$$

In response to the force K , an equal and opposite force $-K$ slows down the sheet. This is called the **frictional resistance**. The proportionality constant α depends on the surface area of the sheet F , the distance a to the vessel walls, and a characteristic of every fluid: the so-called coefficient of viscosity η . η is also referred to as the **coefficient of internal friction** or 'coefficient of toughness'. The following applies:

$$\alpha = \eta \frac{F}{a},$$

and thus

$$K = \eta \frac{F}{a} v_0. \quad (2)$$

η is a **material constant**, very strongly dependent on the **temperature**. Its **dimension** in SI units is obtained from Equation (2):

$$[\eta] = \text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}.$$

The unit of measurement for η in SI units is $1 \text{ kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$. In older papers, the viscosity constant is still stated in units of 'Poise':

$$1 \text{ Poise} = 1 \text{ g cm}^{-1} \text{s}^{-1} = 0.1 \text{ kg m}^{-1} \text{s}^{-1}.$$

Da die Flüssigkeit sowohl an der Platte als auch an den Gefäßwänden haftet, entsteht in der Flüssigkeit durch die Bewegung der Platte ein **Geschwindigkeitsgefälle** dv/dx senkrecht zur Bewegungsrichtung. Da die Geschwindigkeit praktisch **linear** mit dem Abstand x abnimmt (Abb. 2), ist:

$$\frac{dv}{dx} = \frac{v_0}{a}.$$

d.h.

$$K = \eta \frac{dv}{dx} F. \quad (3)$$

K ist eine **Schubkraft** und liefert auf die Flächeneinheit bezogen eine **Schubspannung**.

$$\tau = \frac{dK}{dF} = \eta \frac{dv}{dx}.$$

Newton'sches Reibungsgesetz

Since the fluid adheres to the sheet and the vessel walls, a **velocity gradient** dv/dx is formed in the liquid perpendicular to the direction of travel.

In practice the velocity decreases **linearly** with distance x (Fig. 2):

$$\frac{dv}{dx} = \frac{v_0}{a}.$$

i.e.

$$K = \eta \frac{dv}{dx} F. \quad (3)$$

K is a **shear** and delivers a **shear stress** per unit area.

$$\tau = \frac{dK}{dF} = \eta \frac{dv}{dx}.$$

Newton's equation of friction

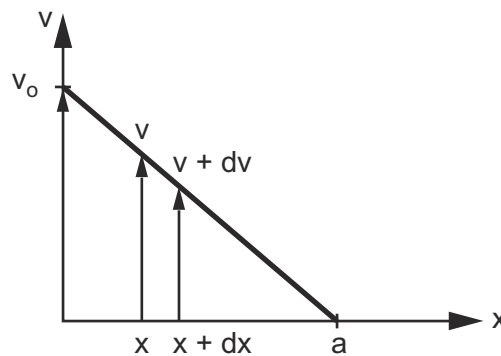


Fig. 2: Geschwindigkeitsverteilung / Velocity distribution.

1.2 Gesetz von Hagen-Poiseuille

Fließt eine Flüssigkeit infolge einer Druckdifferenz stationär durch eine Röhre, so bildet sich unter dem Einfluss der **inneren Reibung** eine bestimmte **Geschwindigkeitsverteilung** aus. Man denkt sich innerhalb der durch eine waagrechte Röhre mit kreisförmigem Querschnitt fließenden Flüssigkeit einen zylindrischen Flüssigkeitskörper vom Radius r und der Länge ℓ herausgegriffen (Abb. 3).

1.2 The Hagen-Poiseuille equation

A liquid, flowing through a tube due to a constant external pressure difference, acquires a particular **velocity distribution** due to the effect of **internal friction**. Within a horizontal, circular tube of radius R , one can consider a cylindrical volume of liquid of radius r and length ℓ (Fig. 3).

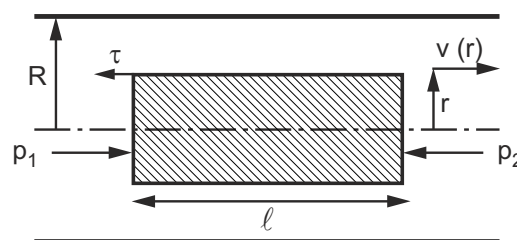


Fig. 3: Flüssigkeit im Rohr / Fluid in a pipe.

Im stationären Zustand ist die auf die Stirnfläche wirkende Druckkraft im **Gleichgewicht** mit dem von den Schubkräften auf den Zylindermantel aus-

In the stationary state (a velocity distribution unchanging with time), the forces due to pressure on the end faces are **in balance** with the shear forces

geübten **Widerstand**:

$$(p_1 - p_2)\pi r^2 = 2\pi r\ell\tau \quad \text{oder} \quad \tau = \frac{r}{2} \cdot \frac{p_1 - p_2}{\ell}.$$

Unter Berücksichtigung, dass $\frac{dv}{dr} < 0$ ist, gilt aber andererseits $\tau = -\eta \frac{dv}{dr}$ und somit

$$\frac{dv}{dr} = \frac{p_1 - p_2}{2\eta\ell} r.$$

Durch Integration ergibt sich für eine die Wand benetzende Flüssigkeit, für die also $v(R) = 0$ ist:

$$v(r) = \frac{p_1 - p_2}{4\eta\ell} (R^2 - r^2). \quad (4)$$

Somit besteht eine Geschwindigkeitsverteilung nach Art eines Rotationsparaboloids. Die grösste Geschwindigkeit v_0 tritt auf für $r = 0$, also in der Rohrachse. Das Volumen dieses Rotationsparaboloids, d.h. die **pro Zeiteinheit** durchströmende **Flüssigkeitsmenge** ist dann:

$$Q = \frac{R^2\pi v_0}{2} = \frac{R^2\pi}{2} \frac{p_1 - p_2}{4\eta\ell} R^2,$$

oder

$$Q = \frac{\pi}{8} \frac{p_1 - p_2}{\eta\ell} R^4. \quad (5)$$

Hagen-Poiseuille equation

Bei einem senkrecht stehenden Rohr tritt an Stelle der hydrostatischen Druckdifferenz $p_1 - p_2$ der Druck $p_1 - p_2 + \ell\rho g$ wo ρ die Dichte der Flüssigkeit und g die Erdbeschleunigung bedeuten. Auf Grund des Gesetzes von Hagen-Poiseuille lässt sich die Zähigkeit η einer Flüssigkeit einfach messen, indem man die Flüssigkeitsmenge bestimmt, welche pro Zeiteinheit durch ein senkrecht stehendes Rohr von bekannter Länge und Radius fliesst.

1.3 Theoretischer Exkurs: Freier Fall einer Kugel in einer zähen Flüssigkeit

Bei der Messung der Zähigkeit von sehr zähen Flüssigkeiten (Glyzerin, Paraffinöl, andere Öle) ergeben sich nach der soeben erwähnten Methode so grosse Ausflusszeiten, dass man mit Vorteil ein anderes Verfahren anwendet. Man ermittelt η dadurch, dass man in der zu untersuchenden Flüssigkeit kleine Kugeln fallen lässt und ihre **Fallgeschwindigkeit** misst. Infolge der inneren Reibung stellt sich nämlich nach kurzer Zeit eine **stationäre** Geschwindigkeit ein. Dies bedeutet, dass dann die Summe aller auf die Kugel wirkenden Kräfte Null ist.

Abbildung 4 zeigt die auf den Kugel wirken folgende Kräfte.

1. Das **Gewicht** G . Bedeutet r den Radius der

on the outside of the cylinder, exerted by the **resistance**:

$$(p_1 - p_2)\pi r^2 = 2\pi r\ell\tau \quad \text{or} \quad \tau = \frac{r}{2} \cdot \frac{p_1 - p_2}{\ell}.$$

Taking into account that $\frac{dv}{dr} < 0$, and that $\tau = -\eta \frac{dv}{dr}$ applies, we find that

$$\frac{dv}{dr} = \frac{p_1 - p_2}{2\eta\ell} r.$$

By integrating with respect to r , and taking into account that if the walls are wet by the liquid then $v(R) = 0$, we obtain:

$$v(r) = \frac{p_1 - p_2}{4\eta\ell} (R^2 - r^2). \quad (4)$$

Thus, the velocity distribution forms a parabolic surface, circularly symmetric around the tube axis. The largest velocity v_0 is at $r = 0$, along the tube axis. The volume of this parabolic surface, i.e. the **volume of liquid flowing per unit time**, is then:

$$Q = \frac{R^2\pi v_0}{2} = \frac{R^2\pi}{2} \frac{p_1 - p_2}{4\eta\ell} R^2,$$

or

$$Q = \frac{\pi}{8} \frac{p_1 - p_2}{\eta\ell} R^4. \quad (5)$$

Hagen-Poiseuille equation

In a vertical tube, the hydrostatic pressure difference $p_1 - p_2$ is replaced by $p_1 - p_2 + \ell\rho g$, where ρ is the density of the fluid and g is the acceleration due to gravity. Using the Hagen-Poiseuille equation, the viscosity η of a fluid can easily be measured by determining the amount of fluid flowing through a vertical tube of known length and radius.

1.3 Theoretical digression: A free-falling ball in a viscous fluid

Measuring the viscosity of very viscous fluids (glycerine, paraffin oil, other oils) using the above method takes a long time; an alternative process may be applied to save time. One can also determine η by dropping a small ball into the fluid and observing its **descent velocity**. Due to internal friction, after a short time a **constant** velocity is reached. At this point, the sum of all the forces acting on the ball is zero.

Figure 4 shows the forces acting on the ball.

1. The **weight** G . If r is the ball radius, ρ_K is its density, and g the acceleration due to gravity, then

$$G = \frac{4\pi}{3} r^3 \rho_K g.$$

Kugel, ρ_K ihre Dichte, g die Erdbeschleunigung, so ist

$$G = \frac{4\pi}{3} r^3 \rho_K g.$$

2. Der **Auftrieb** A . Mit der Dichte ρ_{Fl} der untersuchten Flüssigkeit wird

$$A = \frac{4\pi}{3} r^3 \rho_{Fl} g.$$

3. Die **Reibungskraft** W , welche nach Stokes sich berechnen lässt zu

$$W = 6\pi\eta r v. \quad (6)$$

2. The **lift** A . If ρ_{Fl} is the density of the fluid,

$$A = \frac{4\pi}{3} r^3 \rho_{Fl} g.$$

3. The **friction force** W , which is calculated according to Stokes, is:

$$W = 6\pi\eta r v. \quad (6)$$

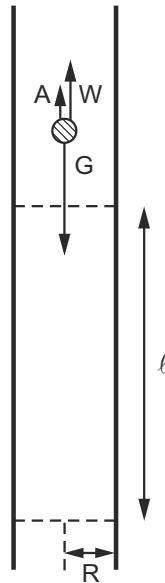


Fig. 4: Fall einer Kugel in zäher Flüssigkeit / Descent of a ball in a viscous fluid.

Man erhält also:

$$G - A - W = 0, \\ \frac{4\pi}{3} r^3 g (\rho_K - \rho_{Fl}) - 6\pi\eta r v = 0.$$

Man löst nach η auf:

$$\eta = \frac{2r^2(\rho_K - \rho_{Fl})g}{9v}.$$

Misst man mit der Stoppuhr die Zeit t , welche die Kugel zum Durchfallen einer Strecke ℓ braucht, so ist:

$$v = \frac{\ell}{t},$$

und somit

$$\eta = \frac{2r^2(\rho_K - \rho_{Fl})g}{9} \frac{t}{\ell}. \quad (7)$$

Praktisch wird der Versuch meistens so durchgeführt, dass eine kleine Kugel in einem weiten, vertikal stehenden Rohr vom Radius R frei fallen gelassen wird.

Therefore, we obtain:

$$G - A - W = 0, \\ \frac{4\pi}{3} r^3 g (\rho_K - \rho_{Fl}) - 6\pi\eta r v = 0.$$

Rearranging for η :

$$\eta = \frac{2r^2(\rho_K - \rho_{Fl})g}{9v}.$$

If we measure the time t for the ball to fall a distance ℓ with a stopwatch, we know that:

$$v = \frac{\ell}{t},$$

and thus

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{r^2(\rho_K - \rho_{Fl})g}{\ell} t. \quad (7)$$

Practically, a small ball is allowed to freely fall in a wide, vertical tube of radius R . The presence of the **tube wall** significantly alters the fluid flow around the ball. As a result of this, the Stokes frictional

Nun zeigt es sich, dass die Anwesenheit der **Rohr-wand** die Flüssigkeitsströmung, die sich in der Umgebung der Kugel ausbildet, merklich beeinflusst. Infolge dieses 'Wandefflusses' wird die Stokes'sche Reibungskraft vergrößert, und zwar gilt nach Ladenburg-Faxen (Handbuch der Experimentalphysik, Band IV/2, S. 342) statt Formel (6) die korrigierte Formel:

$$W^* = 6\pi\eta r v \left(1 + 2.1 \frac{r}{R}\right). \quad (8)$$

1.4 Das Viskosimeter von Hœppler

In manchen technischen Betrieben ist eine schnelle und bequeme Bestimmung der Zähigkeit der verschiedensten Flüssigkeiten sehr wünschenswert. Zu diesem Zwecke sind mehrere technische Zähigkeitsmesser entwickelt worden, von denen das Hœppler'sche **Viskosimeter** die genauesten Resultate liefert. Es gestattet, Zähigkeitskonstanten von $3 \cdot 10^{-4}$ bis $100 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ bei Temperaturen zwischen 20°C und 80°C mit sehr grosser Genauigkeit zu bestimmen.

Das Viskosimeter besteht aus einem sehr genau geschliffenen Glasrohr, welches mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt wird (Abb. 5).

force is increased, which, following Ladenburg-Faxen (Handbuch der Experimentalphysik, Band IV/2, S. 342), requires replacing Equation (6) with a corrected formula:

$$W^* = 6\pi\eta r v \left(1 + 2.1 \frac{r}{R}\right). \quad (8)$$

1.4 The Hœppler viscosimeter

In more complex situations, a convenient method of determining the viscosity of various fluids is highly desirable. To address this need, experimental devices have been developed to measure viscosity, the most accurate of which is the Hœppler **viscosimeter**. It can measure viscosities from $3 \cdot 10^{-4}$ to $100 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ at temperatures between 20°C and 80°C with a very high accuracy.

This viscosimeter consists of a precisely polished glass tube, filled with the liquid to be examined (Fig. 5).

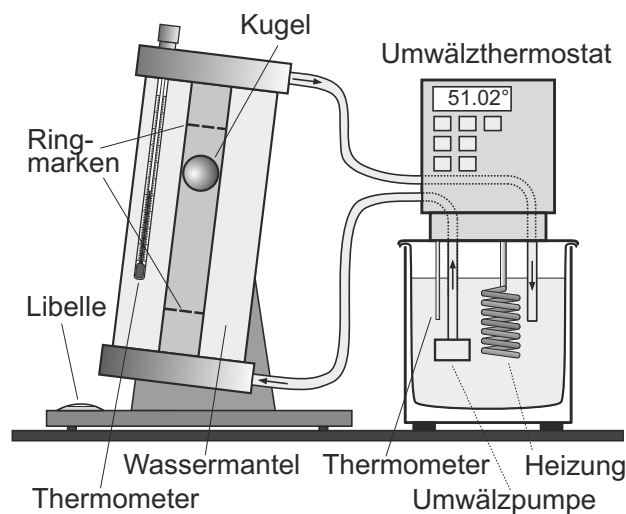


Fig. 5: Viskosimeter von Hœppler / Hœppler viscosimeter.

Eine in das Rohr gesetzte Stahlkugel fällt mit einer konstanten Geschwindigkeit, welche ein Mass ist für die Grösse der inneren Reibung. Durch eine geringe Neigung des Apparates erreicht man, dass die Kugel längs der Rohrwand fällt, so dass Form und Grösse des Querschnittes zwischen Kugel und Wand stets die gleichen sind. Der Apparat wurde mit einer Flüssigkeit bekannter Viskosität (Wasser) geeicht. Zähigkeit und Fallzeit sind zueinander direkt proportional. Der Proportionalitätsfaktor heisst **Kugelfaktor**. Der Kugelfaktor ist eine Instrumentenkonstante und ist auf dem Viskosimeter angegeben. Zähigkeit in SI-Einheiten ($\text{kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$) = Fallzeit in $\text{s} \times \text{Kugelfaktor}$.

A steel ball placed in the pipe will descend at a constant velocity, which is a measure of the value of the internal friction. By slightly inclining the apparatus, the ball will fall along the tube wall, thus maintaining a constant cross-section with respect to the wall and the fluid. The apparatus was calibrated with a liquid of known viscosity (water). Viscosity and descent time are directly proportional. The constant of proportionality is called the **ball factor**. The ball factor is a property of the viscosimeter, and is indicated on it. Viscosity in SI units ($\text{kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$) = fall time in $\text{s} \times \text{ball factor}$.

1.5 Die Oberflächenspannung σ

Bisher wurden die Fluide als kontinuierliche Einheiten betrachtet, und dabei die Randeffekte so gut es geht vernachlässigt. Nun wollen wir aber einen Randeffekt betrachten, welcher durch ein Kräfteungleichgewicht hervorgerufen wird. Dabei betrachten wir die Abbildung 6, in welcher die Kräfte auf Moleküle des Fluids eingezeichnet sind.

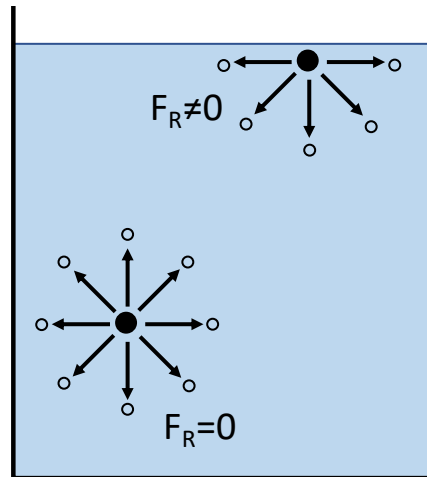


Fig. 6: Auf ein Molekül im Inneren des Fluids wirkt keine resultierende Kraft. Auf ein Molekül an der Grenzfläche hingegen wirkt eine resultierende Kraft, welche das Molekül in das Fluid hineinziehen möchte. / No resulting force acts on a molecule inside the fluid. But on a molecule at the edge of the fluid, there is a net resulting force, pulling the molecule back into the fluid.

Ein Molekül im Inneren des Fluids ist von anderen Molekülen des Fluids umgeben, so dass sich die Kräfte (elektrische Anziehungskräfte zwischen den Atomen und Molekülen) im Gleichgewichtszustand gegenseitig aufheben. Diese das Fluid zusammenhaltende Kraft wird **Kohäsionskraft** genannt. Für ein Molekül an der Grenzfläche heben sich die Kohäsionskräfte nicht mehr auf, sondern es gibt eine nach Innen gerichtete resultierende Kraft $F_R \neq 0$, wie in Abb. 6 ersichtlich ist. Es muss also eine Kraft aufgewendet werden, um ein Molekül an die Oberfläche des Fluids zu bringen. Mit anderen Worten: Um die Oberfläche eines Fluids um ΔA zu vergrößern, muss die Arbeit ΔW aufgewendet werden. Man definiert nun die **spezifische Oberflächenenergie**

$$\epsilon = \frac{\Delta W}{\Delta A}.$$

Um den Zustand minimaler potentieller Energie einzunehmen, versucht jede freie Flüssigkeit ihre Oberfläche zu minimieren. Deshalb ziehen sich kleine Flüssigkeitsmengen zu einem (beinahe) kugelförmigen Tropfen zusammen.

Die Oberflächenenergie kann wie folgt gemessen werden (siehe auch Fig. 7). Zwischen einem Bügel der Länge L und dem U-förmigen Draht sei eine Flüssigkeitslamelle. Diese hat die Oberfläche $A = 2 \cdot L \cdot s$ (der Faktor 2 kommt daher, dass die Lamelle zwei Seiten

1.5 The surface tension σ

Up to now, all edge effects were neglected, and the fluid was considered to be a continuous unit. But now we want to have a closer look at such an edge effect, which is due to a mismatch of different forces. In order to do so, we consider Fig. 6, in which the forces acting on a molecule in the fluids are depicted.

A molecule inside the fluid is surrounded by other molecules of the fluid, so that the forces (electrical attraction forces between atoms and molecules) cancel each other out in a state of equilibrium. This force holding the fluid together is called the **cohesion force**. For a molecule at the interface, the cohesive forces no longer cancel each other out, but there is an inwardly directed resulting force $F_R \neq 0$, as shown in Fig. 6. Thus, a force must be applied to bring a molecule to the surface of the fluid. In other words, to increase the surface area of a fluid by ΔA , the work ΔW must be used. One now defines the **specific surface energy**

$$\epsilon = \frac{\Delta W}{\Delta A}.$$

In order to occupy the state of minimal potential energy, every free liquid tries to minimize its surface. Therefore, small amounts of liquid are compressed into an (almost) spherical drop.

The surface energy can be measured as follows (see also Fig. 7). Between a bracket of length L and the U-shaped wire there is a liquid lamella. This has the surface $A = 2 \cdot L \cdot s$ (the factor 2 comes from the fact that the lamella has two sides!). In order to move the bow downwards by Δs and thus increase the surface area, a force F must be applied. Why? Due to the liquid surface, a tangential tensile stress acts on the

hat!). Um den Bügel um Δs nach unten zu verschieben, und somit die Oberfläche zu vergrößern, muss eine Kraft F aufgewendet werden. Warum? Durch die Flüssigkeitsoberfläche wirkt eine tangentielle Zugspannung auf den Bügel, welche der Oberflächenvergrößerung durch F entgegenwirkt (um die Energie zu minimieren). Man bezeichnet diese Zugspannung als **Oberflächenspannung**:

$$\sigma = \frac{F}{2\Delta s} \quad [\sigma] = \text{N.m}^{-1} \quad (9)$$

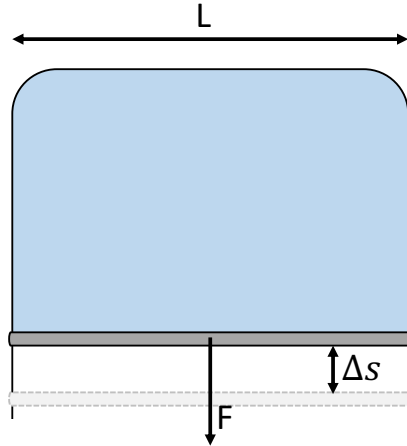


Fig. 7: Flüssigkeitslamelle in einem U-förmigen Draht zur Bestimmung der Oberflächenspannung / Liquid lamella in a U-shaped wire for determining the surface tension.

Man kann zeigen, dass die Oberflächenspannung identisch zur spezifischen Oberflächenenergie ist. Um den Bügel zu verschieben, wird die Arbeit ΔW_B benötigt:

$$\Delta W_B = F\Delta s = \sigma 2b\Delta s \quad \text{mit} \quad 2b\Delta s = \Delta A. \quad (10)$$

Die Arbeit ist identisch zur Arbeit $\Delta W_S = \epsilon \Delta A$, die für die Vergrößerung der Oberfläche nötig ist. Ein Vergleich der beiden Gleichungen zeigt:

$$\epsilon \equiv \sigma. \quad (11)$$

Das bedeutet, dass bei Flüssigkeiten die Oberflächenspannung identisch zur spezifischen Oberflächenenergie ist.

1.6 Kapillarität

Zwischen den Molekülen eines Fluids und einer anderen Substanz wirken an der Grenzfläche ebenfalls Kräfte, welche man **Adhäsionskräfte** nennt. Ähnlich wie bei der Kohäsionskraft muss man ebenfalls Arbeit verrichten, um das Fluid von der Substanz zu trennen.

Ein Körper wird von einer Flüssigkeit benetzt, wenn die Adhäsion grösser als die Kohäsion innerhalb der Flüssigkeit ist. In diesem Fall wird die Flüssigkeit sich möglichst grossflächig über die Wand des Kör-

pers, welche counteracts the surface enlargement by F (to minimize the energy). This tensile stress is called **surface tension**:

$$\sigma = \frac{F}{2\Delta s} \quad [\sigma] = \text{N.m}^{-1} \quad (9)$$

It can be shown that the surface tension is identical to the specific surface energy. In order to move the bow, the work ΔW_B is required:

$$\Delta W_B = F\Delta s = \sigma 2b\Delta s \quad \text{mit} \quad 2b\Delta s = \Delta A. \quad (10)$$

The work is identical to the work $\Delta W_S = \epsilon \Delta A$, which is necessary for the enlargement of the surface. A comparison of the two equations shows:

$$\epsilon \equiv \sigma. \quad (11)$$

This means that the surface tension of liquids is identical to the specific surface energy.

1.6 Capillarity

Between the molecules of a fluid and another substance there are also forces at the interface called **adhesion forces**. Similar to the cohesive force, one also has to work to separate the fluid from the substance.

A body is wetted by a fluid when the adhesion is greater than the cohesion within the fluid. In this case the liquid will spread over the wall of the body as much as possible. The surface therefore curves concave upwards near the wall, as shown in Fig. 8.

pers ausbreiten. Die Oberfläche wölbt sich darum in Wandnähe konkav nach oben, wie in Fig. 8 gezeigt ist.

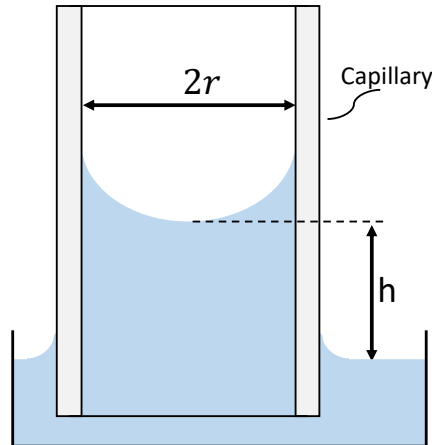


Fig. 8: Methode zur Bestimmung der Oberflächenspannung durch den Effekt der Kapillarität. / Method to determine the surface tension by means of the capillary effect.

Wird ein enges Rohr mit Durchmesser $2r$, dessen Innenseite gut benetzt worden ist, in eine Flüssigkeit mit Dichte ρ getaucht, so steigt in der Kapillare die Flüssigkeit bis zu einer Höhe h auf. Die Flüssigkeitsoberfläche in der Kapillare bildet einen Meniskus, welcher tangential an der Wand endet (siehe Fig. 8). Die Oberflächenspannung an der Benetzungsgrenze übt eine Zugkraft F_σ entlang des Umfangs der Kapillare ($2\pi r$) aus: $F_\sigma = 2\pi r\sigma$. Im Gleichgewicht ist diese Kraft gleich gross wie die Gewichtskraft F_G der Flüssigkeitssäule mit der Höhe h :

$$F_\sigma = F_G = \pi r^2 \rho g h, \quad (12)$$

wobei g die Erdbeschleunigung ist und ρ die Dichte der Flüssigkeit. Es gilt somit für die Steighöhe:

$$h = \frac{2\sigma}{r\rho g}. \quad (13)$$

Bemerkung: Bei unvollständiger Benetzung ist die Steighöhe h vom Randwinkel θ abhängig, definiert als der Winkel zwischen der Kapillarwand und der Tangente an den Meniskus bei der Kapillarwand. Die Gleichung 13 muss daher mit dem Faktor $\cos(\theta)$ modifiziert werden. Dies soll hier aber vernachlässigt werden, da üblicherweise $\theta < 20^\circ$ und somit der Fehler weniger als 5 % beträgt.

Der Kapillareffekt wird in vielen verschiedenen Bereichen genutzt, z.B. zur Messung von Blutwerten, bei der Dünnschichtchromatographie oder im Alltag in Füllfederhaltern.

1.7 Die turbulente Strömung

Die bis jetzt betrachteten Zusammenhänge gelten nur für den Fall der **laminaren Strömung**. Bei grösseren Strömungsgeschwindigkeiten (oberhalb ei-

If a narrow tube with a diameter of $2r$, the inside of which has been well wetted, is immersed in a liquid with a density of ρ , the liquid rises up to a height of h in the capillary. The liquid surface in the capillary forms a meniscus which ends tangentially at the wall (see Fig. 8). The surface tension at the wetting boundary exerts a tensile force F_σ along the perimeter of the capillary ($2\pi r$): $F_\sigma = 2\pi r\sigma$. In equilibrium, this force is equal to the weight force F_G of the liquid column with the height h :

$$F_\sigma = F_G = \pi r^2 \rho g h, \quad (12)$$

where g is the acceleration due to gravity and ρ is the density of the liquid. It therefore holds for the ascent height:

$$h = \frac{2\sigma}{r\rho g}. \quad (13)$$

Remark: In case of incomplete wetting, the slope height h depends on the contact angle θ , defined as the angle between the capillary wall and the tangent to the meniscus at the capillary wall. The equation 13 must therefore be modified with the factor $\cos(\theta)$. However, this should be neglected here, since $\theta < 20^\circ$ and thus the error is less than 5 %.

The capillarity effect is exploited in many different areas, for example to measure parameters of the blood, when performing thin layer chromatography, or simply in fountain nib pens.

1.7 Turbulent flow

The relationships considered so far apply only in the case of **laminar flow**. For higher flow rates (above a critical velocity v_k) the flow changes character:

ner bestimmten kritischen Geschwindigkeit v_k) hat die Strömung einen ganz anderen Charakter: an Stelle der ruhigen (laminaren) Strömung erfolgt bei $v > v_k$ **Wirbelbildung**, und das Strömungsbild ändert sich fortwährend. Die Strömung wird **turbulent**. Die Wirbel besitzen infolge ihrer Rotationsbewegung kinetische Energie, die durch innere Reibung in Wärme umgewandelt wird und daher zur Aufrechterhaltung der Strömung ständig nachgeliefert werden muss. Die Arbeit wird vom Strömungswiderstand geleistet, und demzufolge tritt zum **Reibungswiderstand** noch der **Wirbel-** oder **Druckwiderstand** hinzu. Für nicht sehr zähe Flüssigkeiten und für grosse Geschwindigkeiten übertrifft der Wirbelwiderstand den Reibungswiderstand um mehrere Zehnerpotenzen. Der Reibungswiderstand kann daher vernachlässigt werden. In diesem Fall beträgt der Widerstand bei turbulenter Strömung:

$$W = c_W \frac{\rho v^2}{2} F. \quad (14)$$

Es bedeuten:

ρ Dichte der Flüssigkeit

v Geschwindigkeit der Flüssigkeit

F Hauptspant Projektionsfläche des Widerstandskörpers auf eine Ebene senkrecht zur Bewegungsrichtung

c_W Widerstandszahl (dimensionslos), ist durch die Form des Körpers bestimmt.

Wesentlich ist, dass der Widerstand vom **Quadrat der Geschwindigkeit** abhängt und nicht von der ersten Potenz wie der Reibungswiderstand.

2 Aufgaben

Hinweis: Alle Aufgaben können getrennt voneinander durchgeführt werden und sind unabhängig voneinander. Eine kluge Wahl könnte sein, mit Aufgabe 2 zu beginnen. Während Sie darauf warten, dass die Temperatur ein Gleichgewicht erreicht, könnten Sie mit der Aufgabe 4 fortfahren und dann nach Belieben weitermachen.

1. Man bestimme die Zähigkeitskonstante η des Wassers bei Zimmertemperatur mit Hilfe des Gesetzes von Hagen-Poiseuille [Formel (5)].
2. Man bestimme mit dem Hoesplerschen Viskosimeter die Zähigkeit für Öl von der Dichte $0.90 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ als Funktion der Temperatur zwischen 25°C und ca. 50°C und gebe vom Verlauf eine graphische Darstellung: $\eta = f(T)$!
3. Man messe die Zugkraft $F_{w,\max}$, bei welcher eine Flüssigkeitslamelle von einem Aluminiumring abreisst, und berechne danach die Oberflächenspannung der Flüssigkeit. Als Flüssig-

instead of smooth (laminar) flow, **vortex formation** occurs at velocity $v > v_k$, and the flow pattern becomes **turbulent**. Due to their rotational kinetic energy, the vortices generate heat through the internal friction of the fluid, and the energy must be constantly replenished. Work is done on the flow resistance, and consequently an additional term appears that has the same effect as the **frictional resistance**, known as **vortex-** or **pressure drag**. For fluids of low viscosity and for high velocities, the vortex drag is greater than the frictional resistance by several orders of magnitude. The frictional resistance can therefore be neglected. The vortex drag in turbulent flow is:

$$W = c_W \frac{\rho v^2}{2} F. \quad (14)$$

The terms are:

ρ Density of the fluid

v Velocity of the fluid

F Cross-section projection of the resistive object on a plane perpendicular to the direction of travel

c_W Resistance factor (dimensionless), is determined by the shape of the object.

Note that this resistance scales as the **square of the velocity**, unlike the proportional scaling for frictional resistance.

2 Tasks

Note: All tasks can be done separately and are independent of each other. A wise choice might be to start with task 2. While waiting for the temperature to reach equilibrium, you could continue with task 4 and then proceed as desired.

1. Determine the viscosity η of water at room temperature by using the Hagen-Poiseuille law [Equation (5)].
2. Determine with the Hoespler viscometer the viscosity for oil of the density $0.90 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ as function of the temperature between 25°C and approx. 50°C and give a graphic representation of the function: $\eta = f(T)$!
3. Measure the tensile force $F_{w,\max}$ at which a liquid lamella breaks off an aluminum ring, and then calculate the surface tension of the liquid. The liquids used are water and water with detergent.

keiten verwende man Wasser und Wasser mit Spülmittel.

4. Die Oberflächenspannung von Wasser soll auch mit der Kapillar-Methode bestimmt werden.
5. Vergleichen Sie die beiden Methoden zur Bestimmung von σ , argumentieren Sie, welche Methode warum genauer ist, und woher der grösste Fehler bzw. Unsicherheit kommt.
6. Man bestätige das Widerstandsgesetz (14) für turbulente Strömung an einem zylindrischen Versuchskörper und berechne seine Widerstandszahl c_W . Man stelle W als Funktion von v^2 graphisch dar: $W = f(v^2)$!

4. The surface tension of water should also be determined using the capillary rise method.
5. Compare the two methods to determine σ , argue which method is more accurate why, and where the biggest error or uncertainty comes from.
6. Confirm the resistance law (14) for turbulent flow on a cylindrical test body and calculate its resistance number c_W . Present W graphically as a function of v^2 : $W = f(v^2)$!

3 Durchführung der Versuche

3.1 η nach Hagen-Poiseuille

Man lässt destilliertes Wasser aus einem Zylinder vom Volumen V durch die Kapillare mit dem Radius R und der Länge ℓ (Abb. 9) ausfliessen und misst die Ausflusszeit t .

3 Performing the experiments

3.1 η from Hagen-Poiseuille

One can let distilled water flow from an upper storage cylinder of volume V through a capillary tube of radius R and length ℓ (Fig. 9), measuring the time for the outflow t .

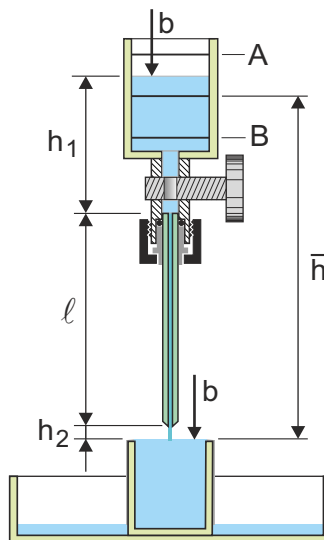


Fig. 9: Bestimmung von η mit Hilfe des Gesetzes von Hagen-Poiseuille / Determining η using the Hagen-Poiseuille law.

Das Wasser fliesst unten in eine von Beginn an mit Wasser gefüllte Schale (Abb. 9). Wir wählen gewöhnlich $h_2=0$, d.h. das untere Ende der Kapillare berührt gerade die Wasseroberfläche. Wie aus der Abb. 9 ersichtlich ist, sind die hydrostatischen Drücke an den Enden der Kapillare:

$$\begin{aligned} p_1 &= b + h_1 \rho g, \\ p_2 &= b - h_2 \rho g, \end{aligned}$$

mit b = Luftdruck und ρ = Dichte des Wassers.

Das Hagen-Poiseuille'sche Gesetz lautet in diesem

The bottom end of the capillary should dip into a recipient of water (Fig. 9). We usually choose $h_2=0$, i.e. the lower end of the capillary just touches the water surface. As is apparent from Fig. 9, the hydrostatic pressures at the ends of the capillary are:

$$\begin{aligned} p_1 &= b + h_1 \rho g, \\ p_2 &= b - h_2 \rho g, \end{aligned}$$

with b = air pressure and ρ = density of water.

The Hagen-Poiseuille law in this case takes the form:

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{(h_1 + h_2 + \ell) \rho g}{\eta \ell} R^4.$$

Fall:

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{(h_1 + h_2 + \ell) \rho g}{\eta \ell} R^4.$$

$h_1 + h_2 + \ell$ ist aber gleich der Höhendifferenz h zwischen dem oberen und dem unteren Flüssigkeitsniveau. Da sich h während des Versuches ändert, setzt man als Mittelwert \bar{h} die Höhe vom unteren Niveau bis zur Mitte des Zylinders in die Gleichung ein:

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{\pi \bar{h} \rho g R^4}{8 \eta \ell} \quad \text{oder} \quad \eta = \frac{t \pi \bar{h} \rho g R^4}{8 V \ell}. \quad (15)$$

Bei der Herleitung dieser Formel wurde bisher nicht berücksichtigt, dass zwei Faktoren den Fluss reduzieren.

1. Das Wasser muss beim Eintritt in die Kapillare beschleunigt werden. D.h. die Massenträgheit der Flüssigkeit verzögert den Fluss oder anders ausgedrückt, ein Teil der Druckdifferenz wird zur **Beschleunigungsarbeit** benötigt. Diese Korrektur geht auf Hagenbach zurück.
2. Couette hat darauf hingewiesen, dass nach Eintritt der Flüssigkeit in die Kapillare nicht sofort die parabolische Geschwindigkeitsverteilung ausgebildet wird. Nach Helmholtz ist diese mit dem geringsten Energiebedarf verbunden. D.h. die **ungünstige Geschwindigkeitsverteilung** nach Eintritt in die Kapillare verursacht eine weitere Verzögerung des Flusses.

Diese Hagenbach-Couette-Korrektur führt in Gleichung (15) zu einem Zusatzterm mit einer empirischen Konstanten $m = 1.12$:

$$\eta = \frac{t \pi \bar{h} \rho g R^4}{8 V \ell} - \frac{m \rho V}{8 \pi \ell t}. \quad (16)$$

Die Messungen sind mit drei verschiedenen Kapillaren auszuführen. Die Kapillardurchmesser sind auf den Kapillaren eingraviert. Das Volumen V des Zylinders, der durch zwei Marken A und B begrenzt ist, wird gemessen, indem man das Wasser in einen Messzylinder ausfließen lässt. \bar{h} und ℓ werden mit dem Massstab, t mit der Stoppuhr gemessen. Die Messungen von V und t sollen für jede Kapillare zweimal wiederholt und gemittelt werden.

3.2 Hoespler-Viskosimeter

Das Instrument wird mit Hilfe der Stellschrauben genau nivelliert. Die Temperatur kann im Bereich -20°C bis $+120^\circ\text{C}$ exakt mit Hilfe eines Umwälzthermostaten geregelt werden. Wegen des eingebauten Quecksilber-Thermometers ist der Temperaturbereich jedoch auf 24°C bis 51°C beschränkt. Durch Kippen des Apparates kann die Kugel in das obere Ende des Fallrohres gebracht werden. Nach dem Zurückkippen lässt sich die Fallbewegung der Kugel verfolgen. Auf dem Glasrohr sind zwei Ringmarken

$h_1 + h_2 + \ell$ ist however equal to the height difference h between the top and bottom water levels. Because h itself decreases as water flows out of the capillary during the experiment, one can instead use the average distance \bar{h} , the height difference between the bottom of the capillary and the middle of the storage cylinder, in the equation as follows:

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{\pi \bar{h} \rho g R^4}{8 \eta \ell} \quad \text{oder} \quad \eta = \frac{t \pi \bar{h} \rho g R^4}{8 V \ell}. \quad (15)$$

This formula was derived while neglecting two factors which reduce the flow:

1. The water has to be accelerated when entering the capillary. This means that the inertia of the fluid delays its flow, or to put it differently, a part of the pressure difference is required for the **work necessary to accelerate** the fluid. This correction is due to Hagenbach.
2. Couette remarked that the parabolic velocity distribution is not established immediately after the fluid enters the capillary. According to Helmholtz, the velocity distribution is related to the lowest required energy. This means that right after the fluid enters the capillary, the **unfavorable velocity distribution** delays the flow further.

Taking these two correction factors of Hagenbach-Couette into account leads to a modification of Equation (15): An additional term is introduced, where the constant m has an empirical value of $m = 1.12$:

$$\eta = \frac{t \pi \bar{h} \rho g R^4}{8 V \ell} - \frac{m \rho V}{8 \pi \ell t}. \quad (16)$$

The measurements should be carried out with three different capillaries; the diameters are marked on each capillary. The volume V of the storage cylinder between the two marks A and B should be measured in two ways: one can let the water flow into a graduated cylinder to measure the volume, or one can calculate the cylindrical volume by measuring the height between the markings and the cylinder diameter. \bar{h} and ℓ can be measured with a ruler, t can be measured with a stopwatch. The measurements for V and t should be measured twice and averaged for every capillary.

3.2 Hoespler viscosimeter

The instrument should be precisely levelled using the adjusting screws and the bubble level in the base. The temperature can be precisely adjusted from -20°C to $+120^\circ\text{C}$ using a temperature-controlled circulating bath. Due to the internal mercury thermometer, the temperature must be kept between 24°C and 51°C . By rotating the fluid container, the metal ball can be brought to top of the inner tube, from where it will descend to the bottom; the rate of descent must be measured. The glass tube has two

angebracht, die sich beim Durchgang der Kugel auf deren Oberfläche spiegeln. Die durchfallene Strecke ist dadurch sehr genau definiert. **Der Apparat ist mit grösster Sorgfalt zu behandeln!**

3.3 Bestimmung der Oberflächenspannung durch die Abreiss-Methode

Ein Aluminiumring (Radius r) mit einer scharfen Schneide wird an einer Dreipunktaufhängung an die Federwaage (0.1 N) als Kraftmesser aufgehängt. Der Ring wird dann vollständig in die benetzende Flüssigkeit (Wasser oder Wasser mit 1-2 Tropfen Spülmittel) eingetaucht. Der Wasserspiegel wird danach vorsichtig abgesenkt, so dass sich eine Flüssigkeitslamelle ausbildet. Deren Oberfläche ändert sich um

$$\Delta A = 4\pi r \Delta s, \quad (17)$$

wenn die Schneide um eine Strecke Δs aus der Flüssigkeit gezogen wird. Um die zusätzliche Energie ΔE für diese Oberflächenvergrößerung bereitzustellen, wird die Kraft $F_\sigma = \Delta E / \Delta s$ benötigt. Gemäss Definition ist aber $\sigma = \Delta E / \Delta A$, also ist die benötigte Kraft:

$$F_\sigma = \frac{\Delta E}{\Delta s} = \frac{\sigma \Delta A}{\Delta s} = \frac{\sigma 4\pi r \Delta s}{\Delta s} \quad (18)$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{F_\sigma}{4\pi r}. \quad (19)$$

Liest man die Kraft $F_{w,\max}$ des Kraftmessers beim dem Abreissen der Lamelle ab, und die blosse Gewichtskraft des Aluminiumringes F_G nach dem Abreissen, so erhält man die durch die Oberflächenspannung geleistete Kraft $F_\sigma = F_{w,\max} - F_G$.

Messen Sie jeweils die Kraft $F_{w,\max}$ beim Abreissen mindestens 5 mal, sowohl für reines Wasser wie auch für Wasser mit der *wenig* (1-2 Tropfen) Spülmittel. Berechnen Sie daraus die Oberflächenspannungen σ der beiden Flüssigkeiten gemäss Formeln (19).

3.4 Bestimmung der Oberflächenspannung durch die Kapillaren-Steighöhenmethode

Analog wie bei der vorherigen Aufgabe sollen je mindestens 5 Messungen mit Wasser durchgeführt werden. Tauchen Sie dazu die Kapillaren ein Stück weit in die Flüssigkeit hinein, und ziehen Sie sie dann wieder etwas nach oben. Das untere Ende muss in der Flüssigkeit bleiben. Messen Sie dann möglichst genau den Höhenunterschied h zwischen dem Flüssigkeitsmeniskus und dem Level der umgebenden Flüssigkeit. Die Oberflächenspannung σ lässt sich dann anhand der Gleichung (13) berechnen.

Wichtig: Es sollen keine Restwassermengen oberhalb der Wassersäule sein, da diese durch ihr Gewicht die

rings, which are reflected by the tube's inner surface as the ball descends. The path of the descent is thereby clearly defined. **Please handle the apparatus with extreme care!**

3.3 Determination of the surface tension by the tear-off method

An aluminium ring (radius r) with a sharp cutting edge is suspended from a three-point suspension on the spring balance (0.1 N) as a force gauge. The ring is then completely immersed in the wetting liquid (water or water with 1-2 drops of detergent). The water level is then carefully lowered to form a liquid lamella. Its surface changes by

$$\Delta A = 4\pi r \Delta s, \quad (17)$$

when the cutting edge is pulled a distance Δs out of the liquid. To provide the additional energy ΔE for this surface enlargement, the force $F_\sigma = \Delta E / \Delta s$ is required. By definition, however, $\sigma = \delta E / \delta A$, so the force needed is $F_\sigma = \delta E / \delta s$:

$$F_\sigma = \frac{\Delta E}{\Delta s} = \frac{\sigma \Delta A}{\Delta s} = \frac{\sigma 4\pi r \Delta s}{\Delta s} \quad (18)$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{F_\sigma}{4\pi r}. \quad (19)$$

If the force $F_{w,\max}$ of the force gauge is read when the lamella is torn off, and the mere weight force of the aluminium ring F_G is read after the torn off, then the force provided by the surface tension $F_\sigma = F_{w,\max} - F_G$ is obtained.

Measure the force $F_{w,\max}$ at least 5 times when tearing off, both for pure water and for water with the *little* (1-2 drops) detergent. Calculate the surface tensions σ of the two liquids according to formula (19).

3.4 Determination of the surface tension by the capillary rise method

As with the previous task, at least 5 measurements should be carried out with pure water. Dip the capillaries into the liquid and then pull them upwards again. The lower end must remain in the liquid. Then measure as exactly as possible the difference in height h between the liquid meniscus and the level of the surrounding liquid. The surface tension σ can then be calculated from the Equation (13).

Important: There should be no residual water droplets above the actual water column, as the droplets reduce the ascent height due to their weight. To prevent this, immerse the capillary completely in the water and then slowly pull it out of the water.

Steighöhe verringern. Um das zu verhindern taucht man die Kapillare vollständig ins Wasser, und zieht sie dann langsam aus dem Wasser heraus.

3.5 Vergleichen Sie die beiden Methoden

Diskutieren Sie kurz, welche Methode zur Bestimmung von σ genauer ist. Was ist der Literaturwert für σ für Wasser bei 20°C? Folgende Punkte können betrachtet werden:

- Woher kommt die grösste Unsicherheit aus der Messung bei jeder Methode?
- Bei welcher Methode vernachlässigt man welche Effekte, und wie wirkt sich das auf den Wert von σ aus?
- Was ist der Effekt von Spülmittel im Wasser? Wie erklären Sie sich das?

3.6 Turbulente Strömung

In einem hohen, wassergefüllten Glasrohr (Abb. 10) **schwebt** ein zylindrischer Schwimmer, dessen Gewicht gleich seinem Auftrieb ist. Der Schwimmer kann durch kleine Gewichte belastet und zum Sinken gebracht werden.

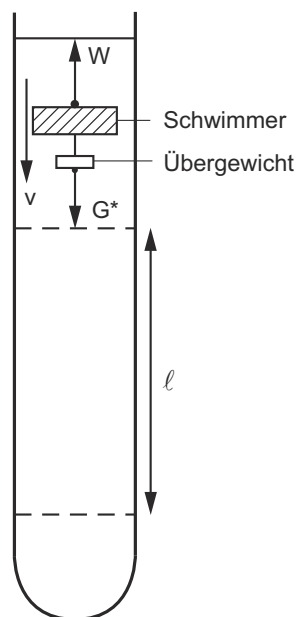


Fig. 10: Turbulente Strömung um fallenden Zylinder / Turbulent flow around a falling cylinder.

Infolge des Druckwiderstandes stellt sich sehr bald eine *stationäre* Geschwindigkeit ein, nämlich dann, wenn die beteiligten Kräfte im Gleichgewicht sind; d.h.

$$G^* = W = c_W \frac{\rho v^2}{2} F,$$

wobei

$$G^* = G - A = m_G g \frac{\rho_G - \rho_{H_2O}}{\rho_G}.$$

3.5 Compare the two methods

Discuss briefly which method is more accurate for determining σ . What is the literature value for σ for water at 20°C? The following points can be considered:

- Where does the greatest uncertainty come from measuring each method?
- Which method neglects which effects, and how does that affect the value of σ ?
- What is the effect of detergent in water? How do you explain this?

3.6 Turbulent flow

In a tall, water-filled glass tube (Fig. 10), there is a cylindrical **floating** device whose weight is equal to its buoyancy. The floating device can be loaded with small weights, such that it sinks down at different rates.

Due to the pressure drag, a constant velocity is rapidly reached; in this case the forces on the float are in equilibrium:

$$G^* = W = c_W \frac{\rho v^2}{2} F,$$

in which

$$G^* = G - A = m_G g \frac{\rho_G - \rho_{H_2O}}{\rho_G}.$$

Mit:

A Auftrieb der Gewichte

m_G Masse der Gewichte

ρ_G Dichte der Gewichte

Aus der stationären Geschwindigkeit v , welche aus der zum Durchfallen der in der unteren Hälfte des Glasrohres markierten Strecke benötigten Zeit berechnet wird, und aus dem Übergewicht G^* kann somit für eine bekannte Flüssigkeit die Widerstandszahl c_W berechnet werden.

Man führe den Versuch 8 mal mit verschiedenen Übergewichten aus.

With:

A Acceleration due to gravity

m_G Mass of the weights

ρ_G Density of the weights

The velocity of descent v can be determined by measuring the time the ball takes to travel between the marks on the inner tube. From this and the excess weight G^* , the resistance factor c_W can be calculated.

One should carry out the experiment 8 times using different weights.

4 Fragen für Studierende des Studiengangs Physik

1. Wie ist die Zähigkeitskonstante (auch oft Viskosität genannt) definiert?
2. Hat Honig eine grössere Viskosität als Wasser? Begründung!
3. Von was hängt diese Materialkonstante ab?
4. Was ist eine Newtonsche Flüssigkeit? Was unterscheidet laminare und turbulente Strömung?
5. Wie sieht die Geschwindigkeitsverteilung einer strömenden Flüssigkeit in einem Rohr aus?
6. Was besagt das Gesetz von Hagen-Poiseuille, was dasjenige von Stokes?

4 Questions for physics students

1. How is the viscosity defined?
2. Does honey have a higher viscosity than water? Justify your answer.
3. What does this material constant depend on?
4. What is a Newtonian fluid? What distinguishes laminar and turbulent flow?
5. What is the velocity distribution of a fluid flowing through a pipe?
6. What does the Hagen-Poiseuille law state, and what does that of Stokes state?