Τηλεπικοινωνιακά Συστήματα Ι

Άσκηση 2

Ημερομηνία Παράδοσης: 23 Νοεμβρίου 2017 (ώρα 11:00, Αίθουσα 2041)

Η εργασία μπορεί να παραδοθεί από ομάδες $\leq$ δύο ατόμων

Διδάσκων: Αθανάσιος Π. Λιάβας

Μονάδες 130

Α. Στο πρώτο μέρος της άσκησης, το οποίο είναι, κυρίως, πειραματικό, θα μελετήσουμε το φασματικό περιεχόμενο PAM κυματομορφών βασικής ζώνης.

Α.1 Να δημιουργήσετε παλμό SRRC $\phi(t)$ με ενδεικτικές τιμές $T = 10^{-3}\,\mathrm{sec}$, $\mathrm{over} = 10$, $T_s = \frac{T}{\mathrm{over}}$, $A = 3$, και $a = 0.5$.

(10) Μέσω των συναρτήσεων fftshift και fft, να υπολογίσετε το μέτρο του μετασχηματισμού Fourier της $\phi(t)$, $|\Phi(F)|$, σε N_f ισαπέχοντα σημεία στο διάστημα $\left[-\frac{F_s}{2}, \frac{F_s}{2}\right)$.[1] Να σχεδιάσετε τη φασματική πυκνότητα ενέργειας $|\Phi(F)|^2$ στον κατάλληλο άξονα συχνοτήτων με χρήση της εντολής semilogy.

Α.2 Να δημιουργήσετε ακολουθία N (ενδεικτικά, $N = 50, 100$) ανεξάρτητων και ισοπίθανων bits $\{b_0, \ldots, b_{N-1}\}$.

Χρησιμοποιώντας την απεικόνιση

$$0 \longrightarrow +1,$$

$$1 \longrightarrow -1,$$

να απεικονίσετε τα bits σε σύμβολα X_n, για $n = 0, \ldots, N-1$.

Να κατασκευάσετε την κυματομορφή

$$X(t) = \sum_{n=0}^{N-1} X_n \phi(t - nT).$$

[1] Να επιλέξετε το N_f αρκετά μεγάλο και να το διατηρήσετε σταθερό για όλη την άσκηση. Πιο συγκεκριμένα, το N_f θα πρέπει να είναι μεγαλύτερο από το μήκος της κυματομορφής $X(t)$, μετρημένο σε δείγματα. Για παράδειγμα, η τιμή $N_f = 2048$ είναι αρκετή για σχετικά μικρά N και over. Διαφορετικά, θα υπάρξει παραμόρφωση στις φασματικές πυκνότητες ισχύος!

Υποθέτοντας ότι το πλήθος των συμβόλων είναι άπειρο, αποδείξαμε ότι η φασματική πυκνότητα ισχύος της $X(t)$ είναι

$$S_X(F) = \frac{\sigma_X^2}{T} |\Phi(F)|^2 .$$

A.3 (10) Με χρήση της εντολής fft, να υπολογίσετε το περιοδόγραμμα μίας υλοποίησης της $X(t)$

$$P_X(F) = \frac{|\mathcal{F}[X(t)]|^2}{T_{\text{total}}},$$

όπου T_{total} είναι ο συνολικός χρόνος διάρκειας της $X(t)$ σε sec. Να σχεδιάσετε το $P_X(F)$ με χρήση plot και semilogy.

Να επαναλάβετε για διάφορες υλοποιήσεις της ακολουθίας bits $\{b_0, \ldots, b_{N-1}\}$, ώστε να αποκτήσετε μία καλή εικόνα σχετικά με το πώς μοιάζει το περιοδόγραμμα υλοποιήσεων της $X(t)$.

(10) Να εκτιμήσετε τη φασματική πυκνότητα ισχύος υπολογίζοντας αριθμητικές μέσες τιμές πάνω σε K (ενδεικτικά, $K = 100, 1000$) υλοποιήσεις περιοδογραμμάτων. Να σχεδιάσετε σε κοινό semilogy την εκτίμηση και τη θεωρητική[2] φασματική πυκνότητα ισχύος.

(10) Όσο αυξάνετε το K και το N θα πρέπει η προσέγγιση να γίνεται καλύτερη. Συμβαίνει αυτό στα πειράματά σας; Αν ναι, μπορείτε να εξηγήσετε το φαινόμενο;

A.4 Χρησιμοποιώντας την απεικόνιση

$$00 \longrightarrow +3$$

$$01 \longrightarrow +1$$

$$11 \longrightarrow -1$$

$$10 \longrightarrow -3$$

να κατασκευάσετε την ακολουθία 4-PAM X_n, για $n = 0, \ldots, \frac{N}{2} - 1$. Παρατηρήστε ότι, *αν τα bits είναι ισοπίθανα, τότε και τα σύμβολα X_n είναι ισοπίθανα!*

[2] Δηλαδή, αυτή που προκύπτει από τον τύπο του βήματος A.2 αν θεωρήσετε ότι η φασματική πυκνότητα ενέργειας του $\phi(t)$ είναι η $|\Phi(F)|^2$ του βήματος A.1.

Να κατασκευάσετε την κυματομορφή

$$X(t) = \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} X_n \, \phi(t - nT)$$

χρησιμοποιώντας την ίδια περίοδο T με το ερώτημα A.2.

(10) Να υπολογίσετε το περιοδόγραμμα και να εκτιμήσετε τη φασματική πυκνότητα ισχύος μέσω αριθμητικών μέσων τιμών υλοποιήσεων περιοδογραμμάτων της $X(t)$. Να σχεδιάσετε την πειραματική και την θεωρητική φασματική πυκνότητα ισχύος στο ίδιο semilogy. Τι παρατηρείτε·

(10) Πώς συγκρίνεται, ως προς το εύρος φάσματος και ως προς το μέγιστο πλάτος τιμών, η φασματική πυκνότητα ισχύος της $X(t)$ σε σχέση με αυτή της $X(t)$ του βήματος A.2; Μπορείτε να εξηγήσετε τα αποτελέσματα της σύγκρισης;

A.5 (10) Να επαναλάβετε το βήμα A.3, θέτοντας περίοδο συμβόλου $T' = 2T$ (να διατηρήσετε την περίοδο δειγματοληψίας T_s ίση με αυτή των προηγούμενων βημάτων).

(5) Τι παρατηρείτε σχετικά με το εύρος φάσματος των κυματομορφών σε αυτή την περίπτωση σε σχέση με αυτό των κυματομορφών του βήματος A.3; Μπορείτε να εξηγήσετε το φαινόμενο;

A.6 (2.5) Αν θέλατε να στείλετε δεδομένα όσο το δυνατό ταχύτερα έχοντας διαθέσιμο το ίδιο εύρος φάσματος, θα επιλέγατε 2-PAM ή 4-PAM, και γιατί;

(2.5) Αν το διαθέσιμο εύρος φάσματος είναι πολύ ακριβό, θα επιλέγατε περίοδο συμβόλου T ή $T' = 2T$, και γιατί;

B. Αρχικά θα λύσουμε ένα θεωρητικό πρόβλημα και κατόπιν θα το επαληθεύσουμε πειραματικά. Έστω η κυματομορφή

$$X(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n \phi(t - nT)$$

όπου X_n είναι ανεξάρτητα τυχαία σύμβολα, με $\mathcal{E}[X_n] = 0$ και $\mathcal{E}[X_n^2] = \sigma_X^2$, και $T > 0$ η περίοδος συμβόλου. Η $X(t)$ διαμορφώνει ένα ημιτονοειδές σήμα. Το διαμορφωμένο σήμα είναι το

$$Y(t) = X(t) \cos(2\pi f_0 t + \Theta)$$

όπου Θ είναι τυχαία μεταβλητή, ομοιόμορφα κατανεμημένη στο $[0, 2\pi)$, ανεξάρτηση των X_n, για κάθε n.

B.1 (10) Να υπολογίσετε αναλυτικά τις ποσότητες $\mathcal{E}[Y(t)]$ και $\mathcal{E}[Y(t+\tau)Y(t)]$.

B.2 (10) Να χαρακτηρίσετε την $Y(t)$ ως προς τη (κυκλο)-στασιμότητα, υπό την ευρεία έννοια.

B.3 (10) Να υπολογίσετε τη φασματική πυκνότητα ισχύος της $Y(t)$, $S_Y(F)$, συναρτήσει της $S_X(F)$ και της συχνότητας διαμόρφωσης, f_0.

B.4 (20) Να επαληθεύσετε πειραματικά το παραπάνω αποτέλεσμα. Πιο συγκεκριμένα, να επιλέξετε συχνότητα διαμόρφωσης $\frac{1}{2T} < f_0 < \frac{F_s}{2} - \frac{1}{2T}$ και να διαμορφώσετε κυματομορφές που προκύπτουν από διαμόρφωση 2-PAM.

(α) Να εκτιμήσετε τη φασματική πυκνότητα ισχύος του διαμορφωμένου 2-PAM σήματος, μέσω περιοδογραμμάτων.

(β) Να σχεδιάσετε σε κοινό semilogy τη θεωρητική και την πειραματική φασματική πυκνότητα ισχύος.