# 14-ΣΕΤ Βλάχος Δημήτριος

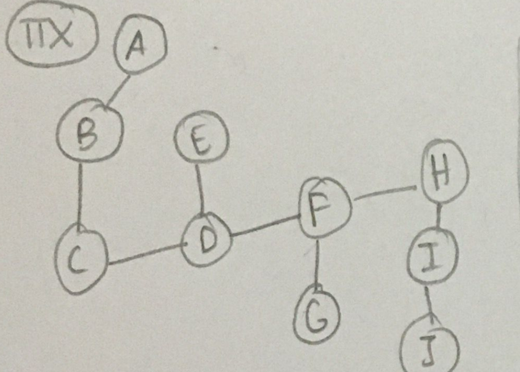
① • Συνεκτικό: Ένα $G$ είναι συνεκτικό αν έχει μοναδική συνεκτική συνιστώσα
Δηλ. $\forall$ κορυφή συνδέεται με $\forall$ άλλη μέσω ενός μονοπατιού.

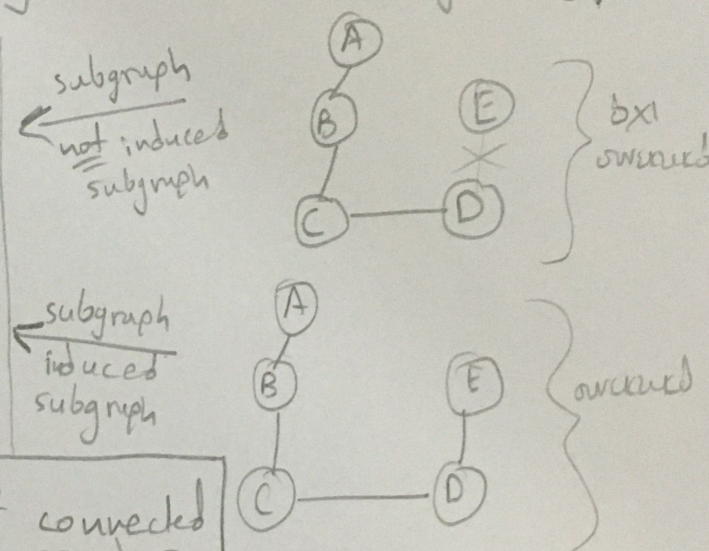
• $G' = (V', E')$ είναι ένα subgraph του $G = (V, E)$ αν:
$V' \subseteq V$ & $E' \subseteq E$

• $G'$ είναι ένα επαγόμενο subgraph του $G$, αν είναι ένα subgraph του $G$ & $\forall$ ακμή του $G$

• $G'$ is an induced subgraph of $G$: "if $G'$ is a subgraph of $G$ & $\forall$ edge of $G$ connecting vertices of $G'$ is an edge of $G'$."

• ΠΧ

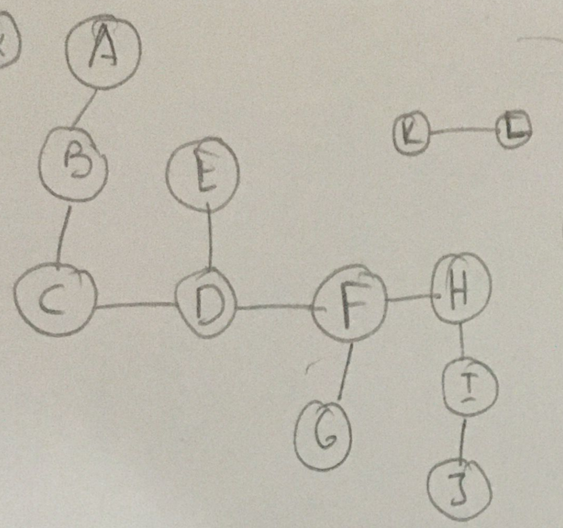



$\Longleftarrow$ $\boxed{\text{G είναι forest if } \forall \text{ connected subgraph του G είναι επαγόμενο}}$

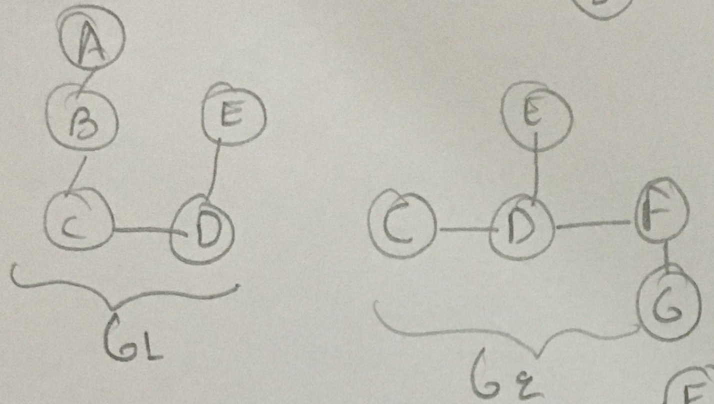
**Απόδειξη:**
• Έστω $F$ ένα connected subgraph του $G$.
Έστω ότι το $F$ δεν είναι επαγόμενο.
• Τότε $\exists$ ζεύγος κορυφών $x, y$ ε.ω. $\exists$ ακμή $xy$ στο $E(G)$ αλλά όχι στο $E(F)$
• Το αντίστροφο $((x,y) \in E(F)$ & $(x,y) \notin E(G))$ δεν είναι αληθές εφόσον το $F$ είναι subgraph του $G$.
• Η ακμή $(x,y)$ είναι μοναδικό μονοπάτι ανάμεσα σε $x$ & $y$ in $G$
Συνεπώς εφόσον το $F$ δεν περιέχει αυτή την ακμή πρέπει να είναι disconnected
• Άρα το $F$ είναι επαγόμενο

(2) ΠΧ




$G = (V, E)$

undirected, acyclic

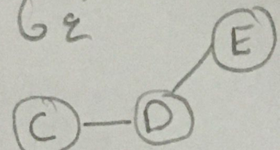



$G_1 = (V_1, E_1)$

$G_2 = (V_2, E_3)$

συνεκτικά, sub-graphs του $G$

$G_1 \cap G_2$ :




$(V_1 \cap V_2, E_1 \cap E_2)$ συνεκτικό

- Έστω ότι το $G_1 \cap G_2$ δεν είναι συνεκτικό
- Όμως θα έχουν τουλ. 2 κοινές κορυφές, έστω $x, y$.
- $(x, y) \in E_1$, $(x, y) \in E_2 \Longrightarrow (x, y) \in E_1 \cap E_2$
- Άρα το $(V_1 \cap V_2, E_1 \cap E_2)$ θα είναι συνεκτικό.