

# Ψηφιακή Επεξεργασία Εικόνας

## Εργασία 1

Α. Ντελόπουλος

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών  
Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

Άνοιξη 2016

### Εκτίμηση Πολυπλοκότητας FFT

Έστω πεπερασμένο δισδιάστατο διακριτό σήμα (πχ εικόνα), διαστάσεων  $M \times N$ . Ο υπολογισμός του διακριτού μετασχηματισμού Fourier (DFT) του σήματος έχει πολυπλοκότητα  $O(N^2 M^2)$ . Ωστόσο, ο αλγόριθμος Fast Fourier Transform (FFT) υπολογίζει τον ίδιο μετασχηματισμό, και έχει πολυπλοκότητα  $O(NM \cdot \log(NM))$ . Για την ειδική περίπτωση όπου  $M = N$ , η πολυπλοκότητα είναι  $O(N^2 \cdot \log N)$ .

### Ζητούμενο 1

Μελετήστε πειραματικά την πολυπλοκότητα της συνάρτησης `fft2` του MATLAB. Υλοποιείτε το script `demo1a`, το οποίο χρονομετρά τον χρόνο εκτέλεσης της `fft2` για μεγέθη πινάκων εισόδου  $N \times N$ , όπου  $N = 2^k, k = 2, 3, \dots, 10$ . Για περισσότερη ευστάθεια, επαναλάβετε την κάθε χρονομέτρηση 100 φορές. Παρουσιάστε ένα γράφημα δύο καμπύλων: τα σημεία της πρώτης καμπύλης θα είναι ο μέσος χρόνος εκτέλεσης του υπολογισμού της `fft2` ως προς το  $N$ , ενώ η δεύτερη καμπύλη θα είναι η θεωρητική πολυπλοκότητα του `fft2` για τις ίδιες τιμές του  $N$ . Σχολιάστε το γράφημα.

## Συνέλιξη 2Δ σημάτων

### Μη-πεπερασμένα σήματα

Όπως μάθαμε στη θεωρία, η συνέλιξη μεταξύ δύο διακριτών σημάτων  $x_o(m, n)$  και  $y_o(m, n)$  δύο διαστάσεων δίνεται από τον τύπο

$$[x_o * y_o](m, n) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \sum_{j=-\infty}^{+\infty} x_o(i, j) y_o(m - i, n - j)$$

### Πεπερασμένα σήματα

Έστω δύο πεπερασμένα σήματα  $x(m, n)$  και  $h(m, n)$ , διαστάσεων  $M_x \times N_x$  και  $M_h \times N_h$  αντίστοιχα, τα οποία αναπαρίστανται από διδιάστατους πίνακες με τις εν λόγω διαστάσεις. Η συνέλιξή τους είναι ένα διδιάστατο πεπερασμένο σήμα  $y(m, n)$  με διαστάσεις  $M_y \times N_y$ , όπου  $M_y = M_x + M_h - 1$  και  $N_y = N_x + N_h - 1$ , και ορίζεται από τη σχέση

$$y(m, n) = [\hat{h} * \hat{x}](m, n)$$

όπου τα μη πεπερασμένα σήματα  $\hat{x}$  και  $\hat{h}$  είναι οι ακόλουθες επεκτάσεις των  $x$  και  $h$

$$\hat{x}(m, n) = \begin{cases} x(m, n) & \text{αν } 0 \leq m \leq M_x - 1 \text{ και } 0 \leq n \leq N_x - 1 \\ 0 & \text{σε κάθε άλλη περίπτωση} \end{cases}$$
$$\hat{h}(m, n) = \begin{cases} h(m, n) & \text{αν } 0 \leq m \leq M_h - 1 \text{ και } 0 \leq n \leq N_h - 1 \\ 0 & \text{σε κάθε άλλη περίπτωση} \end{cases}$$

Στην περίπτωση αυτή, καθώς μόνο ένα πεπερασμένο πλήθος από στοιχεία των  $\hat{x}$  και  $\hat{h}$  είναι μη-μηδενικά, η συνέλιξη των πεπερασμένων σημάτων είναι και αυτή μη-μηδενική μόνο σε συγκεκριμένα σημεία, και για το λόγο αυτό μπορεί να υπολογισθεί από έναν ηλεκτρονικό υπολογιστή.

### Ζητούμενο 2.1

Να υλοποιήσετε την συνάρτηση

$$y = \text{myconv2}(h, x)$$

η οποία υλοποιεί τη δισδιάστατη συνέλιξη μεταξύ των πεπερασμένων σημάτων  $x$  και  $h$ . Η υλοποίησή σας θα πρέπει να είναι σύμφωνη με τα παραπάνω. Επίσης, δεν μπορείτε να χρησιμοποιήσετε έτοιμες συναρτήσεις όπως την `conv2` του Matlab. Αν επιθυμείτε η συνάρτησή σας να εκτελείται σχετικά γρήγορα προσπαθήστε η υλοποίησή σας να είναι *vectorised*, δηλαδή να μην χρησιμοποιεί `for` για τον υπολογισμό

της κάθε τιμής του πίνακα εξόδου. Υπολογίστε το αποτέλεσμα της συνέλιξης για τους τους πίνακες που σας δίνονται στο αρχείο `data.mat`, και περιλάβετε το αποτέλεσμα στην αναφορά σας.

### **Ζητούμενο 2.2**

Να υλοποιήσετε τη συνάρτηση

$$y = \text{myconv2freq}(h, x)$$

η οποία υλοποιεί τη δισδιάστατη συνέλιξη μεταξύ των πεπερασμένων σημάτων  $x$  και  $h$  στο πεδίο της συχνότητας, χρησιμοποιώντας τους ευθείς και αντίστροφους DFT κάνοντας το κατάλληλο zero-padding των σημάτων. Παρατηρήστε ότι ζητείται η συνέλιξη των σημάτων, και όχι η κυκλική συνέλιξη. Τεκμηριώστε θεωρητικά την υλοποίησή σας. Υπολογίστε το αποτέλεσμα της συνέλιξης για τους τους πίνακες που σας δίνονται στο αρχείο `data.mat`, και περιλάβετε το αποτέλεσμα στην αναφορά σας.

## **Πολυπλοκότητα Δισδιάστατης συνέλιξης**

### **Ζητούμενο 3.1**

Υπολογίστε την θεωρητική πολυπλοκότητα του υπολογισμού της διδιάστατης συνέλιξης, όπως την υλοποιήσατε στην `myconv2`, θεωρώντας σταθερές τις διαστάσεις της εικόνας  $h$ .

### **Ζητούμενο 3.2**

Υπολογίστε την θεωρητική πολυπλοκότητα του υπολογισμού της διδιάστατης συνέλιξης, όπως την υλοποιήσατε στην `myconv2freq`, θεωρώντας σταθερές τις διαστάσεις της εικόνας  $h$ .

### **Ζητούμενο 3.3**

Μελετήστε πειραματικά την πολυπλοκότητα των συναρτήσεων `conv2`, `myconv2` και `myconv2freq` όπως κάνατε και για την `fft2`, θεωρώντας σταθερές τις διαστάσεις της εικόνας  $h$ . Υλοποιείτε τα scripts `demo1b`, `demo1c` και `demo1d`, σύμφωνα με την μεθοδολογία που περιγράφεται στο Ζητούμενο 1.

## **Αξιολόγηση & Παραδοτέα**

- Υποβάλετε ένα και μόνο αρχείο, τύπου `zip`.

- Το όνομα του αρχείου πρέπει να είναι `AEM1.zip`, όπου `AEM1` είναι το `AEM` του φοιτητή της ομάδας.
- Το προς υποβολή αρχείο πρέπει να περιέχει τα 7 αρχεία κώδικα και το αρχείο `report.pdf` το οποίο θα είναι η αναφορά της εργασίας.
- Η αναφορά πρέπει να είναι ένα αρχείο τύπου `PDF`, και να έχει όνομα `report.pdf`.
- Μην υποβάλετε αρχεία που δεν χρειάζονται για την λειτουργία του κώδικά σας, ή φακέλους/αρχεία που δημιουργεί το λειτουργικό σας, πχ ```Thumbs.db```, ```.DS_Store```, ```.directory```.
- Για την ονομασία των αρχείων, φακέλων, κλπ που περιέχονται στο προς υποβολή αρχείο, χρησιμοποιείτε μόνο αγγλικούς χαρακτήρες, και όχι ελληνικούς ή άλλα σύμβολα, πχ ```#```, ```$```, ```%``` κλπ.
- Όλα τα αρχεία εκτός της αναφοράς πρέπει να είναι αρχεία κειμένου τύπου `UTF-8`.