

ΨΗΦΙΑΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΕΙΚΟΝΑΣ (ΕΡΓΑΣΙΑ 2)

**ΟΝ/ΜΟ: ΝΗΡΑΣ ΔΗΜΗΤΡΗΣ
ΑΕΜ: 8057
email: diminira@auth.gr**

1. Εκτίμηση του Μηχανισμού Παραμόρφωσης

Στην ενότητα αυτή θα υποθέσουμε ότι γνωρίζουμε την αρχική εικόνα x και την παραμορφωμένη εκδοχή της $y = h * x$ και επιθυμούμε να ανακαλύψουμε (εκτιμήσουμε) το μηχανισμό παραμόρφωσης h .

1.1 Παραμετρική εκτίμηση του μηχανισμού παραμόρφωσης στο πεδίο του χώρου

Στην ενότητα αυτή ζητήθηκε η αναγνώριση του μηχανισμού παραμόρφωσης h μέσω της συνάρτησης **`h = estMask(x,y)`**. Η συνάρτηση αυτή χρησιμοποιεί τη συνάρτηση **`fspecial('motion',len,ang)`** η οποία παράγει ένα φίλτρο motion blur ανάλογα με τις παραμέτρους `len` και `ang` που δίνονται ως όρισμα. Στη συνάρτηση αυτή γίνεται παραμετρική αναζήτηση των δύο αυτών παραμέτρων με σκοπό να βρεθεί ο μηχανισμός παραμόρφωσης που προκαλεί την παραμόρφωση στην εικόνα x_1 , η οποία βρίσκεται στο αρχείο `images.mat`. Στη συνάρτηση μας υπάρχουν δύο επαναληπτικές διαδικασίες `for` οι οποίες μεταβάλλουν κάθε φορά τις παραμέτρους κατά 1. Σε κάθε επανάληψη βρίσκουμε τη συνέλιξη της εικόνας x_1 με το μηχανισμό παραμόρφωσης που έχει προκύψει από τη συνάρτηση **`fspecial`**. Στη συνέχεια ελέγχουμε εάν οι διαστάσεις της εικόνας που προέκυψε από τη συνέλιξη των δύο πινάκων είναι ίδιες με αυτές της παραμορφωμένης εικόνας y_1 . Εάν οι διαστάσεις είναι ίσες τότε ελέγχουμε μέσω της `norm` το σφάλμα των δύο εικόνων. Αν το σφάλμα αυτό είναι μικρότερο από ένα όριο (στην περίπτωση μας το όριο ήταν 10^{-12}), τότε η συνάρτηση τερματίζει και ο μηχανισμός παραμόρφωσης είναι αυτός που προέκυψε από τη συνάρτηση **`fspecial`**. Ο μηχανισμός παραμόρφωσης που προέκυψε βρίσκεται στο αρχείο `h.mat`.

2. Αντίστροφο Φίλτρο

2.1 Αντιστροφή φίλτρου όταν είναι γνωστή η αρχική και η παραμορφωμένη εικόνα

Στην ενότητα αυτή ζητήθηκε η δημιουργία της συνάρτησης **`invfilter(y2,h,isMask)`**, η οποία θα υπολογίζει την εκτίμηση x_2 της x_2 , χρησιμοποιώντας το μηχανισμό παραμόρφωσης h που βρέθηκε στην προηγούμενη ενότητα και την παραμορφωμένη εικόνα y_2 , η οποία βρίσκεται στο αρχείο `images.mat`. Επιπλέον δέχεται ως είσοδο και την παράμετρο `isMask` η οποία όταν έχει την τιμή `true` η μεταβλητή h θα είναι η εκτίμηση της μάσκας παραμόρφωσης, ενώ όταν έχει την τιμή `false` η μεταβλητή h θα είναι η συνάρτηση μεταφοράς της μάσκας. Η συνάρτηση υλοποιήθηκε σύμφωνα με τη θεωρία που παρουσιάζεται στα κεφάλαια 6 και 8.

Αρχικά στη συνάρτηση υπολογίζονται οι διαστάσεις της εικόνας y_2 και της μεταβλητής h που δέχεται ως όρισμα η συνάρτηση, αλλά και οι διαστάσεις που θα έχει η εκτίμηση x_2 που θα προκύψει μέσω των διαστάσεων των y_2 και h . Έπειτα

υπολογίζεται ο DFT της εικόνας y_2 . Στη συνέχεια ελέγχεται η παράμετρος `isMask`. Εάν έχει τιμή `true` τότε θεωρούμε πως η μεταβλητή h είναι η εκτίμηση της μάσκας παραμόρφωσης. Επομένως κάνουμε μια επέκταση με μηδενικά στην h ούτως ώστε να έχει ίδιες διαστάσεις με την εικόνα y_2 . Ακολούθως υπολογίζουμε τον DFT της μάσκας h και το αντίστροφο φίλτρο G . Στη συνέχεια πολλαπλασιάζουμε τιμή προς τιμή το φίλτρο G με τον DFT της y_2 και στο αποτέλεσμα τους εφαρμόζουμε αντίστροφο μετασχηματισμό Fourier. Το αποτέλεσμα του IDFT θα είναι η εκτίμηση \hat{x}_2 της εικόνας x_2 . Τέλος δεδομένου ότι οι διαστάσεις της \hat{x}_2 θα είναι οι ίδιες με αυτές της y_2 , κόβουμε τις επιπλέον τιμές και προσαρμόζουμε την \hat{x}_2 στις διαστάσεις της x_2 . Εάν τώρα η μεταβλητή `isMask` έχει την τιμή `false`, τότε θεωρούμε πως η μεταβλητή h είναι η συνάρτηση μεταφοράς της μάσκας. Επομένως πολλαπλασιάζουμε σημείο προς σημείο τη συνάρτηση μεταφοράς με τον DFT της y_2 και στη συνέχεια εφαρμόζουμε IDFT στον πολλαπλασιασμό τους. Το αποτέλεσμα που προκύπτει είναι η εκτίμηση \hat{x}_2 της x_2 . Στη συγκεκριμένη ενότητα χρησιμοποιείται η συνάρτηση με την μεταβλητή `isMask` να έχει τιμή `true`. Η εκτίμηση \hat{x}_2 βρίσκεται στο αρχείο `x2hat.mat`. Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση `imshow(x2hat)` για προβολή εικόνας από πίνακα, η εκτίμηση \hat{x}_2 που λαμβάνουμε είναι η εξής:

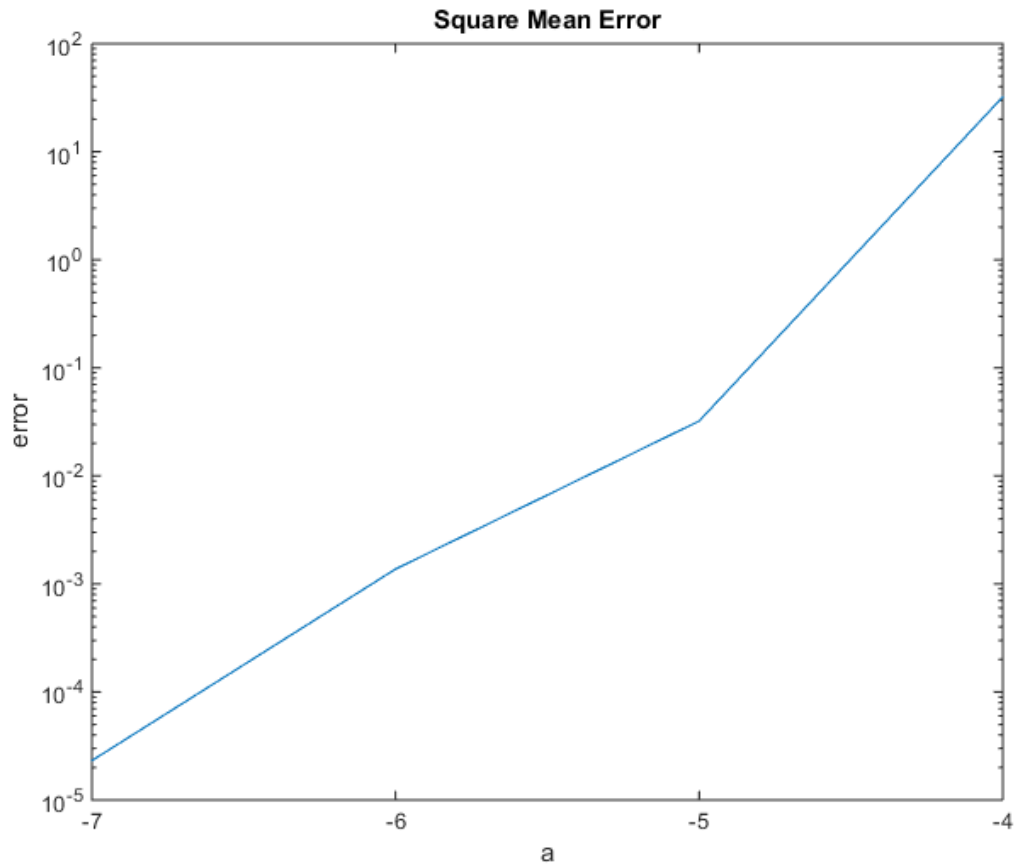


Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα της x_2 σε σχέση με την εκτίμηση της \hat{x}_2 είναι $7.9124 \cdot 10^{-18}$, αρκετά μικρό.

2.2 Αντιστροφή φίλτρου και θόρυβος

Στην ενότητα αυτή ζητείται η προσθήκη θορύβου στην εικόνα y_2 σύμφωνα με τη σχέση $y_{2n} = y_2 + a \cdot \text{randn}(\text{size}(y_2))$, όπου η παράμετρος a καθορίζει το πλάτος του θορύβου, και η εκτίμηση όπως και στην προηγούμενη ενότητα της \hat{x}_2 για τιμές της

παραμέτρου a ίσες με 10^i , $i = -7, -6, -5, -4$. Για την παρουσίαση των αποτελεσμάτων δημιουργήθηκε η συνάρτηση `noise_error2.m`, η οποία δημιουργεί το γράφημα του σφάλματος του θορύβου για τις παραπάνω τιμές της παραμέτρου a . Το γράφημα που προκύπτει είναι το εξής:



Όπως παρατηρούμε καθώς η παράμετρος a αυξάνεται και το πλάτος του θορύβου μεγαλώνει, το σφάλμα της εκτίμησης γίνεται μεγάλο, και συνεπώς η εκτίμηση της x_2 δεν έχει καμία σχέση με την αρχική εικόνα.

3. Φίλτρο Wiener

3.1 Φίλτρο Wiener: Αναίρεση της παραμόρφωσης παρουσία θορύβου

Στην ενότητα αυτή ζητήθηκε η κατασκευή της συνάρτησης **wienerfilter(H,K)**, η οποία θα κατασκευάζει ένα φίλτρο Wiener όπως αναφέρεται στην πρώτη σελίδα

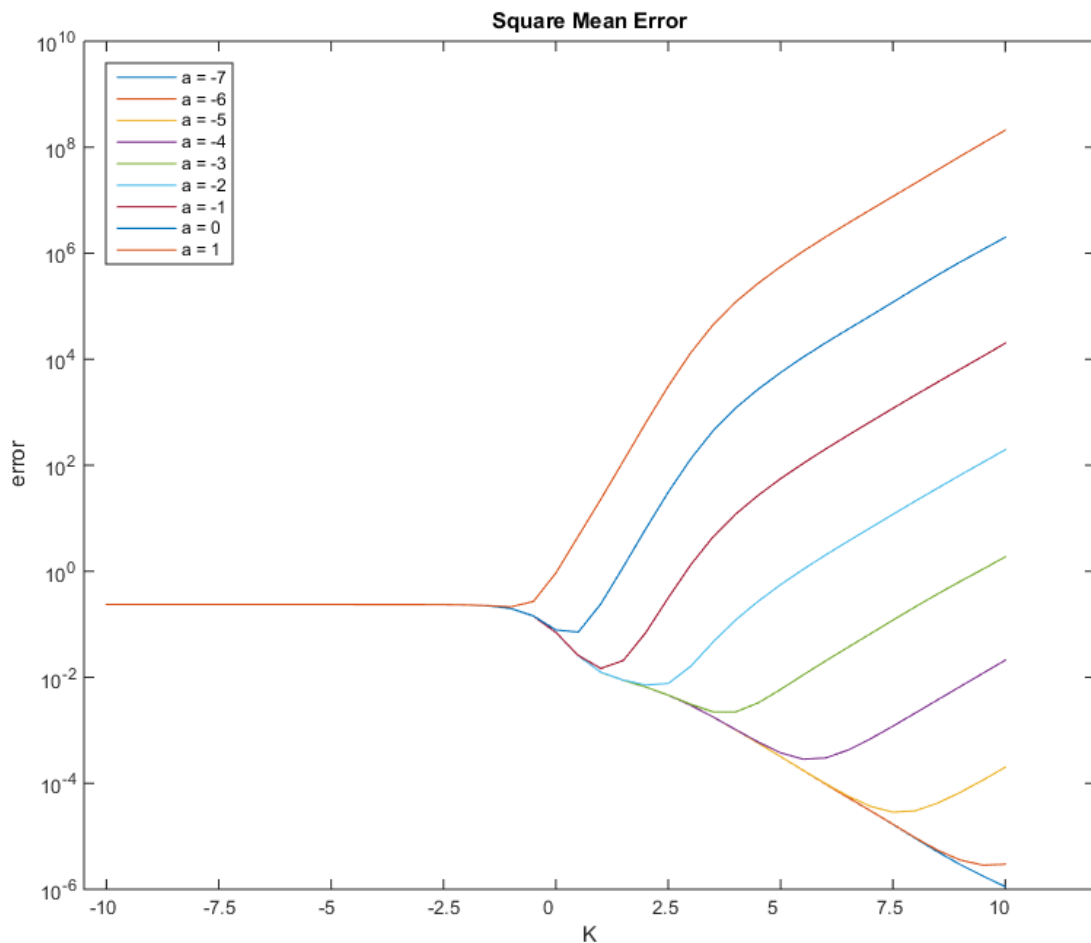
της εκφώνησης. Η συνάρτηση δέχεται ως ορίσματα τη συνάρτηση μεταφοράς H της μάσκας παραμόρφωσης, καθώς και την τιμή K .

Για τον υπολογισμό της εκτίμησης \hat{x}_2 από την x_2 έγιναν τα εξής:

Αρχικά η μάσκα παραμόρφωσης είναι η ίδια που υπολογίστηκε στην ενότητα 1.1. Κάνουμε επέκταση μηδενικών στην μάσκα h μέχρι τις διαστάσεις την εικόνας y_2 , καθώς το φίλτρο Wiener πρέπει να έχει ίδιες διαστάσεις με την εικόνα y_2 και υπολογίζουμε τον DFT της επεκτεταμένης h . Στη συνέχεια υπολογίζουμε το φίλτρο Wiener G μέσω της συνάρτησης **wienerfilter(H,K)**, θεωρώντας ως K πολύ μεγάλη τιμή, καθώς παρατηρήθηκε πως όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του K τόσο μικρότερο είναι το σφάλμα της εκτίμησης. Το φίλτρο Wiener βρίσκεται στο αρχείο `G.mat`. Στην περίπτωση μας χρησιμοποιήσαμε $K=10^{10}$. Έπειτα χρησιμοποιούμε τη συνάρτηση **invfilter(y2,G,false)** ούτως ώστε να υπολογίσουμε την εκτίμηση της x_2 . Τέλος προσαρμόζουμε τις διαστάσεις της \hat{x}_2 σε αυτές της x_2 και το μέσο τετραγωνικό σφάλμα το οποίο προκύπτει είναι 0.0973, μεγαλύτερο από αυτό της αντίστροφης. Η εκτίμηση της x_2 βρίσκεται στο αρχείο `x2hatW.mat`. Χρησιμοποιώντας την `imshow(x2hatW)` η εικόνα που λαμβάνουμε είναι η παρακάτω.



Στη συνέχεια ζητήθηκε να προστεθεί λευκός θόρυβος στην y_2 όπως ακριβώς και στην ενότητα 2 και να παρουσιαστούν οι καμπύλες των σφαλμάτων σε ένα γράφημα, για διάφορες τιμές της παραμέτρου a και K . Για την παρουσίαση των αποτελεσμάτων δημιουργήθηκε η συνάρτηση `noise_error3.m`, η οποία δημιουργεί το γράφημα του σφάλματος του θορύβου το οποίο φαίνεται παρακάτω.

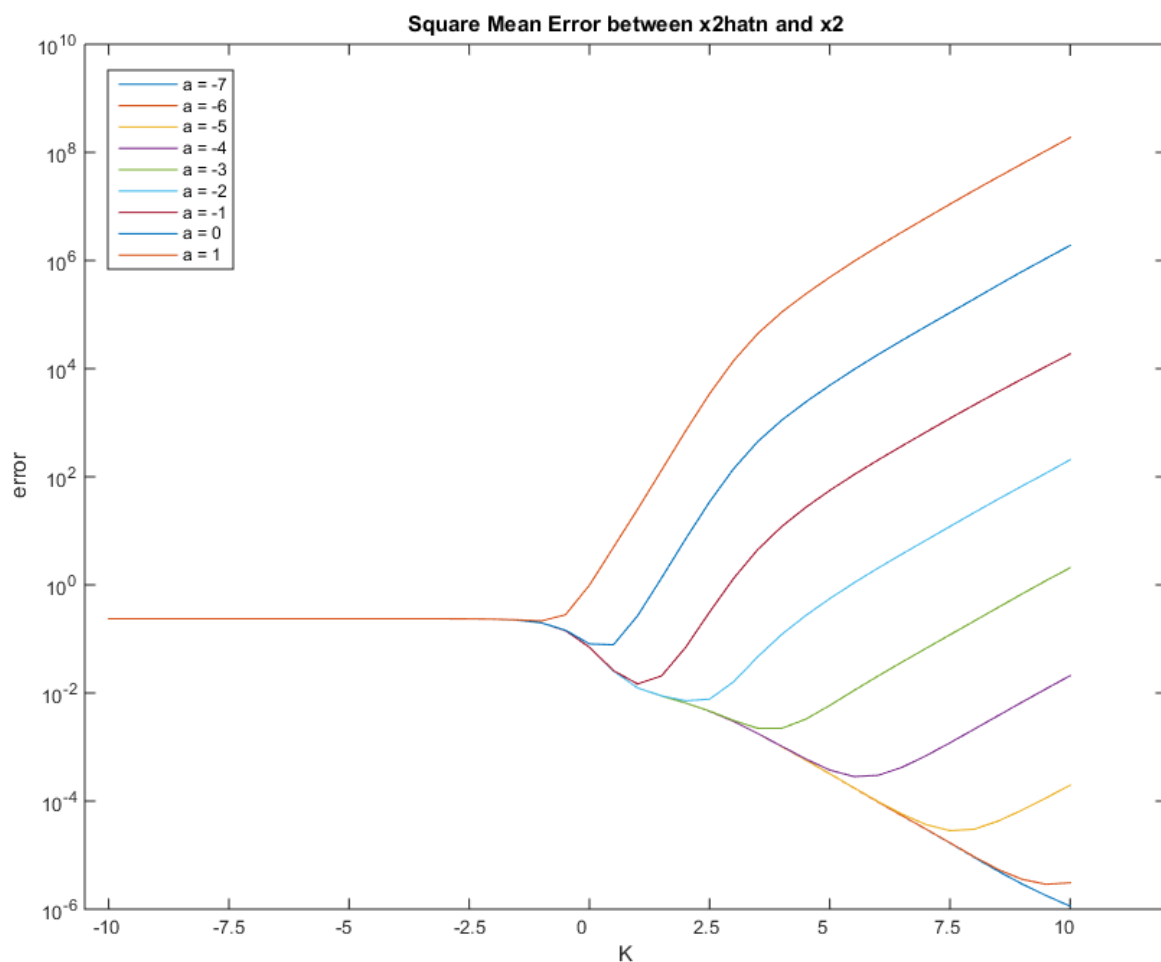


Στο γράφημα φαίνονται οι καμπύλες των σφαλμάτων για τιμές του a από -7 έως 1 και του K από -10 έως 10 . Παρατηρούμε πως μέχρι την τιμή $K=0$ το σφάλμα παραμένει σταθερό και ίσο με 10^{-1} περίπου. Από εκεί και μετά παρατηρούμε μία πτώση στο σφάλμα μέχρι κάποιο συγκεκριμένο K , ανάλογα με το αντίστοιχο a . Από το αντίστοιχο K και μετά στο οποίο η τιμή του σφάλματος έχει φτάσει στο ελάχιστο όριο, το σφάλμα αυξάνει και πάλι φτάνοντας σε πολύ μεγάλες τιμές, ανάλογα με το αντίστοιχο a . Στη μόνη περίπτωση που το σφάλμα συνεχίζει να μειώνεται και δεν αυξάνει μετά από κάποιο K είναι για $a=-7$, στο οποίο μέχρι και στο $K=10$ το σφάλμα συνεχίζει να μειώνεται.

Όταν το $K \rightarrow 0^+$ όπως παρατηρήθηκε και από το παραπάνω διάγραμμα το σφάλμα αρχίζει και μειώνεται για οποιαδήποτε τιμή του a έχουμε, κατά μία σταθερή ποσότητα. Όταν το $K \rightarrow +\infty$ το σφάλμα συγκλίνει σε μία σταθερή ποσότητα, η οποία είναι το μικρότερο δυνατό σφάλμα το οποίο μπορούμε να έχουμε, εάν έχουμε μικρές τιμές του a . Σε μεγάλες τιμές της παραμέτρου a το σφάλμα καθώς το K πηγαίνει προς το άπειρο θα συγκλίνει στην μεγαλύτερη τιμή που μπορεί να πάρει το σφάλμα.

3.2 Όταν τα πράγματα χειροτερεύουν ακόμη περισσότερο - Εκτίμηση και της παραμόρφωσης H παρουσία θορύβου

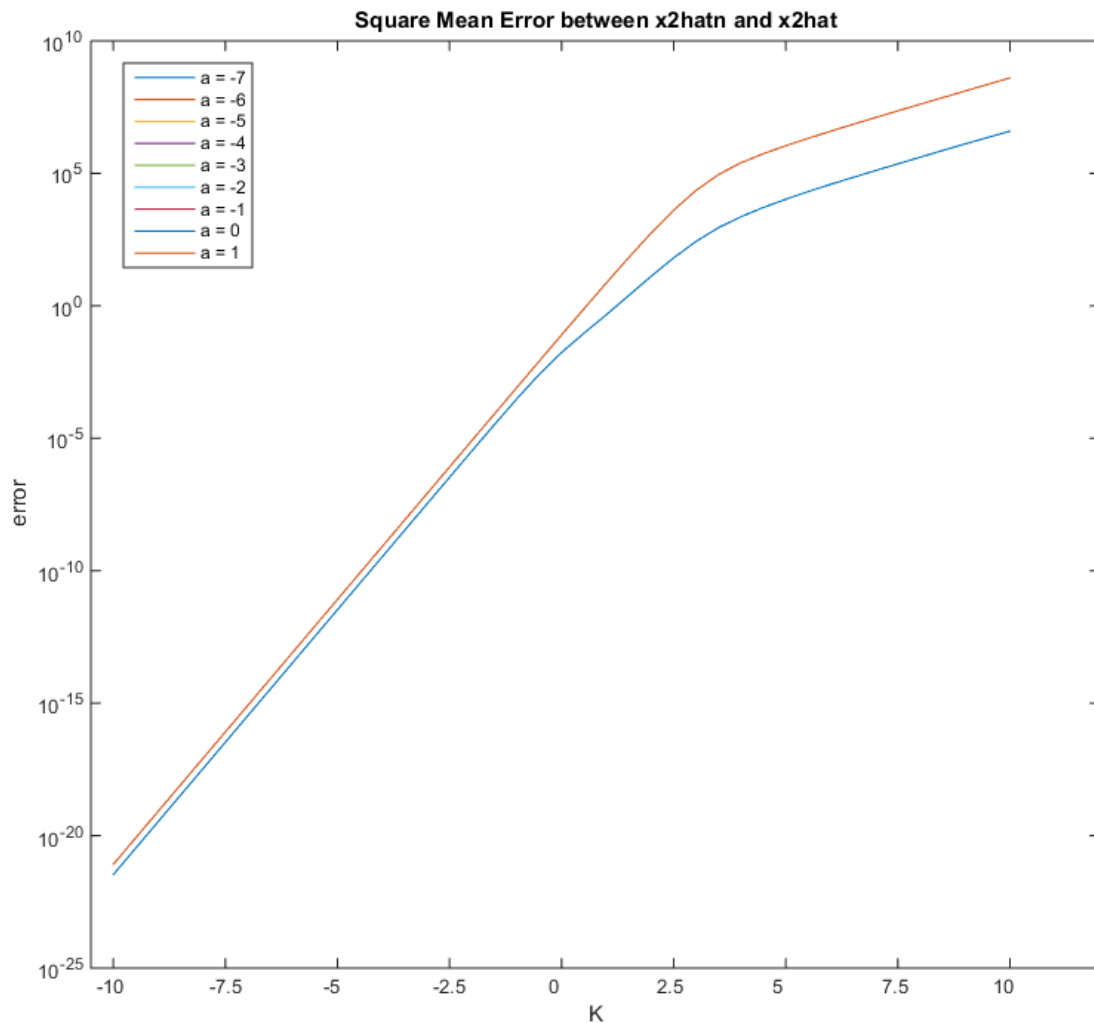
Στην τελευταία ενότητα ζητήθηκε η παρουσίαση του ίδιου διαγράμματος με την προηγούμενη ενότητα, μόνο που σε αυτήν την περίπτωση προστίθεται θόρυβος και στην y_1 , έχοντας ως αποτέλεσμα η εκτίμηση του μηχανισμού παραμόρφωσης να μην είναι τόσο ακριβής όπως προηγουμένως. Για την παρουσίαση του γραφήματος δημιουργήθηκε η συνάρτηση `noise_error3_2.m`, η οποία ακολουθεί τη λογική της συνάρτησης της προηγούμενης ενότητας, μόνο που εδώ κάθε φορά που έχουμε αλλαγή της παραμέτρου a , υπολογίζουμε εκ νέου το μηχανισμό παραμόρφωσης h δίνοντας ως όρισμα την y_{1n} κάθε φορά. Επιπλέον έγινε και μια μικρή αλλαγή στη συνάρτηση `estMask` ώστε να υπολογίζει κάθε φορά το μηχανισμό h με το μικρότερο σφάλμα. Παρακάτω φαίνεται το συγκεκριμένο γράφημα.



Όπως μπορούμε να δούμε το γράφημα το οποίο προκύπτει είναι πανομοιότυπο με αυτό της 3.1 ενότητας, με τα σφάλματα να είναι ίδια. Παρατηρήθηκε επίσης πως για $a=10^{-7}$ έως $a=10^{-1}$ ο μηχανισμός παραμόρφωσης h που προκύπτει είναι ο ίδιος με της προηγούμενης ενότητας, ενώ για $a=10^0, 10^1$ διαφοροποιείται λίγο. Είναι εμφανές επομένως πως παρά τη προσθήκη θορύβου

στην εικόνα y_1 , τα σφάλματα ανάμεσα στην εκτίμηση της x_2 , \hat{x}_2 , και στην x_2 παραμένουν τα ίδια.

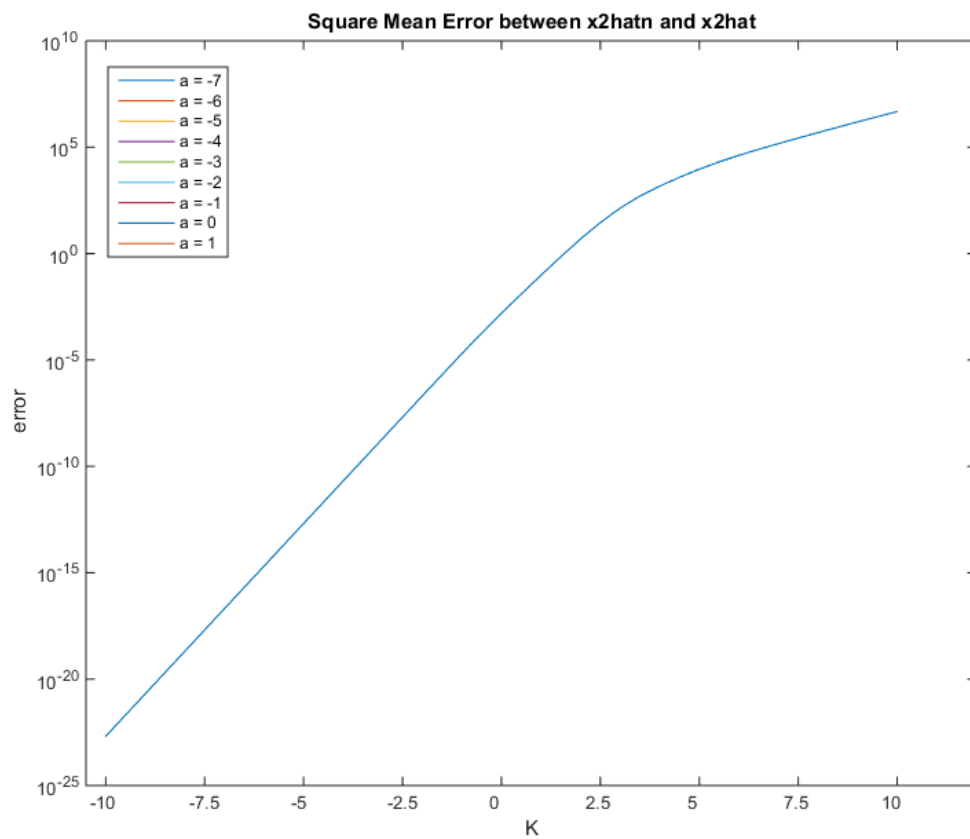
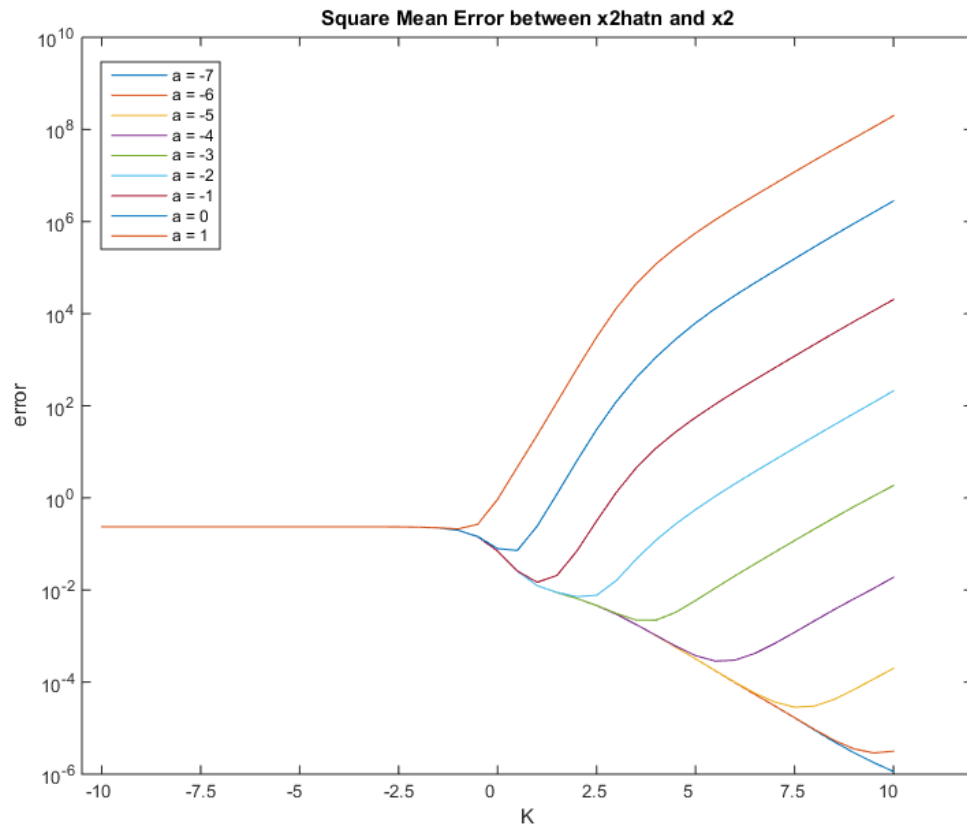
Στη συνέχεια παρουσιάζεται το γράφημα το οποίο δείχνει τη διαφορά μεταξύ της εκτίμησης της x_1 όταν η εκτίμηση του συστήματος γίνεται παρουσία θορύβου και της x_1 χωρίς θόρυβο.



Παρατηρούμε πως για $a=10^{-7}$ έως $a=10^{-1}$, το σφάλμα ανάμεσα στις δύο εκτιμήσεις είναι μηδέν, ενώ για $a=10^0, 10^1$ υπάρχει σφάλμα ανάμεσα στις δύο εκτιμήσεις το οποίο μεγαλώνει πολύ καθώς μεγαλώνει το K . Το σφάλμα αυτό ωστόσο είναι μικρότερης τάξης σε σύγκριση με το απόλυτο σφάλμα ανάμεσα στις δύο εκτιμήσεις και στην x_2 και γι' αυτό τον λόγο το προηγούμενο γράφημα είναι ίδιο με αυτό της προηγούμενης ενότητας.

Επιπλέον ζητήθηκε και ένα στάδιο προεπεξεργασίας της εικόνας y_1 ώστε να μειωθεί η επίδραση του θορύβου στην εκτιμώμενη συνάρτηση μεταφοράς. Για να επιτευχθεί αυτό χρησιμοποιήθηκε ένα median φίλτρο, το οποίο εφαρμόστηκε πάνω

στην y_{1n} , μέσω της συνάρτησης `medfilt2(y1n)` του MATLAB. Τα αποτελέσματα φαίνονται στα παρακάτω γραφήματα.



Παρατηρούμε πως το σφάλμα ανάμεσα στην εκτίμηση της x_2 και στην x_2 παραμένει το ίδιο με τα προηγούμενα, όπως ήταν αναμενόμενο, καθώς δεν μπορεί να μικρύνει περισσότερο σε σχέση με το σφάλμα στο οποίο η h εκτιμάται χωρίς θόρυβο. Παρατηρείται ωστόσο βελτίωση στο σφάλμα ανάμεσα στις δύο εκτιμήσεις σε σχέση με πριν. Βλέπουμε πως το σφάλμα ανάμεσα στις δύο εκτιμήσεις για $a=10^1$ έχει μηδενιστεί και αυτό, ενώ για $a=10^0$ παραμένει το ίδιο με πριν.