Министерство образования и науки Российской Федерации
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
—
Институт компьютерных наук и технологий
Высшая школа программной инженерии

Курсовая работа
по дисциплине «Вычислительная математика»

Выполнил
Студент группы 5130904/20004 Шелковников Д.С.

Преподаватель Устинов С.М.

Санкт-Петербург
2024

Оглавление

Задание

Решение краевой задачи сведением к задаче Коши.

Для решения нелинейной краевой задачи относительно $y(x)$ на интервале $0 \le x \le 1$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = y^2 - 1,$$

$$y(0) = 0,$$

$$y(1) = 1$$

может быть использован следующий подход.

Исходное уравнение переписываем в виде $\frac{d}{dx}\left(\frac{(y')^2}{2} - \frac{y^3}{3} + y\right) = 0$

Отсюда $\frac{(y')^2}{2} - \frac{y^3}{3} + y = \alpha$ (1)

где α -некоторая константа. Поскольку $y(0)=0$, то $y'(0) = \sqrt{2\alpha}$.

Если бы мы могли вычислить α, то исходная задача свелась бы к задаче Коши, легко решаемой с помощью подпрограммы RKF 45.

Интегрирование уравнения (1) дает $x = \int_0^y \frac{dy}{\sqrt{2}\left(\alpha + \frac{y^3}{3} - y\right)^{\frac{1}{2}}}$.

Используя граничное условие $y(1)=1$, получим уравнение для α: $1 = \int_0^1 \frac{dy}{\sqrt{2}\left(\alpha + \frac{y^3}{3} - y\right)^{\frac{1}{2}}}$,

которое может быть решено с помощью подпрограмм QUANC8 и ZEROIN.

Реализовать этот подход к решению задачи. Оценить погрешность результата и погрешность, определяемую неточностью в исходных данных.

Результаты

```
a = 0.666668, b = 300
Find alpha: 0.9711
Solve value = 0
```

Вывод

Определим сначала интервалы для поиска решения.

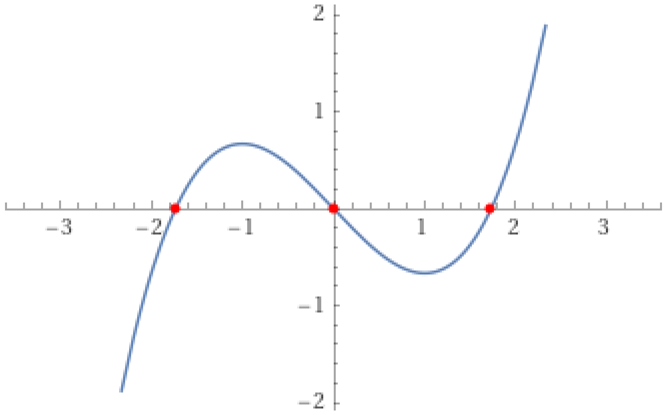

График знаменателя (подкорневого выражения) имеет такой вид. По условию интегрирования нас интересует часть от 0 до 1. Решим неравенство, чтобы часть от 0 до 1 была неотрицательной. Это выполнится при добавлении $\frac{2}{3}$. В таком случае знаменатель будет обращаться в 0, что нам не подходит. Тогда в коде программы укажем минимальную границу для поиска решения, как 2.0/3+0.000001, а верхнюю без ограничений. Дальше с помощью программы ZEROIN найдем решение.

Код программы

<DIR>/computational_mathematics/coursework/main.cpp

```
#include <iostream>
#include <cmath>
#include <functional>
#include "../common/Quanc8.h"
#include "zeroin.h"

double integrand(double y, double alpha) {
    return 1.0 / sqrt(2 * (alpha + pow(y, 3) / 3 - y));
}

double to_solve(double alpha) {
    double a = 0, b = 1;
    double abserr = 1e-6, relerr = 1e-6;
    auto func = std::bind(integrand, std::placeholders::_1, alpha);
    dimkashelk::Quanc8 quanc8(func, a, b, abserr, relerr);
    return 1 - quanc8.getResult();
}

double find_alpha(double a, double b) {
    double tol = 1e-12;
    int flag = 0;
    double res = zeroin(a, b, to_solve, tol, &flag);
    return res;
}
```

```
int main() {
    double a = 2.0/3+0.000001, b = 300;
    double alpha = find_alpha(a, b);
    std::cout << "a = " << a << ", b = " << b << "\nFind alpha: " << alpha <<
"\nSolve value = " << to_solve(alpha) << "\n\n";
    return 0;
}
```

В программе также использовались файлы Quanc8.cpp и Quanc8.h из первой лабораторной работы и файл zeroin.h из стандартной библиотеки.