

# Τεχνητή Νοημοσύνη

## 1η Εργασία

Ημερομηνία: 11-11-2015

ΟΝ/ΜΟ: Κωνσταντάκης Δημήτριος

ΑΜ: 1115201300079

### Πρόβλημα 1:

Το πρόγραμμα αποτελείται από τα επιμέρους αρχεία:

*BlocksWorldPloblem.py* , *BlocksWorldPloblemMain.py*, *search.py* και *utils.py* .

Οι υλοποιήσεις που έχουν γίνει είναι η κατασκευή της κλάσης *Blocks World Problem* και των σθναρτήσεων που περιέχει. Στο *BlocksWorldPloblemMain.py* έχουν υλοποιηθεί οι ευρετικές συναρτήσεις *h1* (υπήρχε ήδη), *h2*, *h3* , καθώς και μία συνάρτηση καταμέτρησης χρόνου που εκτελούνταν πειραματικά. Η αρχική κατάσταση και η τελική κατάσταση ορίζεται στην κλάση *BlocksWorld Ploblem*.

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν κατά μέσο όρο παίρνοντας 5 κύβους για τη δοθείσα αρχική κατάσταση για κάθε ευρετική είναι:

<i><b>Ευρετικές</b></i>	<b>Nodes</b>	<b>Time (sec)</b>
<i>h1</i>	320	0.96909
<i>h2</i>	161	0.61171
<i>h3</i>	52	0.25044

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν κατά μέσο όρο παίρνοντας 5 κύβους για τη μία τυχαία αρχική κατάσταση για κάθε ευρετική είναι:

<i><b>Ευρετικές</b></i>	<b>Nodes</b>	<b>Time (sec)</b>
<i>h1</i>	224	0.77130
<i>h2</i>	83	0.37472
<i>h3</i>	44	0.20035

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν κατά μέσο όρο παίρνοντας 6 κύβους για κάθε ευρετική είναι:

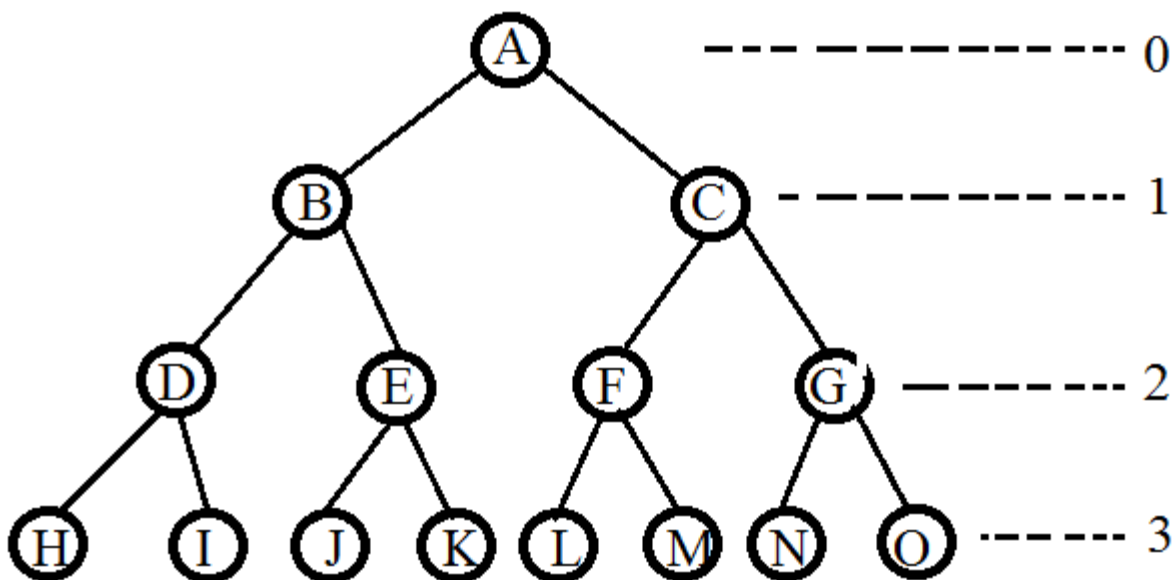
<i>Ευρετικές</i>	<b>Nodes</b>	<b>Time (sec)</b>
<i>h1</i>	1334	37.09574
<i>h2</i>	211	2.58163
<i>h3</i>	435	17.65923

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν κατά μέσο όρο παίρνοντας 7 κύβους για κάθε ευρετική ήταν αδύνατο να υπολογιστούν. Άρα ο μέγιστος αριθμός κύβων είναι 6.

Γενικά παρατηρούμε ότι η *h1* είναι η χειρότερη ευρετική συνάρτηση. Δημιουργεί σε όλες τις περιπτώσεις τους περισσότερους κόμβους. Αντίθετα, οι *h2* και *h3* είναι καλύτερες από την *h1*. Και οι δύο ευρετικές είναι συνεπείς, καθώς ισχύει η ανισότητα  $h(n) \geq c(n, a, n') + h(n')$ , άρα είναι και παραδεχτές.

## Πρόβλημα 2:

Έστω ότι έχουμε το δέντρο *T* με βάθος  $g = 3$  και παράγοντα διακλάδωσης  $b = 2$ .



Ο αλγόριθμος IDF, αν υποθέσουμε πως ο κόμβος στόχος είναι ο *H* τότε θα τρέξει ως εξής:

Η βέλτιστη περίπτωση, για βάθος  $g$ , είναι για τον κόμβο  $D$ , ενώ η χειρίστη για τον κόμβο  $G$ . Για την βέλτιστη, θα πρέπει να γίνει επαναληπτική εκβάθυνση μέχρι το βάθος 2 και στη συνέχεια DFS μέχρι τον  $D$ . Για τη χειρίστη, επαναληπτική εκβάθυνση μέχρι το βάθος 3, αφαιρώντας τους κόμβους που προκύπτουν από την αναζήτηση DFS για τον κόμβο  $G$ , καθώς είναι ο κόμβος – στόχος.

Βέλτιστη περίπτωση:

Ο αριθμός των κόμβων που δημιουργούνται από μία αναζήτηση IDS μέχρι ένα βάθος  $g$  είναι, με παράγοντα διακλάδωσης  $b$ :

$$(g + 1) + g*b + (g - 1)*b^2 + \dots + 2b^{g-1} + 1b^g$$

Αν σκεφτούμε όμως ότι στο βάθος  $g$  θα προστεθούν άλλοι  $b$  κόμβοι, για να φτάσουμε στον κόμβο – στόχο, τότε ο συνολικός αριθμός των κόμβων γίνεται:

$$(g + 1) + g*b + (g - 1)*b^2 + \dots + 2b^{g-1} + 1b^g + (g + 1)$$

Χειρίστη περίπτωση:

Ο αριθμός των κόμβων που δημιουργούνται από μία αναζήτηση IDS μέχρι ένα βάθος  $g$  είναι, με παράγοντα διακλάδωσης  $b$ :

$$(g + 1) + g*b + (g-1)*b^2 + \dots + 2b^{g-1} + 1b^g$$

Για να φτάσουμε στον κόμβο – στόχο που βρίσκεται σε βάθος  $g$ , τότε ο συνολικός αριθμός των κόμβων γίνεται:

$$(g + 1) + g*b + (g-1)*b^2 + \dots + 2b^{g-1} + 1b^g = \sum_{i=1}^g (g + 1 - i)b^i$$

Πρόβλημα 3:

Ο αλγόριθμος αναζήτησης στους γράφους είναι ο εξής:

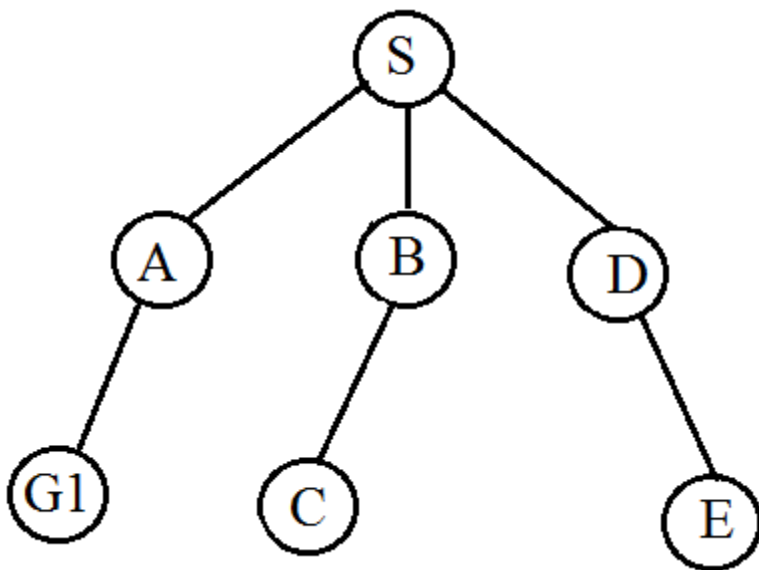
```

function GRAPHSEARCH(problem, QUEUINGFN)
returns a solution, or failure
  closed  $\leftarrow$  an empty set
  fringe  $\leftarrow$  MAKEQUEUE(MAKENODE(INITIALSTATE[problem]))
  loop do
    if fringe is empty then return failure
    node  $\leftarrow$  REMOVEFRONT(fringe)
    if GOALTEST[problem] applied to STATE[node] succeeds then
      return node
    if STATE[node] is not in closed then
      add STATE[node] to closed
      fringe  $\leftarrow$  QUEUINGFN(EXPAND(node, problem), fringe)
  end

```

Ο παραπάνω αλγόριθμος, δηλαδή, τοποθετεί τους κόμβους που συναντά σε μία κλειστή λίστα. Οπότε την επόμενη φορά που θα τους συναντήσει, δεν θα τους προσθέσει στην ουρά. Έτσι, αποφεύγουμε τις επαναλήψεις μέσα στον γράφο.

## BFS

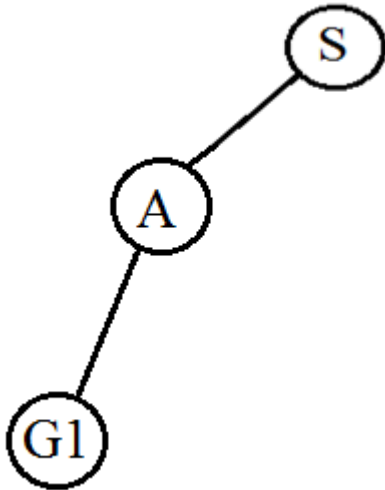


Η ουρά παίρνει τους εξής κόμβους:

{S}, {A, B, D}, {B, D, G1}, {D, G1, C}, {G1, C, E}

Ο επόμενος κόμβος που θα ελεγχθεί είναι ο G1, ο οποίος αντιστοιχεί σε κατάσταση στόχου. Το σύνολο είναι : { G1, C, E}

### DFS

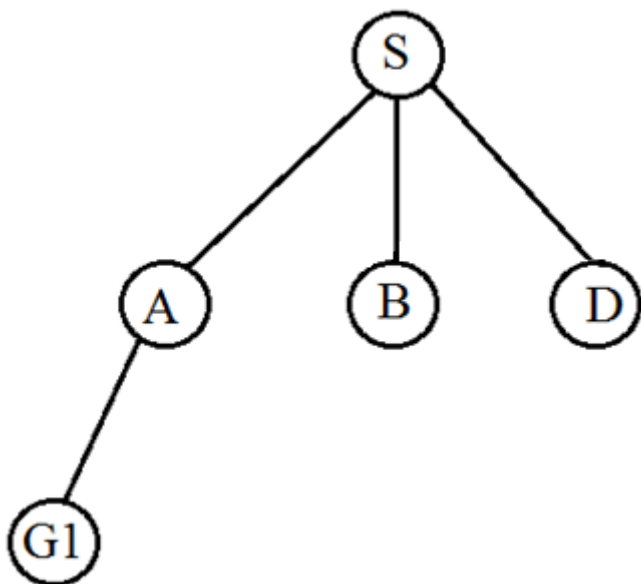


Η ουρά παίρνει τους εξής κόμβους:

{S}, {A, S}, {G1, A, S}

Ο επόμενος κόμβος που θα ελεγχθεί είναι ο G2, ο οποίος αντιστοιχεί σε κατάσταση στόχου. Το σύνολο είναι : {G2, A, S}

### IDS

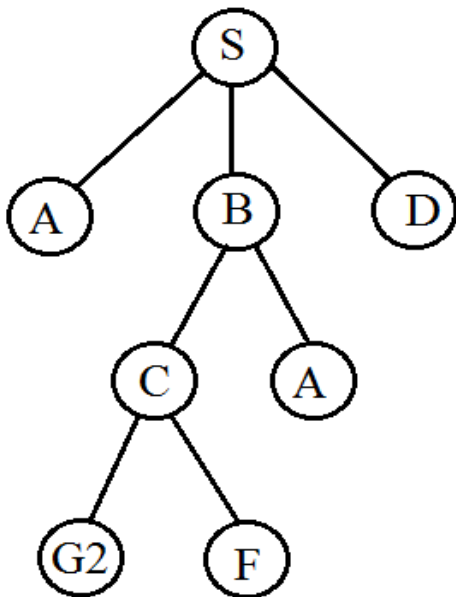


Η ουρά παίρνει τους εξής κόμβους:

{S}, {A, B, D} , { G1, B, D}

Ο επόμενος κόμβος που θα ελεγχθεί είναι ο G1, ο οποίος αντιστοιχεί σε κατάσταση στόχου. Το σύνολο είναι : { G1, B, D}

Greedy



Η ουρά παίρνει τους εξής κόμβους:

{S}, {B} , {C}, {G2}

Ο επόμενος κόμβος που θα ελεγχθεί είναι ο G1, ο οποίος αντιστοιχεί σε κατάσταση στόχου. Το σύνολο είναι : {C}

A\*

$$f = g + h$$

- S, 0 + 5
- S – A , (0+5) + 7 = 12
  - S – B , (0+9) + 3 = 12
  - S – D , (0+6) + 6 = 12
- S – A – B, (5+3) + 3
  - S – A – G1, (5+9) + 0
  - S – B , (0+9) + 3

$$S - D, (0+6) + 6$$

- $S - A - B - A, (8+2) + 7$

$$S - A - B - C, (8+1) + 4$$

$$S - A - G1, (5+9) + 0$$

$$S - B, (0+9) + 3$$

$$S - D, (0+6) + 6$$

- $S - A - B - A, (8+2) + 7$

$$S - A - B - C, (8+1) + 4$$

$$S - A - G1, (5+9) + 0$$

$$S - B - A, (9+2) + 7$$

$$S - B - C, (9+1) + 4$$

$$S - D, (0+6) + 6$$

- $S - A - B - A, (8+2) + 7$

$$S - A - B - C, (8+1) + 4$$

$$S - A - G1, (5+9) + 0$$

$$S - B - A, (9+2) + 7$$

$$S - B - C, (9+1) + 4$$

$$S - D - C, (6+2) + 4$$

$$S - D - E, (6+2) + 5$$

- $S - A - B - A, (8+2) + 7$

$$S - A - B - C, (8+1) + 4$$

$$S - A - G1, (5+9) + 0$$

$$S - B - A, (9+2) + 7$$

$$S - B - C, (9+1) + 4$$

$$S - D - C - G2, (8+5) + 0$$

$$S - D - C - F, (8+7) + 6$$

$$S - D - E, (6+2) + 5$$

- $S - A - B - A, (8+2) + 7$

$$S - A - B - C - G2, (9+5) + 0$$

$$S - A - B - C - F, (9+7) + 6$$

$$S - A - G1, (5+9) + 0$$

$$S - B - A, (9+2) + 7$$

$$S - B - C, (9+1) + 4$$

$$S - D - C - G2, (8+5) + 0$$

$$S - D - C - F, (8+7) + 6$$

$$S - D - E, (6+2) + 5$$

- $S - A - B - A, (8+2) + 7$

$$S - A - B - C - G2, (9+5) + 0$$

$$S - A - B - C - F, (9+7) + 6$$

$$S - A - G1, (5+9) + 0$$

$$S - B - A, (9+2) + 7$$

$$S - B - C, (9+1) + 4$$

$$S - D - C - G2, (8+5) + 0$$

$$S - D - C - F, (8+7) + 6$$

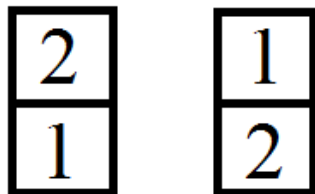
$$S - D - E, (6+2) + 5$$

Παίρνουμε το  $S - D - C - G2$ , βλέπουμε ότι είναι κατάσταση στόχου το  $G2$ .

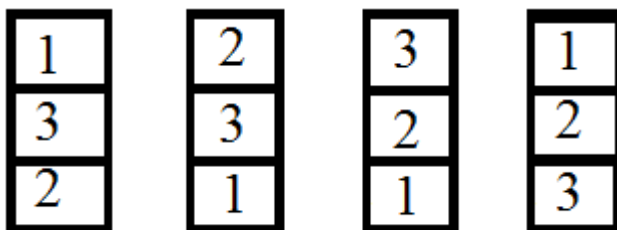
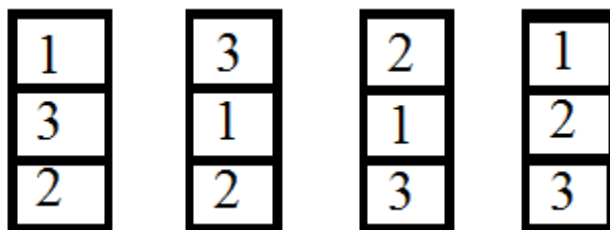
Πρόβλημα 4:

I. Για  $n = 1$ ,  $f(n) = 0$

Για  $n = 2$ ,  $f(n) = 1$



Για  $n = 3$ ,  $f(n) = 3$





Για  $n = 4$ ,  $f(n) = 4$

Αν η μεγαλύτερη πίτα βρίσκεται στην κορυφή θα γίνουν  $1 + f(3) = 4$  κινήσεις .

Αν η μεγαλύτερη πίτα βρίσκεται στον πάτο, τότε θα γίνουν  $f(3) = 3$  κινήσεις.

Αν βρίσκεται στην 2<sup>η</sup> ή 3<sup>η</sup> θέση τότε θα γίνει διερεύνηση.

1	3	4	1	
2	4	3	2	
4	2	2	3	
3	1	1	4	
<hr/>				
2	4	3	1	
1	1	2	2	
4	2	1	3	
3	3	4	4	
<hr/>				
3	1	4	2	1
1	3	3	1	2
4	4	1	3	3
2	2	2	4	4
<hr/>				
1	4	2	1	
3	3	1	2	
4	1	3	3	
2	2	4	4	
<hr/>				
2	4	1		
3	3	2		
4	2	3		
1	1	4		
<hr/>				

3	2	4	1	
2	3	3	2	
4	4	2	3	
1	1	1	4	
1	4	3	1	
4	1	2	2	
2	2	1	3	
3	3	4	4	
1	4	2	3	1
4	1	3	2	2
3	3	1	1	3
2	2	4	4	4
2	4	3	2	1
4	2	1	1	2
1	1	2	3	3
3	3	4	4	4
2	3	4	1	
4	4	3	2	
3	2	2	3	
1	1	1	4	
3	4	1		
4	3	2		
2	2	3		
1	1	4		

3	4	2	1
4	3	1	2
1	1	3	3
2	2	4	4

---

Γενικά παρατηρούμε ότι σε καμία περίπτωση δεν χρειάστηκε να κάνουμε πάνω από 4 κινήσεις . Οπότε  $f(4) = 4$ .

II. Αφού δείξαμε ότι για  $n = 4$  έχουμε  $f(4) = 4$ , για  $n \geq 4$  έχουμε  $f(n) \geq 4$ .

Πράγματι, αν έχω  $n$  πίτες , και η μεγαλύτερη πίτα δεν είναι στον πάτο, τότε θα χρειαστούμε το λιγότερο  $f(n-1) + 1$  κινήσεις . Συνεπώς, με επαγωγή προκύπτει ότι  $f(n-1) \geq n-1$  , όπου αν θέσουμε  $n-1 = n$

$$\Rightarrow f(n) \geq n.$$

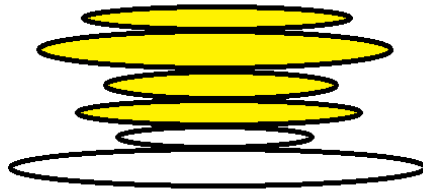
III. Αν σκεφτούμε ότι η πιο απλή αλλά και ταυτόχρονα η πιο αργή λύση για να επιλύσουμε το πρόβλημα των πιτών είναι να τις αναποδογυρίσουμε με τέτοιο τρόπο ώστε να είναι η μεγαλύτερη πίτα που δεν βρίσκεται στην θέση της στην κορυφή και στη συνέχεια να τις αναποδογυρίζουμε όλες μαζί για να πάει η μεγαλύτερη πίτα στη θέση που πρέπει. Δηλαδή για κάθε πίτα θα χρειαστούμε δύο κινήσεις, και αν έχουμε  $n$  πίτες οι συνολικές κινήσεις θα είναι  $f(n) \leq 2n$

4	5	3	4	1	3	2	1
1	1	2	2	3	1	1	2
5	4	4	3	2	2	3	3
2	3	1	1	4	4	4	4
3	2	5	5	5	5	5	5

IV. Έκφραση Προβλήματος:

- Κατάσταση: Κάθε πίτα έχει το δικό της μοναδικό μέγεθος το οποίο εκφράζεται ως αριθμός (π.χ. 1 για την μικρότερη, 2 για την αμέσως μεγαλύτερη, κ.ο.κ). Οι πίτες τοποθετούνται σε στοίβα. Οποιαδήποτε ανακατανομή των πιτών της στοίβας θεωρείται κατάσταση.
- Αρχική Κατάσταση: Μπορεί να θεωρηθεί οποιαδήποτε κατάσταση.

- Κατάσταση Στόχος: Θεωρείται η επιθυμητή τελική κατάσταση , που στο συγκεκριμένο πρόβλημα είναι η κατάσταση στην οποία οι πίτες είναι τοποθετημένες από την μεγαλύτερη στην μικρότερη.(από κάτω προς τα πάνω).Δηλαδή το κατώτερο στοιχείο της στοίβας είναι και ο μεγαλύτερος αριθμός, κ.ο.κ.
- Ενέργειες: Επιλογή ενός αριθμού πιτών.



### Αλλαγή θέσεων - τουμπάρισμα



- Έλεγχος Κατάστασης: Ελέγχει αν η κατάσταση που βρισκόμαστε είναι κατάσταση στόχου.
- Κόστος: Το κόστος είναι 1 για όλες τις ενέργειες, συνεπώς το συνολικό κόστος είναι ίσο με το σύνολο των ενεργειών που έχουν γίνει.
- Δράση – Συνάρτηση Δημιουργίας Διαδόχων: Ανάλογα με τον αλγόριθμο αναζήτησης , επιλέγεται μια συγκεκριμένη ενέργεια και με βάση εκείνη παράγεται μια κατάσταση.
- Πολυπλοκότητα. Έστω  $n$  ο αριθμός των πιτών. Κάθε φορά μπορούμε να εκτελέσουμε  $n-1$  ενέργειες που μπορούν να μας οδηγήσουν σε  $n-1$  καταστάσεις. Άρα, ο παράγοντας διακλάδωσης είναι  $b = n-1$  .

Αν χρησιμοποιήσουμε τον αλγόριθμο αναζήτησης BFS τότε το μέγεθος του χώρου είναι  $O(b^{d+1})$  καθώς έχουμε το ίδιο μη αρνητικό κόστος σε κάθε κατάσταση.

Αν χρησιμοποιήσουμε τον αλγόριθμο αναζήτησης DFS τότε το μέγεθος του χώρου είναι  $O(bd)$  καθώς έχουμε το ίδιο μη αρνητι-κό κόστος σε κάθε κατάσταση. Ομοίως και για τον αλγόριθμο IDS.

Ο Σήφης από τη στιγμή που είναι ειδικός στο αναποδογύρισμα των πιτών , θα επιθυμούσε τη βέλτιστη αναζήτηση , δηλαδή την ανάζητηση Πρώτα σε Βάθος ή την αναζήτηση Επαναληπτικής Εκβάθυνσης.