4^{η} Εργαστηριακή Άσκηση

Ελαχιστοποίηση συνάρτησης πολλών μεταβλητών
Μέθοδος μέγιστης καθόδου με προβολή

Θεωρούμε την απλή τετραγωνική συνάρτηση

$$f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \qquad f(x) = \frac{1}{2}x_1^2 + \frac{1}{2}x_2^2$$

α) Να χρησιμοποιηθεί μέθοδος μέγιστης καθόδου (προηγούμενη εργασία) με «ακρίβεια» $\varepsilon = 0.01$, βήμα i) $\gamma_k = 0.1$ ii) $\gamma_k = 1$ iii) $\gamma_k = 2$ iv) $\gamma_k = 10$ και οποιοδήποτε σημείο εκκίνησης διάφορο του $(0,0)$. Τι παρατηρείτε; Να αποδειχθούν τα αποτελέσματα αυτά με μαθηματική αυστηρότητα.

Θεωρείστε τώρα τους περιορισμούς

$$-20 \leq x_1 \leq 10 \quad \text{και} \quad -12 \leq x_2 \leq 15$$

Στη συνέχεια θα μελετήσουμε τον αλγόριθμο μέγιστης καθόδου δεδομένων των παραπάνω περιορισμών.

β) Να χρησιμοποιηθεί η μέθοδος μέγιστης καθόδου με προβολή, θεωρώντας $s_k = 15$, $\gamma_k = 0.1$, σημείο εκκίνησης το $(8,3)$ και «ακρίβεια» $\varepsilon = 0.01$. Τι παρατηρείτε σε σχέση με το (α,i) και το (α,iv); Είναι αναμενόμενο αυτό;

γ) Να χρησιμοποιηθεί η μέθοδος μέγιστης καθόδου με προβολή, θεωρώντας $s_k = 20$, $\gamma_k = 0.3$, σημείο εκκίνησης το $(-5,7)$ και «ακρίβεια» $\varepsilon = 0.02$. Τι παρατηρείτε σε σχέση με το (α,i) και το (α,iv); Είναι αναμενόμενο αυτό; Προτείνετε έναν απλό πρακτικό τρόπο ώστε η μέθοδος να συγκλίνει στο ελάχιστο.

δ) Θεωρούμε τη μέθοδο μέγιστης καθόδου με προβολή, με $s_k = 0.1$, $\gamma_k = 0.01$, σημείο εκκίνησης το $(11,3)$ και «ακρίβεια» $\varepsilon = 0.01$. Σε αυτή την περίπτωση, έχουμε εκ των προτέρων (δηλ. πριν την εκτέλεση του αλγορίθμου) κάποια πληροφορία σχετικά με την ευστάθεια και τη σύγκλιση του αλγορίθμου; Να γίνει η εκτέλεση του αλγορίθμου. Τι παρατηρείτε;

Να παραδώσετε τους κώδικες των προγραμμάτων που γράψατε και μία αναφορά με την καταγραφή των σχολίων σας.