Ειδικό Εργαστηρίο ΣΑΕ ΙΙ

Αλεξόπουλος Δημήτριος ΑΕΜ 10091

10 Ιουνίου 2022

Περίληψη

Το παρόν έγγραφο αποτελεί την αναφορά για το ειδικό εργαστήριο Συστημάτων Αυτομάτου Ελέγχου ΙΙ το οποίο πραγματεύεται τον έλεγχο ενός DC κινητήρα με τη χρήση της πλατφόρμας μικροελεγκτή Arduino. Απαντάει επεξηγηματικά στα ερωτήματα των φυλλαδίων του εργαστηρίου, το καθένα από τα οποία αναλύεται σε ξεχωριστό κεφάλαιο.

1 Εργαστήριο 1°

Στο πρώτο εργαστήριο πραγματοποιούμε την μοντελοποίηση του συστηματός μας εκτιμώντας μέσω πειραμάτων τις παραμέτρους του. Για τον σκοπό αυτό αξιοποιούμε τον παλμογράφο με μνήμη και το πολύμετρο.

Το δομικό διάγραμμα του συστήματος 'ηλεκτρικός κινητήρας συνεχούς ρεύματος – ταχογεννήτρια' δίνεται στο σχήμα που ακολουθεί:

Κινητήρας συνεχούς ρεύματος $\begin{array}{c|c} & \Omega & Mειωτήρας \\ \hline -\frac{k_m}{T_m \ s+1} & k_\mu & \frac{k_0}{s} \\ \hline \\ & & & \\$

Σχήμα 1: Το δομικό διάγραμμα του συστήματος.

όπου U είναι η τάση εισόδου, Ω είναι η ταχύτητα περιστροφής της ταχογεννήτριας σε ${\rm rpm},\,\Theta$ είναι η θέση – τάση του άξονα του κινητήρα και $V_{\rm tacho}$ είναι η τάση στην ταχογεννήτρια.

Όσον αφορά τον κινητήρα, προσεγγίζουμε τη συνάρτηση μεταφοράς τάσης εισόδου – τάσης ταχογεννήτριας με τον τύπο:

$$\frac{V_{\rm tacho}}{U}(s) = \frac{k_{\rm m}k_{\rm T}}{T_{\rm m}s + 1}$$

Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς τάσης εισόδου – θέσης δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{\Theta}{U}(s) = \frac{k_{\rm m}k_{\rm \mu}k_0}{s(T_{\rm m}s+1)}$$

Παραχάτω υπολογίζουμε τις παραμέτρους του συστήματος με την βοήθεια του παλμογράφου.

1.1 Υπολογισμός των $k_m k_T, T_m$ και k_μ

 $\rm Av~V_{in}$ είναι η τάση εισόδου του συστήματος και $\rm V_{T}$ είναι η τάση μόνιμης κατάστασης, τότε μετράμε:

$$V_{\rm in}=10V$$
 και $V_{\rm T}=9.64V$

και άρα:

$$k_{\rm m}k_{\rm T} = \frac{V_{\rm T}}{V_{\rm in}} = \frac{9.64}{10} = 0.964$$

 Γ ια τον υπολογισμό του T_m αρχεί να υπολογίσουμε το χρόνο στον οποίο η χυματομορφή φθάνει στο 63.3% της μέγιστης τιμής της. Βρίσχουμε λοιπόν:

$$T_{\rm m} = 0.521s$$

Τέλος, η παράμετρος k_{μ} αντιστοιχεί στο λόγο της γωνίας στροφής του 'άξονα εξόδου' προς τη γωνία στροφής του άξονα του κινητήρα. Στρέφοντας με το χέρι το δισκόφρενο που φέρει ο άξονας του κινητήρα, παρατηρούμε πόσο περιστρέφεται ο 'άξονας εξόδου' σε μια πλήρη περιστροφή του άξονα του κινητήρα (5° η κάθε υποδιαίρεση). Βρίσκουμε:

$$k_{\mu} = \frac{1}{36}$$

1.2 Υπολογισμός των k_m , k_T και k_0

Θέτουμε τον κινητήρα σε κίνηση και παρακολουθούμε τη θέση του στον παλμογράφο. Η θέση του εμφανίζεται ως μια πριονωτή κυματομορφή λόγω της υπερπήδησης του δρομέα του ποτενσιόμετρου από την άκρη της περιστροφής του πάλι στο αρχικό του σημείο. Μετράμε το Δx_2 (μεταβολή της θέσης σε Volt) και τον αντίστοιχο χρόνο που χρειάζεται για να επέλθει αυτή η μεταβολή Δt . Βρίσκουμε:

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta t} = \frac{14.3V}{0.830s} = 17.23(\frac{V}{s})$$

Έπειτα, υπολογίζουμε πόσες πλήρεις περιστροφές κάνει ο άξονας εξόδου σε ένα λεπτό, δηλαδή την ταχύτητά του σε rpm. Είναι:

$$\omega_{\xi} = \frac{60}{0.830} = 72.29 rpm$$

Οι στροφές στην έξοδο του συστήματος είναι, όμως, μειωμένες κατά $1/k_{\mu}=36$ φορές. Τελικά, έχουμε:

$$\omega = 36 * 72.29 = 2602.41 rpm$$

Από τις σχέσεις:

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta t} = k_{\mu} k_0 \omega \qquad V_{\rm T} = k_{\rm T} \omega \qquad k_{\rm m} k_{\rm T} = 0.964$$

βρίσχουμε:

$$k_0 = 0.2383$$
 $k_T = 0.003704$ $k_m = 260.241$

αντίστοιχα.

2 Εργαστήριο 20

Στο δεύτερο εργαστήριο θέλουμε μέσω γραμμικής ανάδρασης καταστάσεων η θέση (γωνία περιστροφής του άξονα) του κινητήρα να συγκλίνει σε μια επιθυμητή τιμή.

Αρχικά, βρίσκουμε τις εξισώσεις κατάστασης με την παρακάτω διαδικασία. Παίρνουμε αντίστροφο μετασχηματισμό Laplace στις:

$$\frac{V_{\rm tacho}}{U}(s) = \frac{k_{\rm m}k_{\rm T}}{T_{\rm m}s + 1} \qquad \qquad \frac{\Theta}{U}(s) = \frac{k_{\rm m}k_{\rm \mu}k_0}{s(T_{\rm m}s + 1)}$$

κι έχουμε αντίστοιχα:

$$sT_m V_{tacho} + V_{tacho} = k_m k_T u \Rightarrow T_m \dot{x}_2 + x_2 = k_m k_T u \tag{1}$$

$$(T_m s^2 + s)\Theta = k_m k_u k_0 u \Rightarrow T_m \ddot{x_1} + \dot{x_1} = k_m k_u k_0 u \tag{2}$$

, όπου $x_1=\theta$ και $x_2=V_{tacho}$, δηλαδή οι μεταβλητές κατάστασης της θέσης και της ταχύτητας αντίστοιχα.

Από τις (1) και (2) και θεωρώντας ότι $\dot{x}_1=\lambda x_2$, βρίσκουμε: $\lambda=\frac{k_u k_0}{k_T}$.

Έτσι, το σύστημά μας σε μορφή πινάχων γράφεται:

$$\begin{pmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & \frac{k_u k_0}{k_T} \\ 0 & -\frac{1}{T_m} \end{pmatrix}}_{A} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{k_T k_m}{T_m} \end{pmatrix}}_{B} u$$

και

$$y = \underbrace{\left(1 \quad 0\right)}_{C} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

2.1 Σχεδίαση Ελεγκτή Γραμμικής Ανάδρασης

Βλέπουμε ότι ο βαθμός του πίνακα ελεγξιμότητας $M=\begin{pmatrix} B & AB \end{pmatrix}$ είναι ίσος με την τάξη του συστήματος (rank(M)=n=2), οπότε το σύστημα είναι ελέγξιμο.

Έστω ελεγκτής της μορφής $u=-kx+k_rr$, όπου $k=\begin{pmatrix}k_1&k_2\end{pmatrix}$, δηλαδή $u=-k_1x_1-k_2x_2+k_rr$. Αντικαθιστώντας το u στο αρχικό μας σύστημα παίρνουμε:

$$\dot{x} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & \frac{k_u k_0}{k_T} \\ -\frac{k_T k_m k_1}{T_m} & -\frac{1}{T_m} - \frac{k_T k_m k_2}{T_m} \end{pmatrix}}_{\tilde{a}} x + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{k_T k_m k_r}{T_m} \end{pmatrix} r.$$

Βρίσκουμε το χαρακτηριστικό πολυώνυμο που προκύπτει από τον πίνακα $ilde{A}$ ως εξής:

$$P(s) = det(sI - \tilde{A}) = \begin{vmatrix} s & -\frac{k_u k_0}{k_T} \\ \frac{k_T k_m k_1}{T_m} & s + \frac{1}{T_m} + \frac{k_T k_m k_2}{T_m} \end{vmatrix} = s^2 + \underbrace{\frac{k_T k_m k_2 + 1}{T_m}}_{2Cv} s + \underbrace{\frac{k_0 k_1 k_m k_u}{T_m}}_{2Cv}$$

Για να μην έχουμε υπερύψωση θέλουμε ο συντελεστής απόσβεσης ζ να ισούται με την μονάδα, οπότε από τις δύο σχέσεις που φαίνονται παραπάνω απ΄τα άγκυστρα έχουμε:

$$2\sqrt{\frac{k_0k_1k_mk_u}{T_m}} = \frac{k_Tk_mk_2 + 1}{T_m} \Rightarrow k_2 = \frac{\sqrt{3335110k_1 + 296} - 964}{929}$$
 (3)

, όπου έχει γίνει αριθμητική αντικατάσταση των τιμών των παραμέτρων που υπολογίστηκαν παραπάνω. Για το κέρδος k_r κι επειδή D=0 έχουμε:

$$k_r = -\frac{1}{C(A - Bk)^{-1}B} = -\frac{1}{-\frac{1}{k_1}} \Rightarrow k_r = k_1$$
(4)

Τελικά, ο ελεγκτής μας είναι της μορφής $u = -k_1x_1 - k_2x_2 + k_1r$.

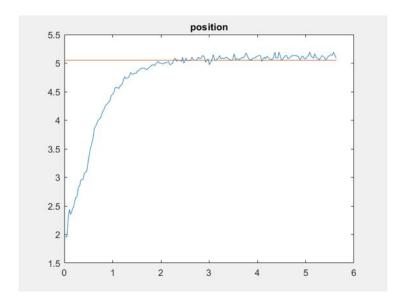
2.2 Ερώτημα $1^{ m o}$ - Σ ύγκλιση στην $artheta_{ref}$

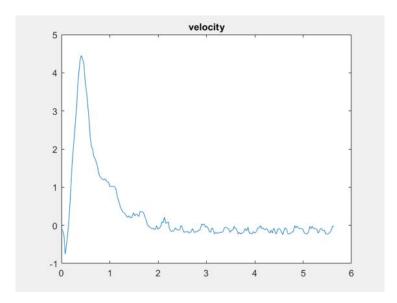
Μετρώντας με το πολύμετρο την τάση στο pin Motor Position βρίσκουμε ότι $V_{ref}=5.05V$ και $V_{7805}=5.566V$. Έπειτα, τοποθετούμε ένα βολτόμετρο μεταξύ GND και MOTOR POSITION και, περιστρέφοντας κατάλληλα τον άξονα του κινητήρα, θέτουμε την αρχική θέση του ως $\theta_0=2V$. Θέλουμε ο άξονας του κινητήρα ξεκινώντας απτην αρχική θέση θ_0 να φτάσει χωρίς υπερύψωση και με όσο το δυνατόν μικρότερο χρόνο αποκατάστασης στην τάση αναφοράς.

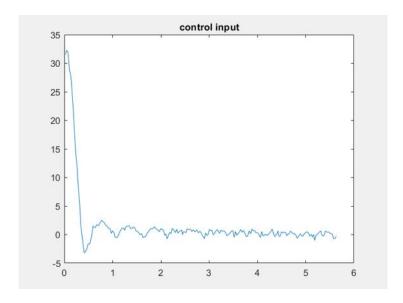
Για να επιτύχουμε μικρό χρόνο αποκατάστασης θέλουμε οι ιδιοτιμές του χαρακτηριστικού πολυωνύμου να είναι όσο το δυνατόν πιο αριστερά στο μιγαδικό επίπεδο. Πρακτικά αυτό μπορούμε να το πραγματοποιήσουμε με την επιλογή αρκούντως μεγάλων κερδών k_1 και k_2 , χωρίς όμως να οδηγούμαστε σε αστάθεια. Δοκιμάζοντας στο εργαστήριο, κι από τις σχέσεις (3) και (4) επιλέγουμε:

$$k_1 = 12$$
 $k_2 = 5.772$ $k_r = 12$

- , οπότε ο ελεγκτής μας γίνεται $u=-12x_1-5.772x_2+12\theta_{ref}$ Παρακάτω παρουσιάζονται τα επιθυμητά διαγράμματα σχεδιασμένα στο MATLAB:
 - 1. Κοινό διάγραμμα τρέχουσας και επιθυμητής θέσης συναρτήσει του χρόνου (Volt sec). Παρατηρούμε $t_s=1.5sec.$







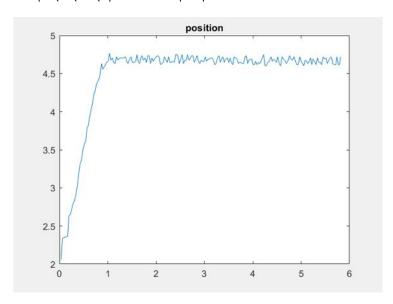
2.3 Ερώτημα 20

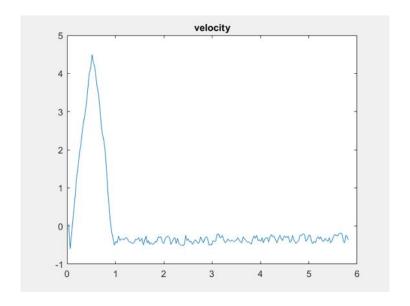
Παρατηρούμε σχεδόν αμελιταίο σφάλμα στην μόνιμη κατάσταση. Ωστόσο, αυτό το μικρό σφάλμα μπορεί να οφείλεται στο ότι το μηχανικό μας σύστημα δεν είναι τελείως γραμμικό παρόλο που εμείς του συμπεριφερόμαστε ως τέτοιο. Δρούνε στο σύστημά μας κάποιες διαταραχές λόγω ατέλειας των υλικών και μπορούν να μειωθούν αξιοποιώντας την δυναμική ανάδραση καταστάσεων, όπως θα δούμε παρακάτω.

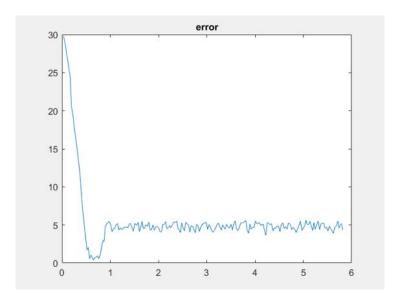
2.4 Ερώτημα 3°

Κατεβάζοντας το μαγνητικό φρένο ως διαταραχή του συστήματος σχεδιάζουμε τα ίδια διαγράμματα:

1. Διάγραμμα θέσης συναρτήσει του χρόνου (Volt - sec). Παρατηρούμε ότι πλέον εμφανίζεται ξεκάθαρα ένα σφάλμα μόνιμης κατάστασης της τάξεως των 0.5V.





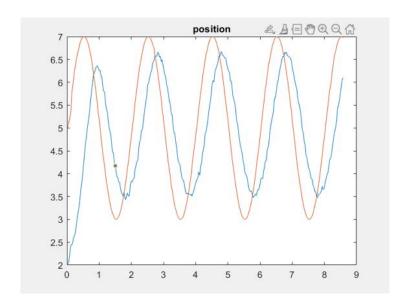


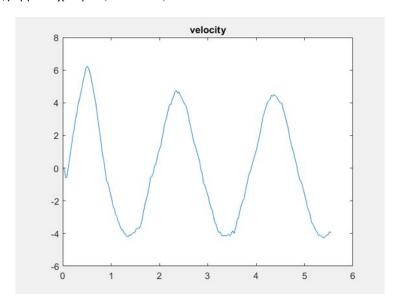
2.5 Ερώτημα 40

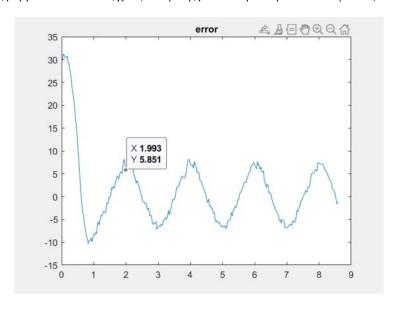
Ανεβάζουμε ξανά το μαγνητικό φρένο και επαναλαμβάνουμε τον έλεγχο με τα κέρδη που υπολογίσαμε στο $1^{\rm o}$ ερώτημα αυτή τη φορά για $\theta_{ref}(t)=5+2sin(\omega t)$.

Για διαφορετικές συχνότητες έχουμε:

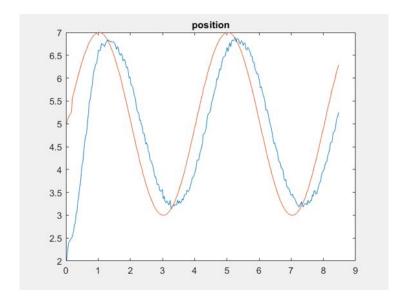
- $\omega = \pi(rad/s)$
 - 1. Κοινό διάγραμμα τρέχουσας και επιθυμητής θέσης συναρτήσει του χρόνου (Volt sec).



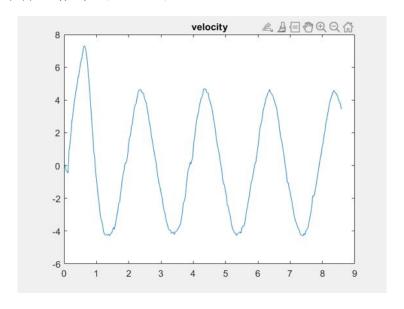




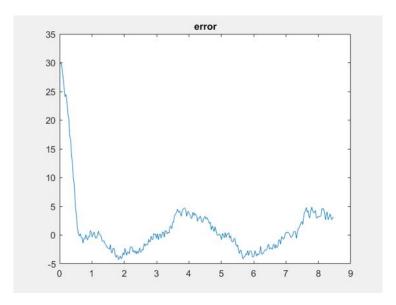
- $\omega = \pi/2(rad/s)$
 - 1. Κοινό διάγραμμα τρέχουσας και επιθυμητής θέσης συναρτήσει του χρόνου (Volt sec).



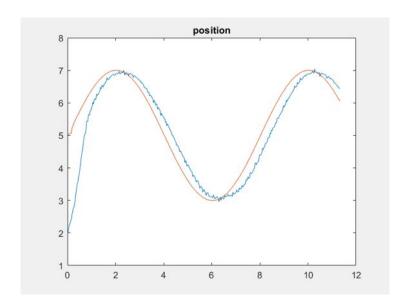
2. Διάγραμμα ταχύτητας(Volt - sec).

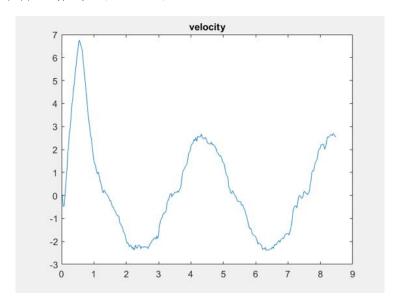


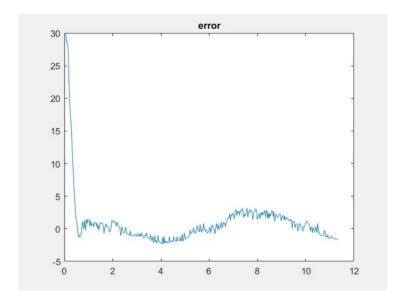
3. Διάγραμμα εισόδου ελέγχου(Volt[ανηγμένα στην κλίμακα 0-255] - sec).



- $\omega = \pi/4(rad/s)$
 - 1. Κοινό διάγραμμα τρέχουσας και επιθυμητής θέσης συναρτήσει του χρόνου (Volt \sec).







Παρατηρούμε ότι μικραίνοντας την συχνότητα του ημιτόνου το σύστημα παρακολουθεί όλο και καλύτερα την επιθυμητη θέση, ενώ σε μεγάλες συχνότητες αποκλίνει σημαντικά από αυτήν.

3 Εργαστήριο 3°

Στο τρίτο εργαστήριο επιθυμούμε να τροποποιήσουμε τον ελεγτή μας χρησιμοποιώντας δυναμική ανάδραση καταστάσεων. Με αυτόν τον τρόπο μπορούμε να εξαλέιψουμε τις διαταραχές που δημιουργήθηκαν στο προηγούμενο εργαστήριο από το μαγνητικό φρένο.

Στο υπάρχον σύστημά μας προσθέτουμε μία επιπλέον μεταβλητή κατάστασης z με τέτοιον τρόπο ώστε το νέο σύστημα να γράφεται:

$$\dot{x} = Ax + Bu + d$$
$$\dot{z} = y - r$$

, όπου d είναι η σταθερή διαταραχή και y η έξοδος του συστήματος (θέση του άξονα). Επιλέγουμε ελεγκτή της μορφής $u=-k_1x_1-k_2x_2-k_iz$. Έτσι, το σύστημα πλέον γράφεται:

$$\begin{pmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & m_2 & 0 \\ -m_1 k_1 & -\frac{1}{T_m} - m_1 k_2 & -m_1 k_i \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{\tilde{A}} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} r$$

, όπου για ευκολία θέσαμε $m_1=rac{k_T k_m}{T_m}$ και $m_2=rac{k_u k_0}{k_T}$ Βρίσκουμε και πάλι το χαρακτηριστικό πολυώνυμο:

$$P(s) = det(sI - \widetilde{A}) = \begin{vmatrix} s & -m_2 & 0 \\ m_1k_1 & s + \frac{1}{T_m} + m_1k_2 & m_1k_i \\ -1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = s^3 + \underbrace{(m_1k_2 + \frac{1}{T_m})}_{a_1} s^2 + \underbrace{m_1m_2k_1}_{a_2} s + \underbrace{m_1m_2k_1}_{a_3}$$

Από το κριτήριο Routh-Hurwitz βρίσκουμε εύκολα ότι για να είναι ευσταθές το σύστημα αρκεί:

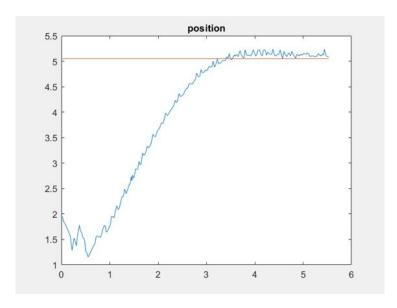
$$\frac{a_1 a_2 - a_3}{a_1} > 0 \Rightarrow a_1 a_2 - a_3 > 0 \Rightarrow k_i < k_1 \left(m_1 k_2 + \frac{1}{T_m} \right)$$

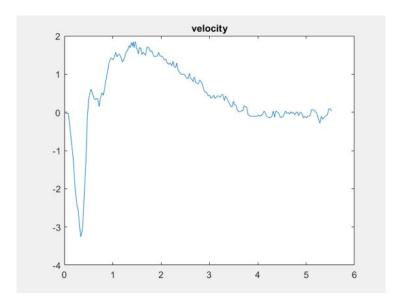
Για τις τιμές κερδών του προηγούμενου εργαστηρίου υπολογίζουμε $k_i < 115$. Μετά από δοκιμές επιλέγουμε $k_i = 9.5$.

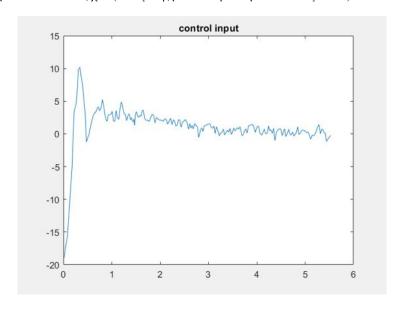
3.1 Διαγράμματα

Με κατεβασμένο το μαγνητικό φρένο παρουσιάζονται και πάλι τα επιθυμητά διαγράμματα σχεδιασμένα στο MATLAB:

1. Κοινό διάγραμμα τρέχουσας και επιθυμητής θέσης συναρτήσει του χρόνου(Volt - sec). Παρατηρούμε $t_s=2.8sec$.







Παρατηρούμε ότι πράγματι το σφάλμα μόνιμης κατάστασης που εμφανιζόταν προηγουμένως λόγω των διαταραχών πλέον είναι αμεληταίο. Παρ΄ όλα αυτά, βλέπουμε ότι το σύστημά μας έχει γίνει λίγο πιο αργό και παρουσιάζει κάποια μεταβατικά φαινόμενα.

4 Εργαστήριο 4°

Στο τέταρτο εργαστήριο υποθέτουμε ότι μπορούμε να μετρήσουμε μόνο τη θέση του κινητήρα (x_1) . Σχεδιάζουμε ένα σύστημα εκτίμησης των μεταβλητών κατάστασης του συστήματος (παρατηρητή).

Βλέπουμε ότι ο βαθμός του πίνακα παρατηρησιμότητας $W=\begin{pmatrix} C\\ CA \end{pmatrix}$ είναι ίσος με την τάξη του συστήματος (rank(W)=n=2), οπότε το σύστημα είναι παρατηρήσιμο.

4.1 Παρατηρητής

Σχεδιάζουμε τον παρατηρητή του συστήματος, ο οποίος θα παράγει μια εκτίμηση των μεταβλητών κατάστασης. Έπειτα, αυτες οι εκτιμήσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εκ νέου δημιουργία ενός γραμμικού ελεγκτή ανάδρασης, χωρίς να είναι γνωστές αυτή τη φορά και οι δυο μεταβλητές κατάστασης.

Αρχικά, έχουμε τον πίνακα παρατηρησιμότητας $W=\begin{pmatrix} C\\CA \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1&0\\0&\frac{k_0k_u}{k_T} \end{pmatrix}$ και ορίζουμε επίσης:

$$W^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{k_T}{k_0 k_u} \end{pmatrix}$$

$$\widetilde{W} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{T_m} & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{T_m} & 1 \end{pmatrix}$$

αφού για το πραγματικό πολυώνυμο ισχύει $A=egin{pmatrix} 0 & -\dfrac{k_u k_0}{k_T} \\ 0 & -\dfrac{1}{T_m} \end{pmatrix}$ και άρα:

$$det(sI - A) = \begin{vmatrix} s & -\frac{k_u k_0}{k_T} \\ 0 & s + \frac{1}{T_m} \end{vmatrix} = s^2 + \underbrace{\frac{1}{T_m}}_{a_1} s + \underbrace{0}_{a_2}$$

Το επιθυμητό πολυώνυμο είναι $P_d(s)=s^2+p_1s+p_2$ για το οποίο εάν επιλέξουμε δύο ιδιοτιμές λ_1 και λ_2 θα ισχύει:

$$p_1 = -(\lambda_1 + \lambda_2) \qquad \qquad p_2 = \lambda_1 \lambda_2$$

Τις ιδιοτιμές τις επιλέγουμε έτσι ώστε ο παρατηρητής μας να ακολουθεί με την καταλληλότερη ταχύτητα τις μεταβλητές κατάστασης, χωρίς να χάνει ταυτόχρονα πληροφορία.

Υπολογίζουμε, λοιπόν τον πίνακα

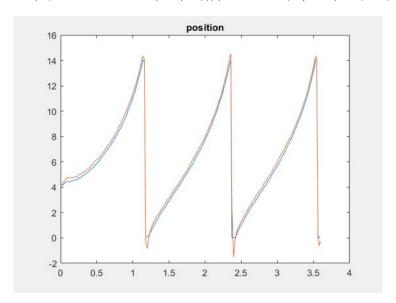
$$L = W^{-1}\widetilde{W} \begin{pmatrix} p_1 - a_1 \\ p_2 - a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_1 - \frac{1}{T_m} \\ \frac{p_2 k_T}{k_0 k_{st}} - \frac{k_T}{k_0 T_m k_{st}} (p_1 - \frac{1}{T_m}) \end{pmatrix}$$

κι έχουμε τον παρατηρητή:

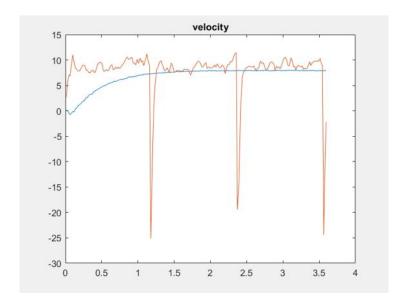
$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x})$$

Παρακάτω παρουσιάζονται τα επιθυμητά διαγράμματα σχεδιασμένα στο ΜΑΤΙΑΒ:

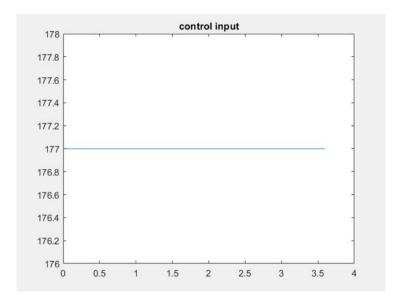
1. Εκτίμηση της θέσης του άξονα του κινητήρα (Volt - sec). Παρατηρούμε πολύ καλή παρακολούθηση της θέσης με κάποια απόκλιση στην αρχή και στις κορυφές της κυματομορφής.



2. Εκτίμηση της ταχύτητας του άξονα του κινητήρα (Volt - sec). Εδώ βλέπουμε μια κάπως χειρότερη εκτίμηση της ταχύτητας με απόκλιση στην αρχή και σημαντικά μεταβατικά φαινόμενα με κάθε αλλαγή κύκλου του ποτενσιομέτρου.



3. Διάγραμμα εισόδου ελέγχου(Volt[ανηγμένα στην κλίμακα 0-255] - sec). Βλέπουμε βηματική είσοδο, όπως περιμέναμε.



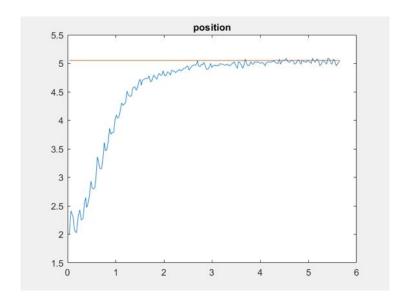
4.2 Γραμμική Ανάδραση Καταστάσεων με Παρατηρητή

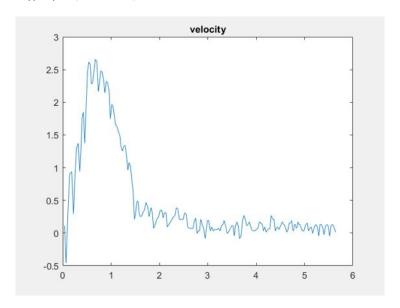
Ακολουθούμε ακριβώς την ίδια διαδικασία με το δεύτερο εργαστήριο, μόνο που αυτήν την φορα αντί να έχουμε στην διάθεσή μας τις μεταβλητές κατάστασης της θέσης και της ταχύτητας περιστροφής του άξονα του κινητήρα, έχουμε μονάχα τις εκτιμήσεις τους στο πεδίο του χρόνου.

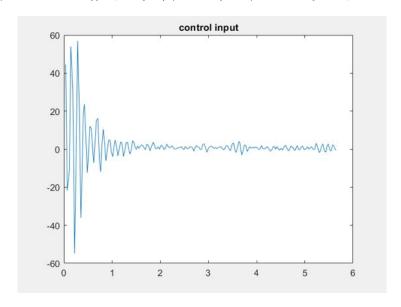
Ο νεός ελεγκτής γραμμικής ανάδρασης καταστάσεων θα είναι της μορφής $u=-k_1\hat{x_1}-k_2\hat{x_2}+k_rr$, όπου για να πετύχουμε γρήγορη απόκριση και μηδενική υπερύψωση, αξιοποιώντας τους τύπους του δεύτερου εργαστηρίου και με δοκιμες, θέτουμε $k_1=14,\ k_2=6.32$ και $k_r=k1$.

Παρατίθενται τα επιθυμητά διαγράμματα σχεδιασμένα στο ΜΑΤLAB:

1. Κοινό διάγραμμα τρέχουσας και επιθυμητής θέσης συναρτήσει του χρόνου (Volt - sec). Παρατηρούμε $t_s=2sec$.







Μεταβάλλοντας τους πόλους του παρατηρητή παρατηρούμε μια αλλαγή στην συμπεριφορά του ελεγκτή ακόμη κι αν οι πόλοι του παραμείνουν σταθεροι. Συγκεκριμένα, θέτοντας τους πόλους του παρατηρητή αριστερότερα στο μιγαδικό επίπεδο, ο ελεγκτής μας γίνεται πιο γρήγορος, αλλά χάνει σε ακρίβεια και αποκτά σφάλμα μόνιμης κατάστασης. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι ένας υπερβολικά 'γρήγορος' παρατηρητής χάνει κάποια πληροφορία μέχρι να φτάσει στην μόνιμη κατάσταση.

Τέλος αναφοράς.