

# ΕΝΝΟΙΕΣ ΣΤΗΝ ΚΡΥΠΤΟΓΡΑΦΙΑ

---

Δ. Ζήνδρος

Επιμέλεια διαφανειών: Π. Αγγελάτος, Δ. Ζήνδρος

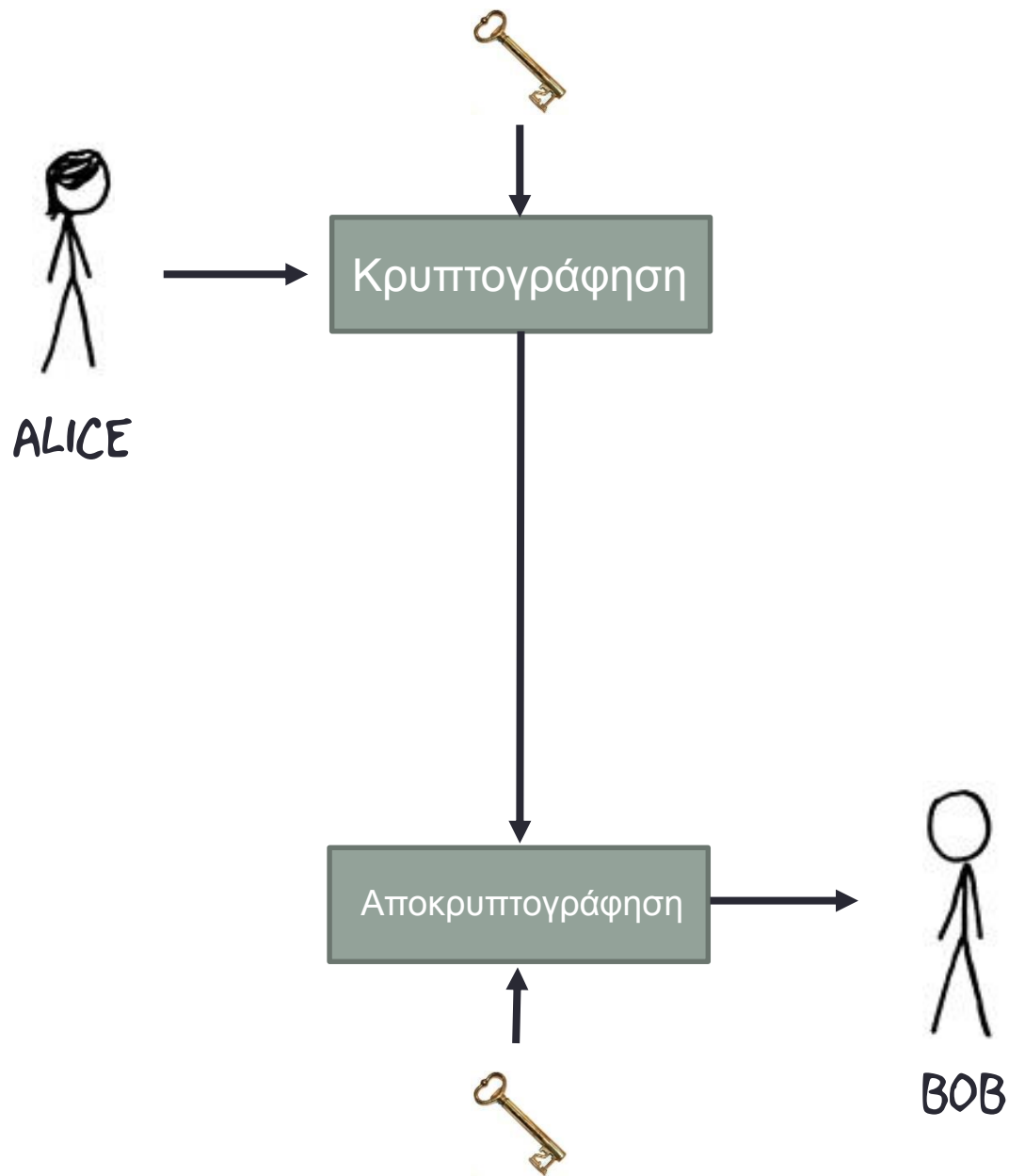


# Στόχος της παρουσίασης

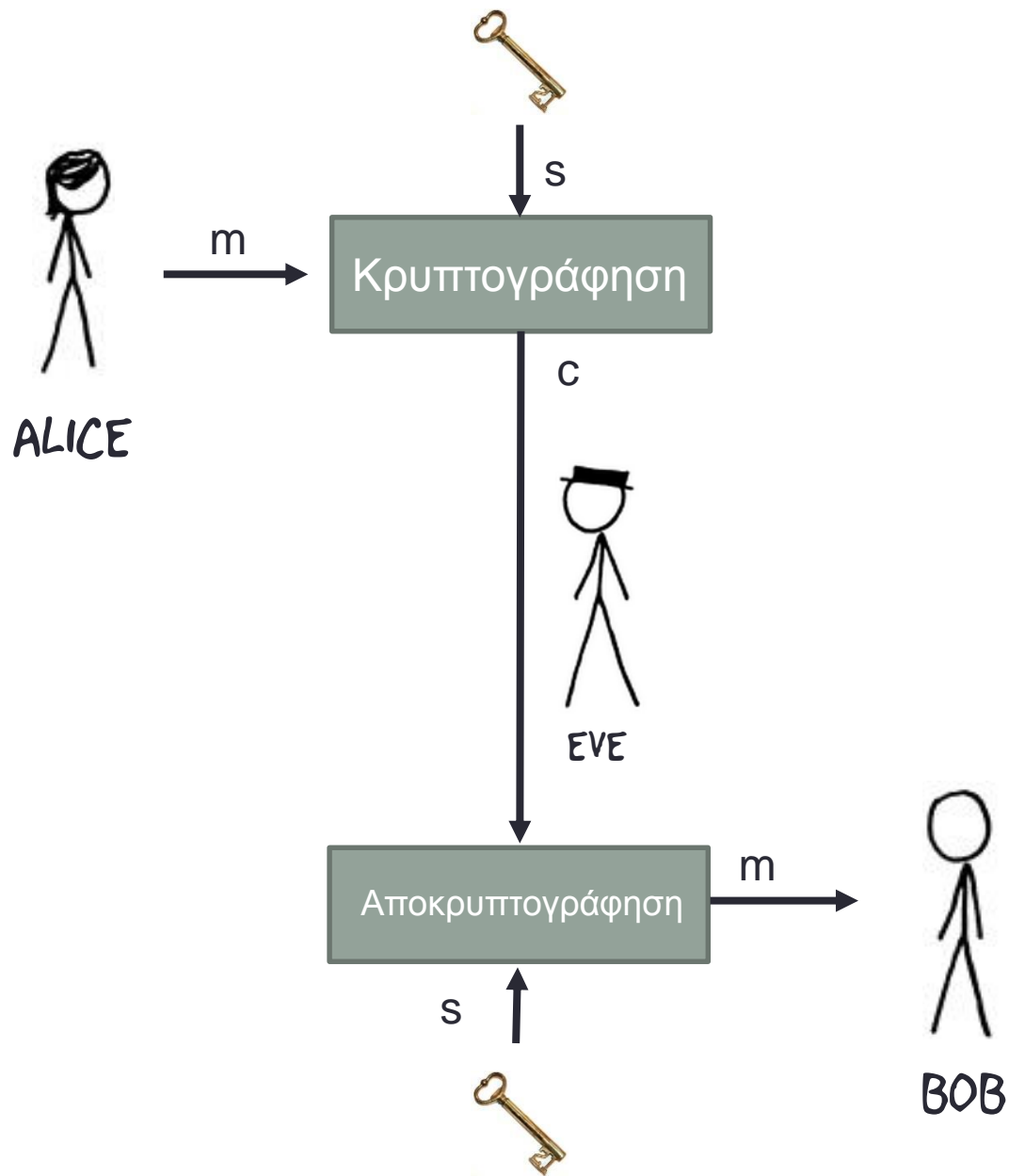
- Έννοιες στην κρυπτογραφία
- Συμμετρική κρυπτογραφία
- AES
- Ασύμμετρη κρυπτογραφία
- RSA
- DSA
- Κρυπτογράφηση & αποκρυπτογράφηση μηνυμάτων
- Ψηφιακές υπογραφές & επιβεβαίωση
- Ανταλλαγή κλειδιών
- Diffie-Hellman

# Συμμετρική κρυπτογραφία

- Η Alice θέλει να στείλει ένα μήνυμα στον Bob
- Δεν θέλει να το διαβάσουν άλλοι
- Μοιράζονται ένα **κοινό μυστικό κλειδί**
- Η Alice κρυπτογραφεί το μήνυμά της με το κλειδί
- Στέλνει στο δίκτυο το κρυπτογραφημένο κείμενο
- Ο Bob λαμβάνει το κρυπτογραφημένο κείμενο
- Ο Bob αποκρυπτογραφεί το κρυπτογραφημένο κείμενο με το κλειδί
- Λαμβάνει το αρχικό κείμενο



- $m$ 
  - message – καθαρό κείμενο
- $s$ 
  - secret – μυστικό κλειδί
- $c = E(s, m)$ 
  - encrypt – κρυπτογράφηση  $m$  με κλειδί  $s$
  - δίνει ως αποτέλεσμα κρυπτοκείμενο  $c$
- $m = D(s, c)$ 
  - decrypt – αποκρυπτογράφηση  $c$  με κλειδί  $s$
  - δίνει ως αποτέλεσμα το καθαρό κείμενο  $m$
- Ορθότητα:  $D(s, E(s, m)) = m$



# Threat models

- Δε μιλάμε γενικά για «ασφαλή» ή «ανασφαλή» συστήματα
- Ορίζουμε τι είδους ασφάλεια θέλουμε
- Δε γίνεται ένα σύστημα να είναι απόλυτα «ασφαλές»
- Ποιος είναι ο εχθρός μας;
  - Ένας φίλος που μας κάνει πλάκα;
  - Ένας πρώην σύζυγος;
  - Ένας εταιρικός κατάσκοπος;
  - Μία κυβέρνηση;
  - Οι μυστικές υπηρεσίες;
- Πόσα χρήματα μπορεί να ξοδέψει ο εχθρός μας;
- Πόσο χρόνο μπορεί να ξοδέψει ο εχθρός μας;

# Threat models

- Αναρωτηθείτε
- Για να «χακάρει» κάποιος ένα website
  - Είναι πιο φθηνό να «σπάσει» ένα κρυπτογραφικό κλειδί;
  - ...ή να «λαδώσει» ένα προγραμματιστή;
- Για να κλέψει κάποιος δεδομένα από τον υπολογιστή σου
  - Είναι πιο φθηνό να φτιάξει και να σε μολύνει με έναν ιό;
  - ...ή να τον χρησιμοποιήσει όταν τον ξεχάσεις ξεκλείδωτο;
- Για να διαβάσει κάποιος τα κρυπτογραφημένα μηνύματά σου
  - Είναι πιο εύκολο να παραβιάσει την κρυπτογραφία;
  - ...ή να αλλάξει το πληκτρολόγιό σου σε ένα κατασκοπικό;



# Συμμετρική κρυπτογραφία

- Σήμερα χρησιμοποιούμε το σύστημα AES
- Γρήγορη
- Για κρυπτογράφηση σε σκληρούς δίσκους
- Για κρυπτογράφηση πολλών δεδομένων στο δίκτυο

# Προβλήματα συμμετρικής κρυπτογραφίας

- Κάθε ζεύγος ανθρώπων χρειάζεται ένα κλειδί
- $n$  άνθρωποι  $\rightarrow \sim n^2$  κλειδιά
- Τα κλειδιά πρέπει να μείνουν μυστικά
- Κάπως πρέπει να τα ανταλλάξουν

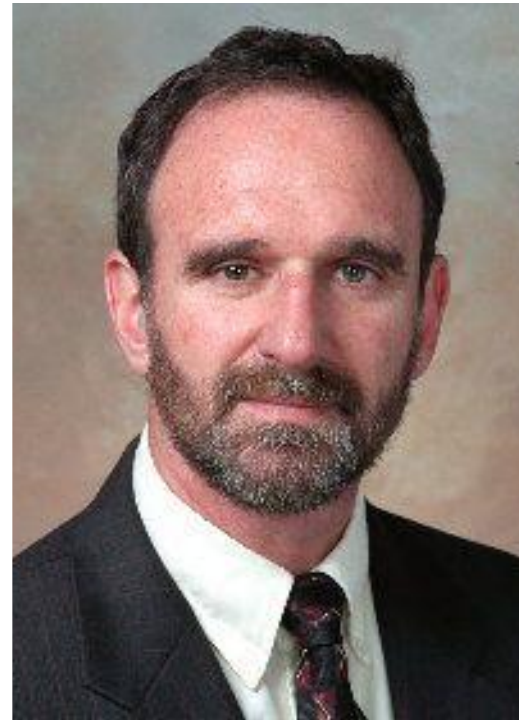
# Ασύμμετρη κρυπτογραφία

- Diffie & Hellman, 1976
- RSA – Rivest, Shamir, Adleman, 1977
- Νέα ιδέα:
  - Κάθε άνθρωπος έχει ένα **ζεύγος κλειδιών**:
  - Ιδιωτικό κλειδί & Δημόσιο κλειδί
  - Τα κλειδιά συνδέονται μαθηματικά
  - Για κάθε ιδιωτικό κλειδί υπάρχει μοναδικό δημόσιο
  - Για κάθε δημόσιο κλειδί υπάρχει μοναδικό ιδιωτικό
  - Από το ιδιωτικό μπορούμε να βρούμε το δημόσιο
  - Από το δημόσιο δεν μπορούμε να βρούμε το ιδιωτικό

# Diffie & Hellman

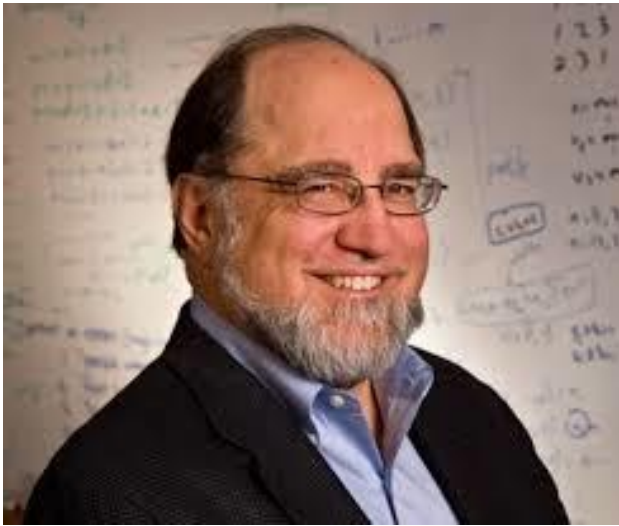


Whitfield Diffie

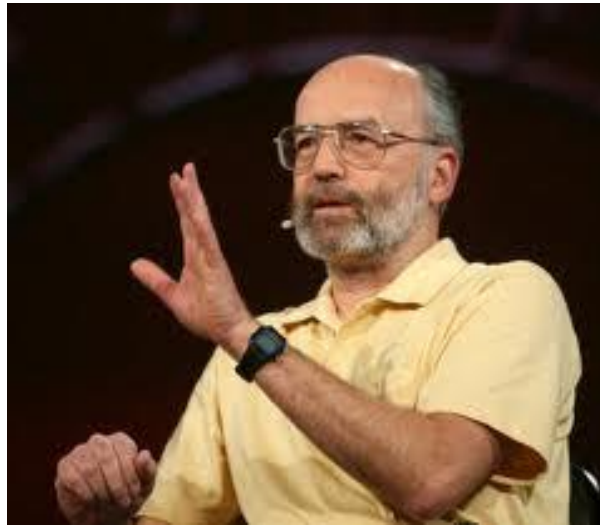


Martin Hellman

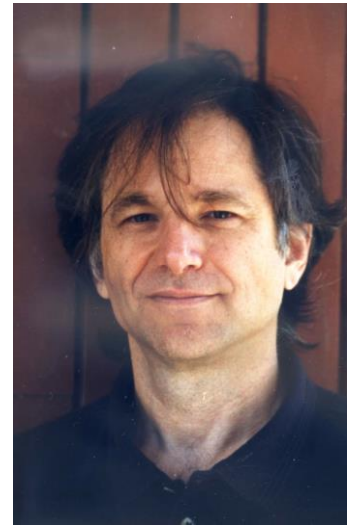
# RSA



Ron Rivest



Adi Shamir



Leonard  
Adleman

# Ασύμμετρη κρυπτογραφία

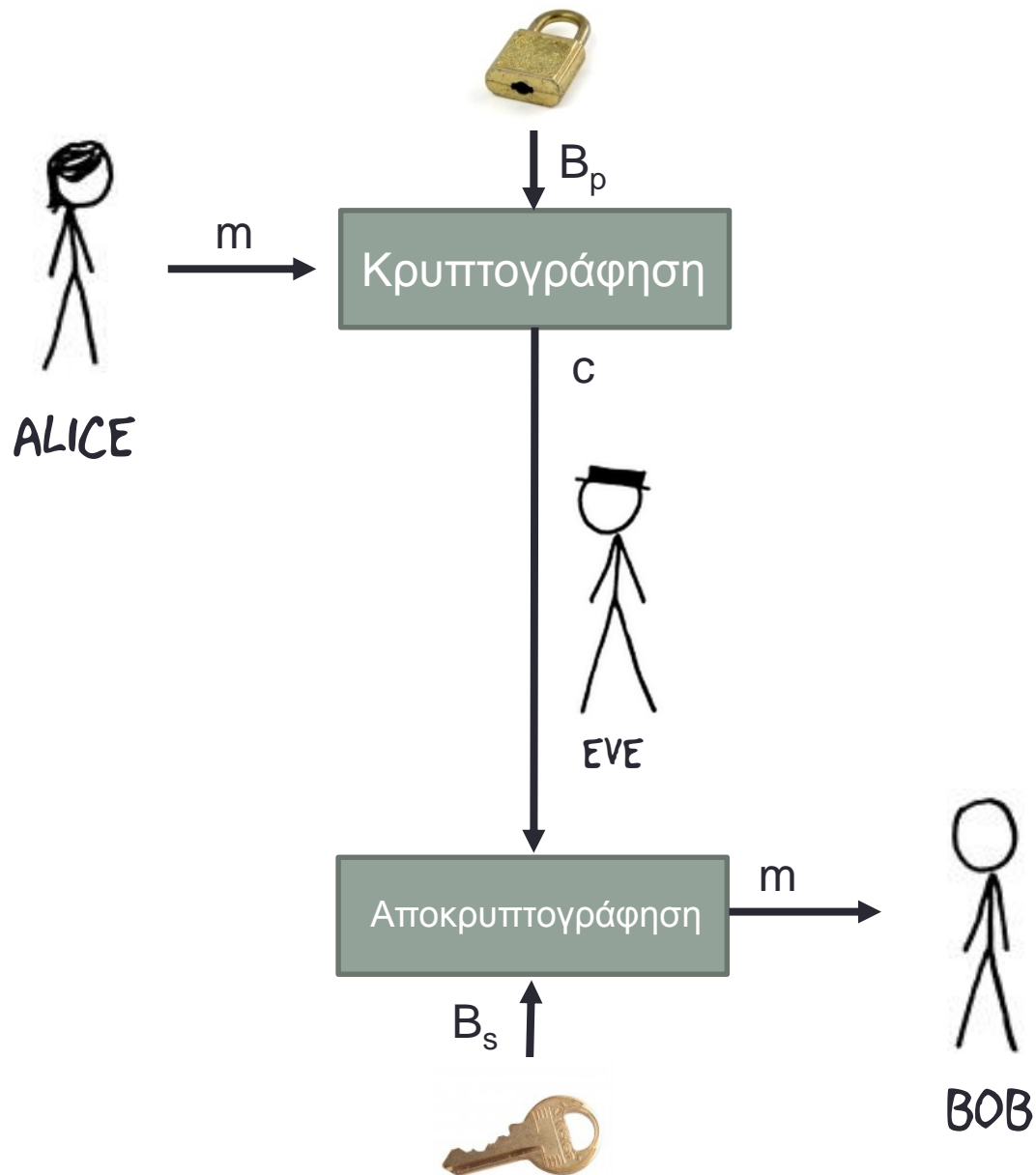
- Αρχή λειτουργίας:
  - Ό,τι κρυπτογραφείται με το δημόσιο κλειδί κάποιου, αποκρυπτογραφείται από το αντίστοιχο ιδιωτικό του.
  - Ό,τι κρυπτογραφείται με το ιδιωτικό κλειδί κάποιου, αποκρυπτογραφείται από το αντίστοιχο δημόσιο του.

# Ασύμμετρη κρυπτογραφία

- Η Alice θέλει να στείλει ένα μήνυμα στον Bob
- Δεν θέλει να το διαβάσουν άλλοι
- Ο καθένας έχει το ιδιωτικό και δημόσιο κλειδί του
- Η Alice κρυπτογραφεί το μήνυμά της **με το δημόσιο κλειδί του Bob**
- Στέλνει στο δίκτυο το κρυπτογραφημένο κείμενο
- Ο Bob λαμβάνει το κρυπτογραφημένο κείμενο
- Ο Bob αποκρυπτογραφεί το κρυπτογραφημένο κείμενο **με το ιδιωτικό κλειδί του**
- Λαμβάνει το αρχικό κείμενο

- $A_s$ 
  - Alice's secret – μυστικό κλειδί
- $A_p$ 
  - Alice's public – δημόσιο κλειδί
- $B_s$ 
  - Bob's secret – μυστικό κλειδί
- $B_p$ 
  - Bob's public – δημόσιο κλειδί
- $c = E(B_p, m)$ 
  - encrypt – κρυπτογράφηση  $m$  με κλειδί  $B_p$
  - δίνει ως αποτέλεσμα κρυπτοκείμενο  $c$
- $m = D(B_s, c)$ 
  - decrypt – αποκρυπτογράφηση  $c$  με κλειδί  $B_s$
  - δίνει ως αποτέλεσμα το καθαρό κείμενο  $m$
- Ορθότητα:  $D(B_s, E(B_p, m)) = m$





## Συμμετρική κρυπτογραφία

- Γρήγορη απόδοση
- Μοιρασμένο μυστικό
- $n^2$  κλειδιά
- Δυσκολία ανταλλαγής κλειδιών

## Ασύμμετρη κρυπτογραφία

- Αργή απόδοση
- Ο καθένας έχει το δικό του ζεύγος κλειδιών
- $n$  κλειδιά
- Δεν υπάρχει ανάγκη ανταλλαγής κλειδιών



# Από την θεωρία στην πράξη

- PGP

- Pretty Good Privacy
- Όρισε το OpenPGP πρωτόκολλο για κρυπτογράφηση/αποκρυπτογράφηση
- Πρώτη ευρείας χρήσης ασύμμετρη κρυπτογραφία
- Phil Zimmermann, 1991

- GPG

- Ελεύθερη υλοποίηση



Phil Zimmermann

# Quiz

- Η Alice στέλνει ένα κρυπτογραφημένο μήνυμα στον Bob
- Πριν το στείλει θέλει να επιβεβαιώσει ότι είναι σωστό
- Μπορεί να αποκρυπτογραφήσει αυτό που κρυπτογράφησε;

# Quiz

- Η Alice στέλνει ένα κρυπτογραφημένο μήνυμα στον Bob
- Πριν το στείλει θέλει να επιβεβαιώσει ότι είναι σωστό
- Μπορεί να αποκρυπτογραφήσει αυτό που κρυπτογράφησε;
- Όχι!
- Η κρυπτογράφηση έγινε με το δημόσιο κλειδί του Bob.
- Η Alice δεν έχει το ιδιωτικό κλειδί του Bob.
- Ό,τι κρυπτογραφείται με το δημόσιο κλειδί κάποιου, αποκρυπτογραφείται με το αντίστοιχο ιδιωτικό!

# Ασύμμετρη κρυπτογραφία

- Αρχή λειτουργίας:
  - Ό,τι κρυπτογραφείται με το δημόσιο κλειδί κάποιου, αποκρυπτογραφείται από το αντίστοιχο ιδιωτικό του.
  - Ό,τι κρυπτογραφείται με το ιδιωτικό κλειδί κάποιου, αποκρυπτογραφείται από το αντίστοιχο δημόσιο του.
- Γιατί χρειάζεται αυτό;



# Quiz

- Τι συμβαίνει αν η Alice κρυπτογραφήσει ένα μήνυμα με το ιδιωτικό κλειδί της;
- Ποιος μπορεί να το διαβάσει;

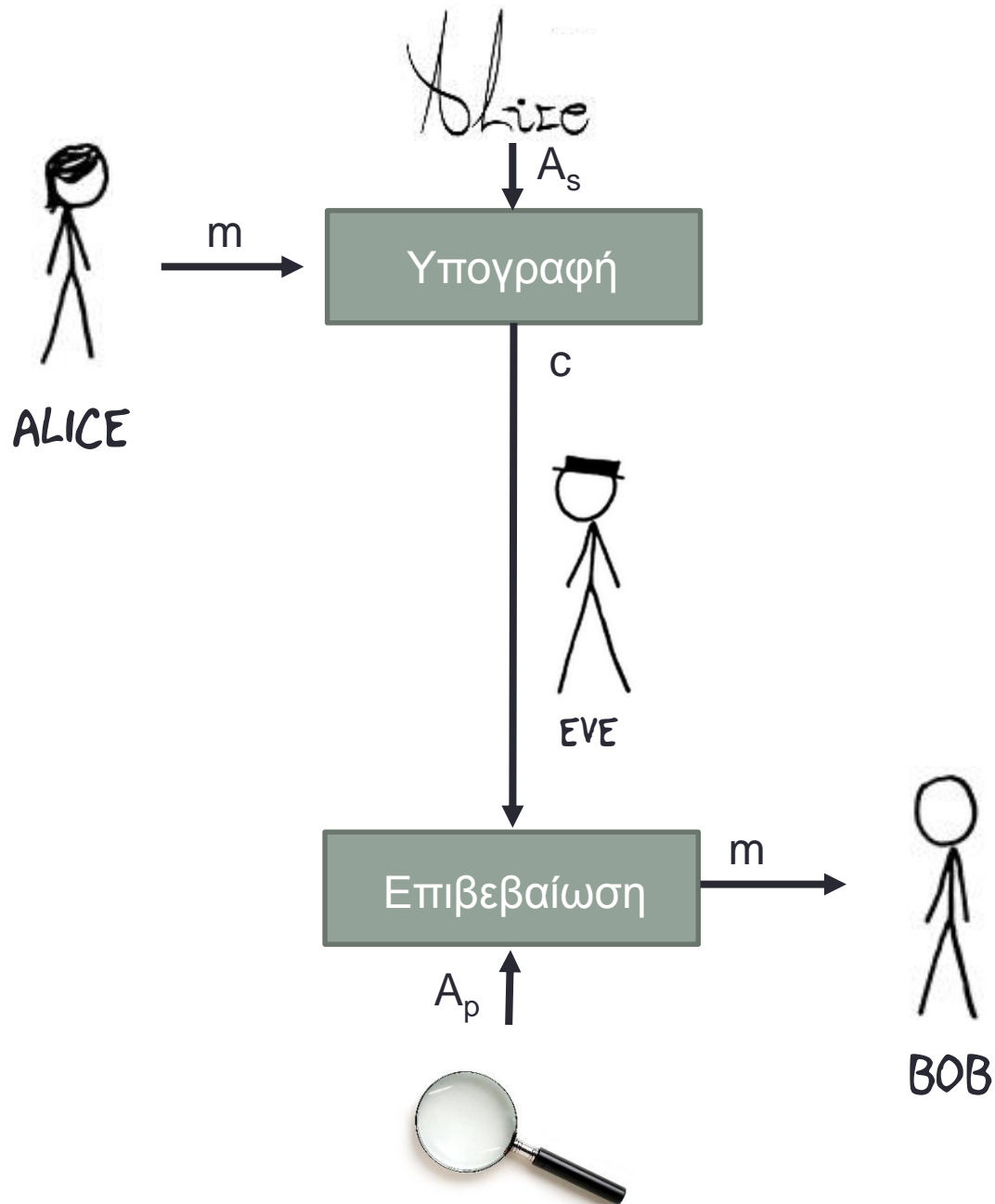
# Ψηφιακές υπογραφές

- Η Alice θέλει να στείλει ένα μήνυμα στον Bob
- Ο Bob θέλει να επιβεβαιώσει ότι το έγραψε η Alice
- Ο καθένας έχει το ιδιωτικό και δημόσιο κλειδί του
- Η Alice κρυπτογραφεί το μήνυμά της με το **ιδιωτικό κλειδί της**
- Στέλνει στο δίκτυο το κρυπτογραφημένο κείμενο
- Ο Bob λαμβάνει το κρυπτογραφημένο κείμενο
- Ο Bob αποκρυπτογραφεί το κρυπτογραφημένο κείμενο με το **δημόσιο κλειδί της Alice**
- Λαμβάνει το αρχικό κείμενο

# Ψηφιακές υπογραφές

- Η Alice θέλει να στείλει ένα μήνυμα στον Bob
- Ο Bob θέλει να επιβεβαιώσει ότι το έγραψε η Alice
- Ο καθένας έχει το ιδιωτικό και δημόσιο κλειδί του
- Η Alice **υπογράφει** το μήνυμά της με το **ιδιωτικό κλειδί της**
- Στέλνει στο δίκτυο το **υπογεγραμμένο** κείμενο
- Ο Bob λαμβάνει το **υπογεγραμμένο** κείμενο
- Ο Bob **επιβεβαιώνει** το υπογεγραμμένο κείμενο με το **δημόσιο κλειδί της Alice**

- $A_s$ 
  - Alice's secret – μυστικό κλειδί
- $A_p$ 
  - Alice's public – δημόσιο κλειδί
- $B_s$ 
  - Bob's secret – μυστικό κλειδί
- $B_p$ 
  - Bob's public – δημόσιο κλειδί
- $c = S(B_s, m)$ 
  - sign – υπογραφή του μηνύματος  $m$  με κλειδί  $B_s$
  - δίνει ως αποτέλεσμα κρυπτοκείμενο  $c$
- $m = V(B_p, c, m)$ 
  - verify – επιβεβαίωση υπογραφής  $c$  με κλειδί  $B_p$
- Ορθότητα:  $V(B_p, S(B_p, m), m) = \text{true}$



# Ψηφιακές υπογραφές

- Πιο ασφαλείς από τις συμβατικές υπογραφές
- Δεν μπορούν να παραχαρακτούν
- Περιλαμβάνουν το αρχικό καθαρό κείμενο μαζί με την υπογραφή
- Είναι **συνδεδεμένες** με το κείμενο που υπογράφονται
- Κάθε υπογραφή είναι διαφορετική και εξαρτάται από το κείμενο
- Αν αλλάξει το κείμενο, η υπογραφή δεν είναι πια έγκυρη!
- Δεν γίνεται να αντιγράψω μία υπογραφή και να τη βάλω σε άλλο κείμενο
- Είστε ενδεχομένως νομικά υπεύθυνοι γι' αυτές!

# Μαθηματικά κρυπτογραφίας

- Η κρυπτογραφία στηρίζεται σε one-way προβλήματα
- Πολυωνυμικά υπολογίζονται προς τη μία κατεύθυνση
- Εκθετικά προς την αντίστροφη

# Διακριτός λογάριθμος

- $y = b^e \bmod p$
- Δεδομένων  $b, e, p$ , η εύρεση του  $y$  είναι εύκολη
- Δεδομένων  $y, b, p$ , η εύρεση του  $e$  είναι δύσκολη
- π.χ.  $y = 3435, b = 7, p = 7919, e = ?$

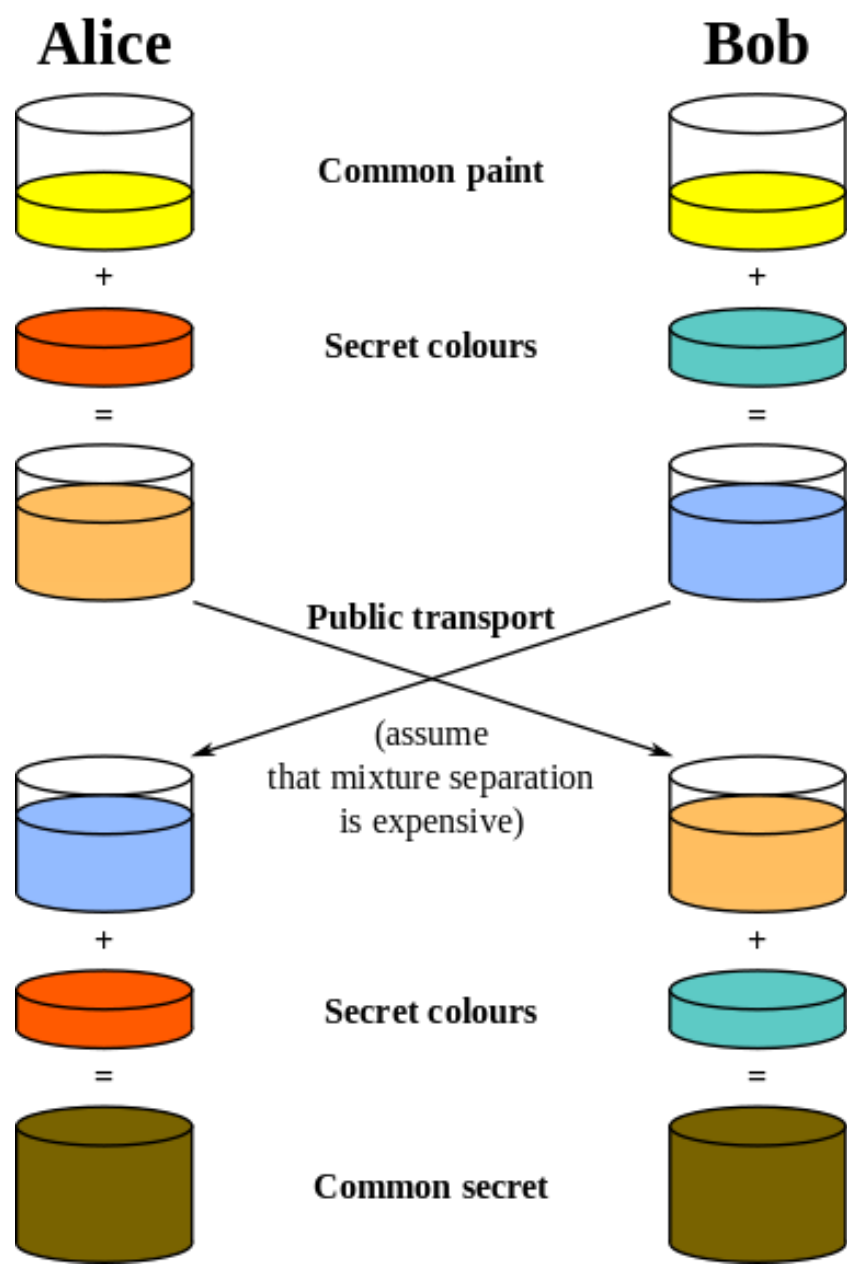


# Παραγοντοποίηση

- Έστω  $p, q$  πρώτοι και  $n = pq$
- Δεδομένων  $p, q$ , η εύρεση του  $n$  είναι εύκολη
- Δεδομένου  $n$ , η εύρεση των  $p, q$  είναι δύσκολη
- π.χ.  $n = 1263237248027$ ,  $p = ?$ ,  $q = ?$

# Ανταλλαγή κλειδιού

- Alice και Bob θέλουν να συμφωνήσουν σε ένα κοινό κλειδί
- Το κλειδί αυτό θα χρησιμοποιηθεί για συμμετρική κρυπτογραφία
- Έχουν μόνο ένα **δημόσιο** κανάλι επικοινωνίας
- Δεν έχουν προσυμφωνημένα μυστικά



# Diffie-Hellman

- Alice, Bob: Συμφωνούν σε κοινά  $p$ ,  $g$ , δημόσια
- Alice: Σκέφτεται ένα μυστικό  $a$
- Bob: Σκέφτεται ένα μυστικό  $b$
- Alice: Υπολογίζει και δημοσιεύει  $A = g^a \pmod{p}$
- Bob: Υπολογίζει και δημοσιεύει  $B = g^b \pmod{p}$
- Alice: Υπολογίζει  $B^a \pmod{p} = (g^b)^a \pmod{p} = g^{ba} \pmod{p}$
- Bob: Υπολογίζει  $A^b \pmod{p} = (g^a)^b \pmod{p} = g^{ab} \pmod{p}$
- Αντιμεταθετική ιδιότητα:  $g^{ab} \pmod{p} = g^{ba} \pmod{p} = s$
- $s$  μυστικό κλειδί
- Eve: Δεν μπορεί να ανακτήσει το  $a$  από το  $A$  ή  $b$  από το  $B$  λόγω διακριτού λογαρίθμου

# RSA

- $p, q$  πρώτοι
- $n = pq$
- $e$  τυχαίος αριθμός από 2 έως  $n - 2$
- $d$  επιλέγεται έτσι ώστε  $de = 1 \pmod{\varphi(n)}$
- Κρυπτογράφηση:  $c = m^e \pmod{n}$
- Αποκρυπτογράφηση:  $m = c^d \pmod{n}$
- Ορθότητα:  $m^{ed} = m \pmod{n}$
- Μικρό θεώρημα Fermat:  $m^{\varphi(n)} = 1 \pmod{n}$

# Μάθαμε

- Έννοιες στην κρυπτογραφία
- Συμμετρική κρυπτογραφία - AES
- Έννοιες στην ασύμμετρη κρυπτογραφία
- RSA
- Κρυπτογράφηση & αποκρυπτογράφηση μηνυμάτων
- Ψηφιακές υπογραφές & επιβεβαίωση
- Ανταλλαγή κλειδιών
- Diffie-Hellman

# Ευχαριστώ! Ερωτήσεις;



@dionyziz