

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И
ОПТИКИ

Факультет систем управления и робототехники

**Отчет по лабораторной работе №3
по дисциплине "Адаптивное и робастное
управление"
Вариант 4**

Выполнили: студенты гр. R34353

**Симонов Р. А.
Золотарев Д. В.**

Преподаватель: *Герасимов Д. Н.
Козачёк О. А.*

Санкт-Петербург, 2024-2025

Содержание

1	Цель работы	2
2	Ход работы	2
2.1	Постановка задачи	2
2.2	Построение эталонной модели	3
2.3	Построение неадаптивной системы управления	4
2.4	Построение адаптивной системы управления	8
2.4.1	Отклонение параметров	9
2.4.2	Влияние параметра γ	12
2.4.3	Эксперименты при задающем сигнале $g(t) = 1$	15
3	Выводы	18

1 Цель работы

Построить неадаптивные и адаптивные системы управления, провести моделирование полученных систем, сравнить качество переходного процесса

2 Ход работы

2.1 Постановка задачи

Рассмотрим объект

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + bu \\ y = Cx \end{cases}$$

где $x \in R^n$ - вектор состояния, u - управление, $y \in R$ - регулируемая переменная.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-1} \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ b_0 \end{bmatrix}, C = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 0]$$

,

$a_i, i = \overline{0, n-1}$ - неизвестные параметры, b_0 - известный коэффициент. Согласно варианту: $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}, b_0 = 4$. Задача управления заключается в компенсации параметрической неопределенности объекта и обеспечении следующего целевого равенства:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_m(t) - x(t)\| = \lim_{t \rightarrow \infty} \|e(t)\| = 0 \quad (1)$$

где $e = x_m - x$ - вектор ошибки управления, $x_m \in R^n$ - вектор, генерируемый эталонной моделью:

$$\begin{cases} \dot{x}_m = A_m x_m + b_m g \\ y_m = C_m x_m \end{cases} \quad (2)$$

где $g(t)$ - задающее воздействие, а матрицы:

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_{m0} & -a_{m1} & -a_{m2} & \dots & -a_{mn-1} \end{bmatrix}, b_m = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ b_{m0} \end{bmatrix},$$

$$C_m = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Обозначим, однако, одно важное допущение: для некоторого n -мерного вектора θ и скаляра κ матрицы A, b, A_m, b_m связаны соотношениями:

$$A_m = A + b\theta^T, b = \kappa b_m \quad (3)$$

2.2 Построение эталонной модели

Построим эталонную модель на основе параметров переходного процесса, согласно варианту $t_p = 0.2$ и $\bar{\sigma} = 0$. То есть у эталонной модели не должно быть переругулирования при воспроизведении задающего воздействия $g(t) = \text{sign}(\sin 0.3t + 1.5)$. А значит, для нахождения матриц эталонной модели, нам необходимо использовать полином Ньютона второго порядка (именно такой порядок имеет наша эталонная модель). Подадим ступенчатое воздействие на систему:

$$W(s) = \frac{1}{D^*(\lambda)} \Big|_{\lambda=s, w_0=1}$$

где $D^*(\lambda) = \lambda^2 + 2\lambda w_0 + w_0^2$, и найдем время переходного процесса, получим $t_p^* = 4.805$ с. Отсюда найдем w_0 , как $w_0 = \frac{t_p^*}{t_p} = \frac{4.805}{0.2} = 24.024$, тогда матрица находится из ПФ $W(s)$, как:

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -577.15 & -48.05 \end{bmatrix}$$

Проведем моделирование, получим следующий график переходного процесса:

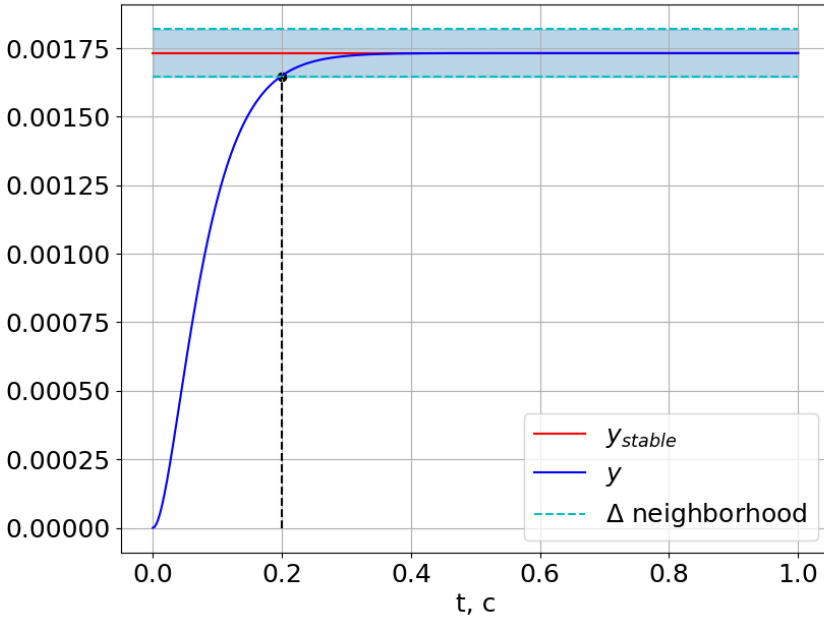


Рис. 1. График переходного процесса $W(s)$ при $\Delta = 5\%$

Как можно видеть, у переходного процесса нулевое перерегулирование, и выход системы достигнет Δ -области за 0.2 секунды, как и было задано, поэтому можно заявить, что эталонная модель была построена в точности по заданным параметрам.

2.3 Построение неадаптивной системы управления

Предположим, что все параметры известны и синтезируем неадаптивный регулятор. Зададим вектор θ , как $\theta^T = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n]$ - вектор постоянных параметров, определяемый параметрическими рассогласованиями между матрицами A и A_m

Так как у нас система второго порядка, то нас будут интересовать только величины:

$$\theta_1 = \frac{-a_{m0} + a_0}{b_0}, \theta_2 = \frac{-a_{m1} + a_1}{b_0}, \kappa = \frac{b_0}{b_{m0}}$$

При законе управления:

$$u = \theta^T x + \frac{1}{\kappa} g \quad (4)$$

получим закон экспоненциальной сходимости ошибки управления неадаптивной системы:

$$\dot{e} = A_m e$$

Промоделируем поведение нашей системы при таком законе управления. Для начала возьмем расчетные значения параметров θ_1 и θ_2 :

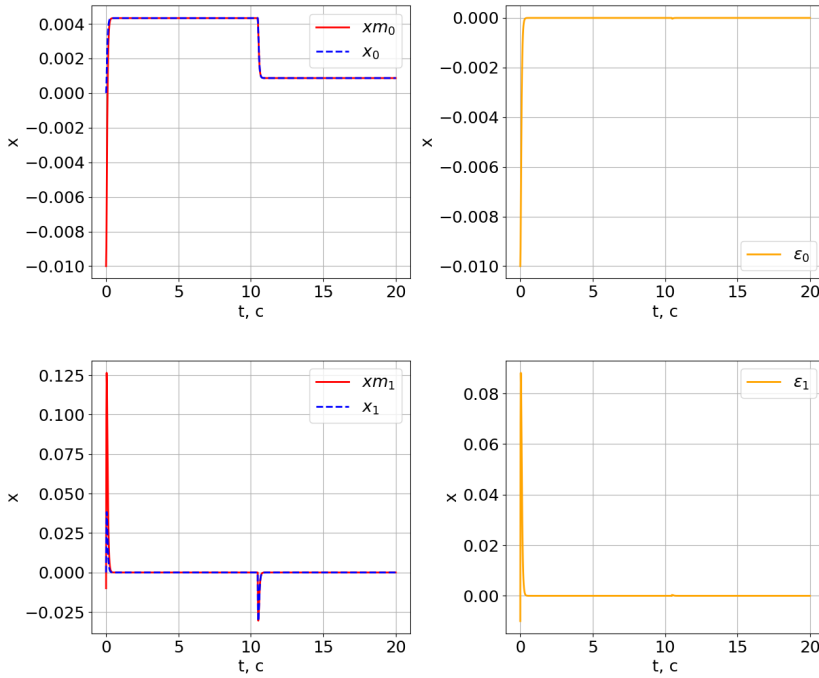


Рис. 2. График переходного процесса для неадаптивной системы при расчетных параметрах θ_1 и θ_2

Как можно видеть, регулятор успешно сводит обе компоненты ошибки в ноль, то есть выполняется целевая задача (1). Попробуем теперь немного изменить параметры системы, например, возьмем теперь $a_0 = -10, a_1 = 10$:

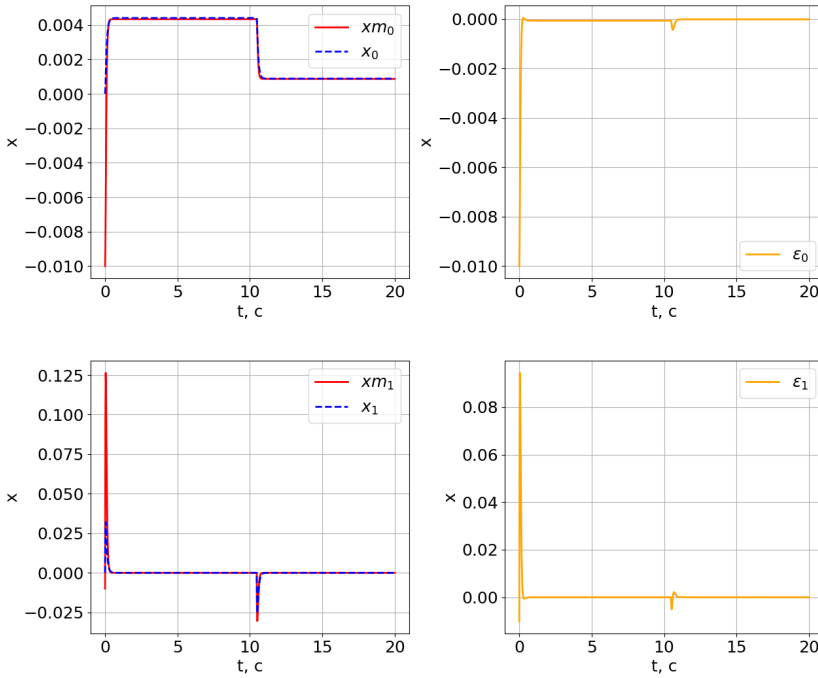


Рис. 3. График переходного процесса для неадаптивной системы при параметрах $a_0 = -10, a_1 = 10$

Замкнутая система стала чуть хуже следить за эталонным сигналом, но все же задача успешно выполняется. Попробуй теперь сильно отклонить параметры системы, пусть: $a_0 = -1000, a_1 = 1000$:

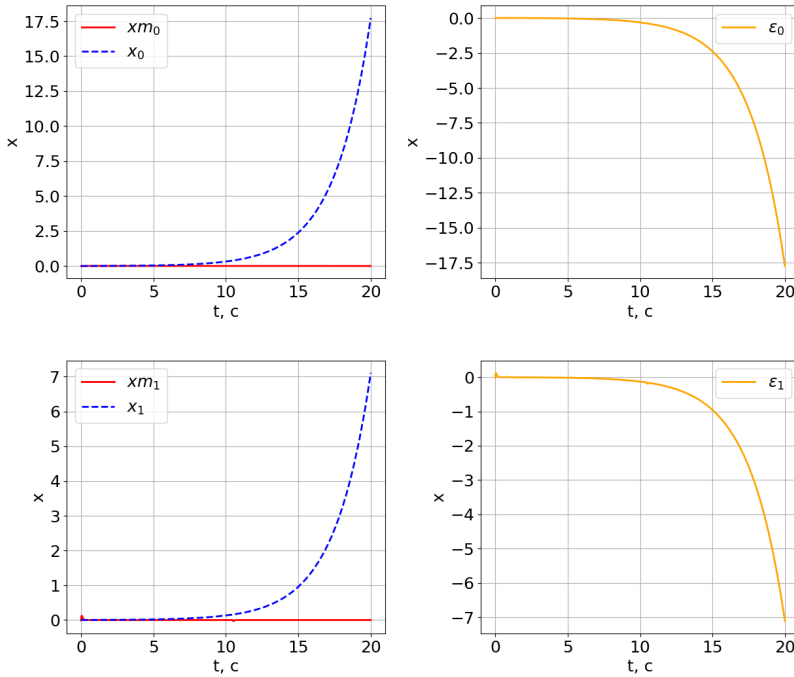


Рис. 4. График переходного процесса для неадаптивной системы при параметрах $a_0 = -1000$, $a_1 = 1000$

Сразу становится видно, что система потеряла устойчивость и что целевая задача не выполняется.

2.4 Построение адаптивной системы управления

Кроме того, что предложенный нами неадаптивный регулятор на самом деле физически нерализуемым (т.к. мы не знаем параметров матрицы A), так он не способен выполнить задачу при сильных отклонениях параметров системы. Поэтому построим адаптивный закон управления, чтобы исключить эти недостатки. Просто теперь в законе управления (4) вместо самой θ напишем её оценку - $\hat{\theta}$:

$$u = \hat{\theta}^T x + \frac{1}{\kappa} g \quad (5)$$

Тогда модель ошибок можно записать как:

$$\dot{e} = A_m e + b \tilde{\theta}^T x \quad (6)$$

где $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$ - вектор параметрических ошибок.

Можно заметить, что если выбрать алгоритм адаптации в виде:

$$\dot{\hat{\theta}} = \gamma x b^T P e, \hat{\theta} = 0 \quad (7)$$

то производная функции Ляпунова $V = \frac{1}{2} e^T P e + \frac{1}{2\gamma} \tilde{\theta}^T \tilde{\theta}$ будет неположительна: $\dot{V} = -\frac{1}{2} e^T Q e \leq 0$.

2.4.1 Отклонение параметров

Проведем моделирование регулятора (5) с алгоритмом адаптации (7). Для начала, проведем те же эксперименты, что и в задании 2, с параметром $\gamma = 10^5$, получим следующие графики:

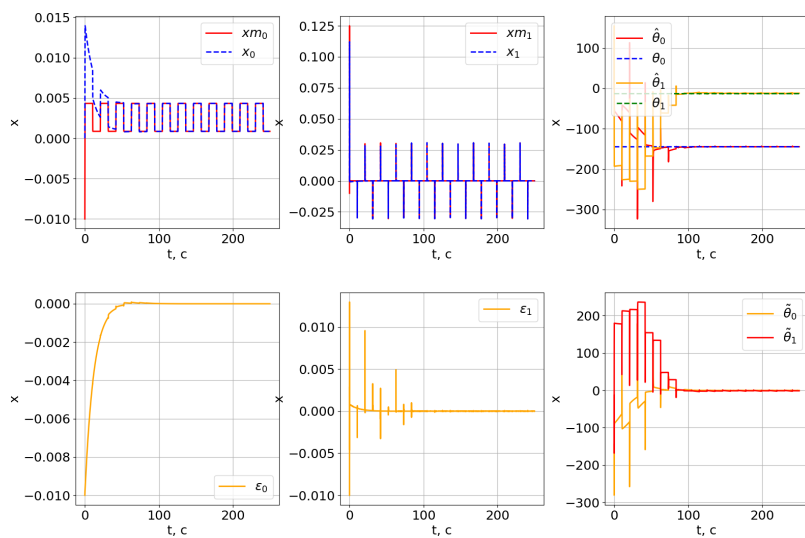


Рис. 5. График переходного процесса для адаптивной системы при расчетных параметрах θ_1 и θ_2

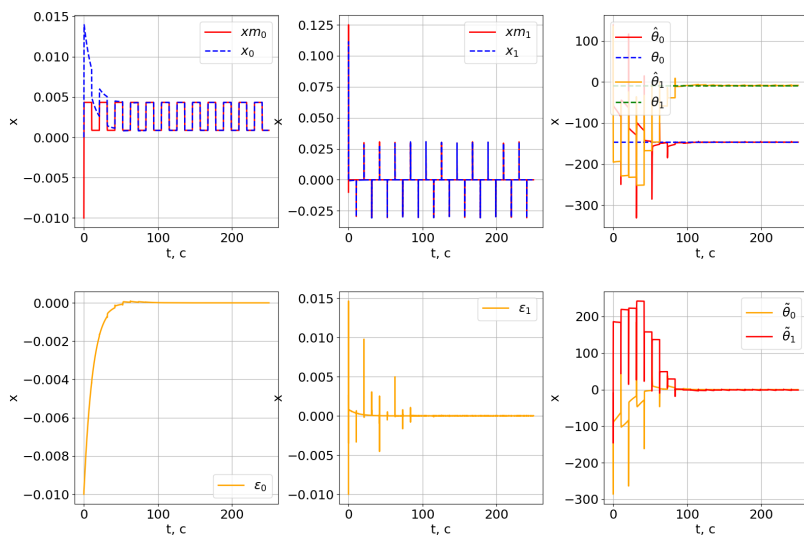


Рис. 6. График переходного процесса для адаптивной системы при параметрах $a_0 = -10, a_1 = 10$

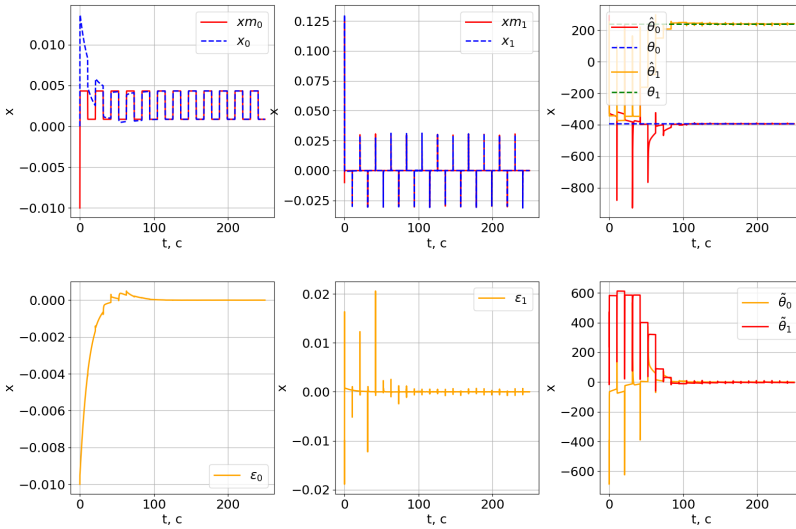


Рис. 7. График переходного процесса для адаптивной системы при параметрах $a_0 = -1000, a_1 = 1000$

Легко заметить, что даже при большом отклонении параметров, система все равно остается устойчивой, что подтверждает свойство такой адаптивной системы: асимптотическое стремление ошибки ε к нулю.

2.4.2 Влияние параметра γ

Теперь проведем эксперимент с расчетными значениями θ_1 и θ_2 , но при разных значениях параметра γ :

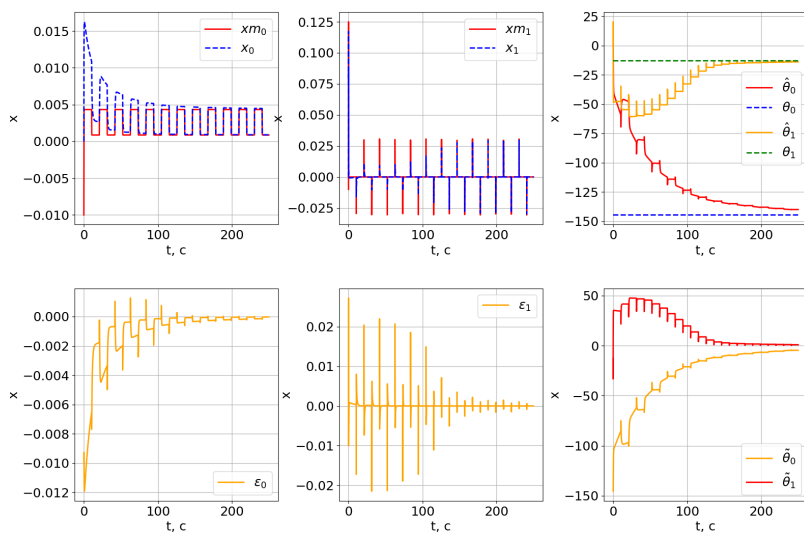


Рис. 8. График переходного процесса для адаптивной системы при расчетных параметрах θ_1 и θ_2 и $\gamma = 100$

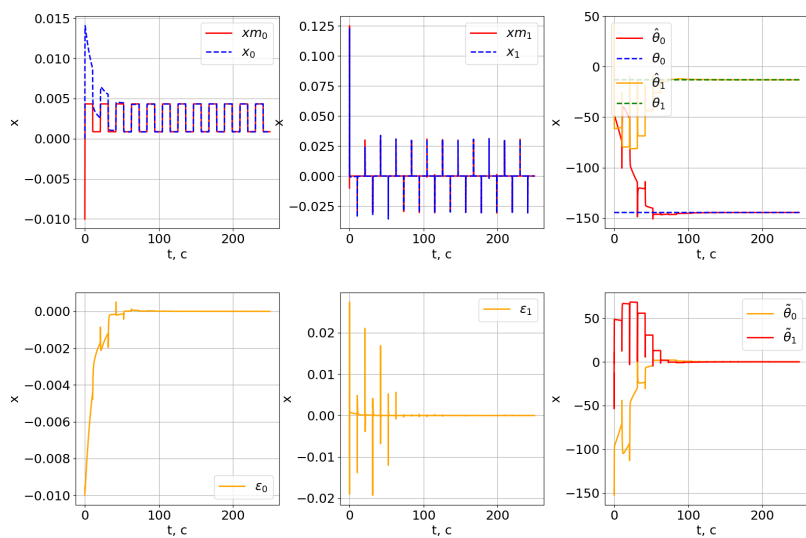


Рис. 9. График переходного процесса для адаптивной системы при расчетных параметрах θ_1 и θ_2 и $\gamma = 1000$

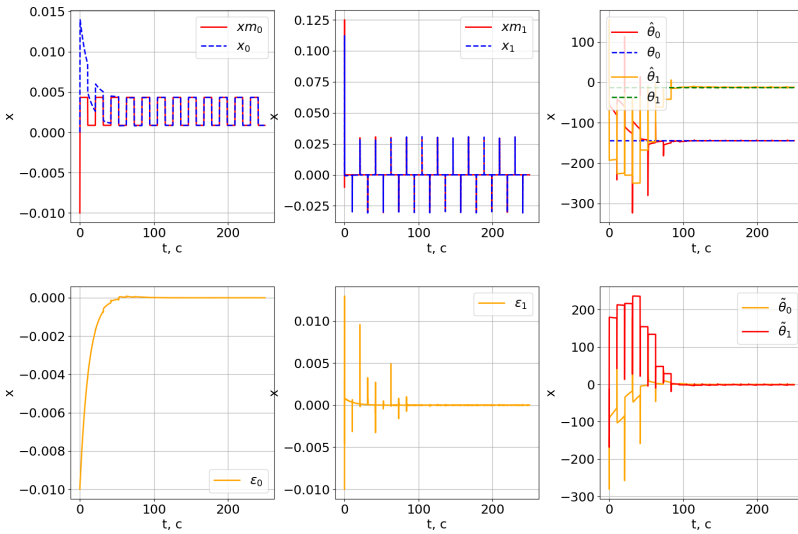


Рис. 10. График переходного процесса для адаптивной системы при расчетных параметрах θ_1 и θ_2 и $\gamma = 100000$

Как можно видеть, чем больше значение параметра γ тем плавнее и быстрее переходный процесс для ошибки ε , однако, скорость сходимости параметрических ошибок $\hat{\theta}$ не всегда возрастает с ростом γ , ведь при $\gamma = 1000$, скорость сходимости оказалось выше, чем при $\gamma = 100000$. Это наблюдение подтверждает еще одно свойство - так как задающий сигнал $g(t)$ частотно богат, то можно сказать, что вектор $\hat{\theta}$ экспоненциально стремится к вектору θ и что существует оптимальное значение коэффициента γ , при котором скорость сходимости параметрических ошибок $\hat{\theta}$ к нулю максимальна.

2.4.3 Эксперименты при задающем сигнале $g(t) = 1$

Пусть теперь $g(t) = 1$, повторим предыдущий эксперимент:

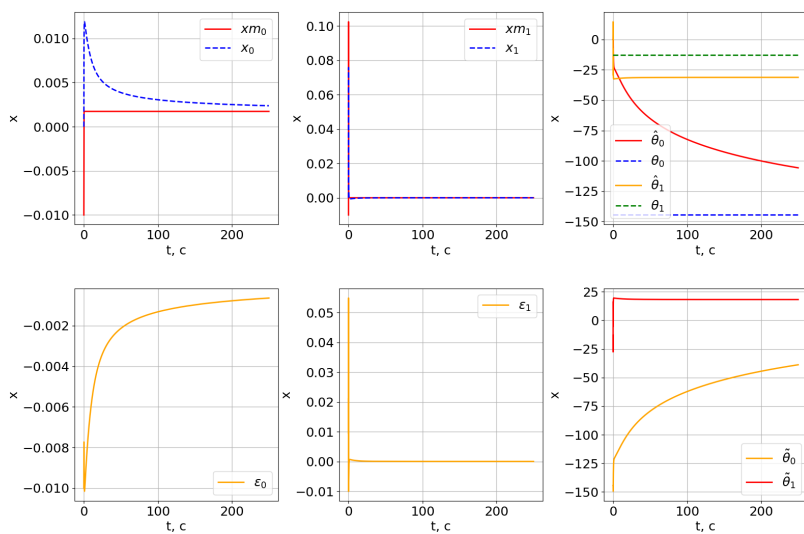


Рис. 11. График переходного процесса для адаптивной системы при $g(t) = 1$ и $\gamma = 100$

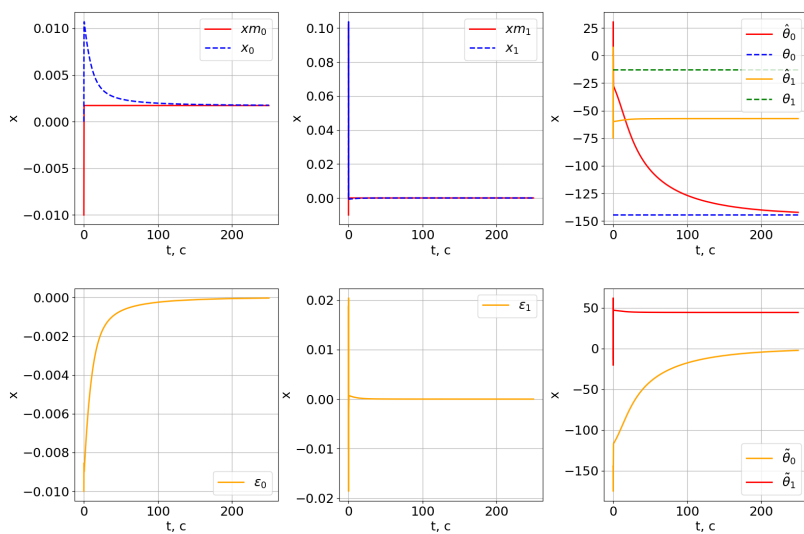


Рис. 12. График переходного процесса для адаптивной системы при $g(t) = 1$ и $\gamma = 1000$

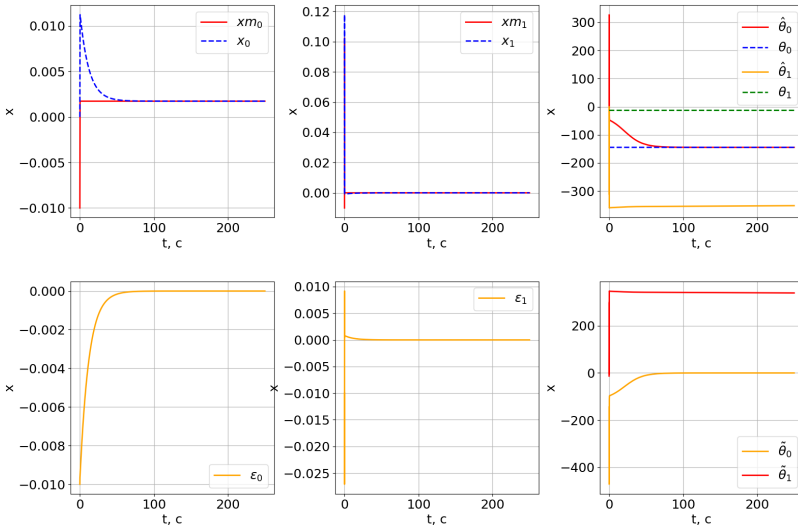


Рис. 13. График переходного процесса для адаптивной системы при $g(t) = 1$ и $\gamma = 100000$

Наблюдаем немного другую картину, так как сигнал $g(t)$ теперь нечастотно богат, то теперь экспоненциальную сходимость вектора $\hat{\theta}$ к вектору θ нельзя гарантировать и можно говорить только об ограниченности вектора $\hat{\theta}$, что мы и наблюдаем в экспериментах: вектор $\hat{\theta}$ сошелся к некоторой окрестности. Кроме того, теперь нельзя говорить о существовании оптимального значения параметра γ , ведь теперь с ростом значения γ растет и скорость сходимости параметрических ошибок $\hat{\theta}$, чего не было в предыдущих экспериментах.

3 Выводы

В результате проделанной работы были синтезирован неадаптивный и адаптивный закон управления, было проведено моделирование и анализ полученных замкнутых систем, в результате которых были подтверждены следующие свойства полученной адаптивной системы:

1. ограниченность всех сигналов в замкнутой системе
2. асимптотическое стремление ошибки ε к нулю
3. ограниченность сигнала $\hat{\theta}$. Вектор $\hat{\theta}$ экспоненциально стремится к θ , если вектор x удовлетворяет условию неисчезающего возбуждения
4. если вектор x удовлетворяет условию неисчезающего возбуждения, то существует оптимальное значение коэффициента γ , при котором скорость сходимости параметрических ошибок $\tilde{\theta}$.