

Задание 1.

Для выполнения этого задания выбрал алгоритм из ДЗ-2 (задача 4):
найти сумму n элементов следующего ряда: 1, -0.5, 0.25, -0,125...

В ДЗ-2 сумма найдена с использованием рекурсии (этот алгоритм перенесён в файл task01.py).

Дополнительно для сравнения скорости нашёл сумму с использованием цикла (алгоритм реализован в файле task02.py).

В обоих алгоритмах 1000 раз проведено вычисление суммы 990 элементов ряда (больше не смог из-за ограничения рекурсии).

Результаты работы алгоритма с рекурсией:

ncalls	totttime	percall	cumtime	percall	filename:lineno(function)
1	0.000	0.000	0.365	0.365	<string>:1(<module>)
1	0.001	0.001	0.365	0.365	task01.py:16(main)
990000/1000	0.364	0.000	0.364	0.000	task01.py:3(sum_series)
1	0.000	0.000	0.365	0.365	{built-in method builtins.exec}
1	0.000	0.000	0.000	0.000	{built-in method builtins.print}
1	0.000	0.000	0.000	0.000	{method 'disable' of '_lsprof.Profiler' objects}

Видно, что функция расчёта суммы вызывалась $1000 \cdot 990$ раз, на что потрачено 0,364 сек.

Результаты работы алгоритма с циклом:

ncalls	totttime	percall	cumtime	percall	filename:lineno(function)
1	0.000	0.000	0.058	0.058	<string>:1(<module>)
1	0.000	0.000	0.058	0.058	task02.py:18(main)
1000	0.057	0.000	0.057	0.000	task02.py:3(sum_series)
1	0.001	0.001	0.059	0.059	{built-in method builtins.exec}
1	0.000	0.000	0.000	0.000	{built-in method builtins.print}
1	0.000	0.000	0.000	0.000	{method 'disable' of '_lsprof.Profiler' objects}

Функция расчёта суммы вызывалась 1000 раз, на что потрачено 0,057 сек.

Можно сделать вывод, что расчёт суммы элементов ряда эффективнее проводить с использованием цикла (быстрее в 6 раз), чем с использованием рекурсии.

Асимптотическая оценка сложности алгоритма:

$O(n) = n$, т. к. для вычисления суммы n членов ряда нам необходимо сделать вычисления n раз.

Задание 2.

Для выполнения данного задания использовать решето Эратосфена не совсем корректно (т. к. по этому алгоритму мы ищем простые числа в диапазоне, а не какое-то их количество). Тем не менее, в файле task03.py реализован алгоритм нахождения простых чисел «Решето Эратосфена» в диапазоне [0, 100000], получено 9592 простых числа.

ncalls	totttime	percall	cumtime	percall	filename:lineno(function)
1	0.001	0.001	0.028	0.028	<string>:1(<module>)
1	0.023	0.023	0.027	0.027	task03.py:4(main)
1	0.003	0.003	0.003	0.003	task03.py:7(<listcomp>)
1	0.000	0.000	0.028	0.028	{built-in method builtins.exec}
1	0.000	0.000	0.000	0.000	{built-in method builtins.len}
2	0.000	0.000	0.000	0.000	{built-in method builtins.print}
9592	0.001	0.000	0.001	0.000	{method 'append' of 'list' objects}
1	0.000	0.000	0.000	0.000	{method 'disable' of '_lsprof.Profiler' objects}

Выполнение программы занимает 0,028 сек.

Асимптотическая оценка сложности алгоритма:
 $O(n) = n \log \log n$

Второй алгоритм нахождения простых чисел (реализован в файле task04.py) заключается в следующем.

1. Создаём список простых чисел (вначале он пуст).
2. Перебираем числа от 2 до того числа, когда длина списка простых чисел не станет равной заданному значению (нашли X простых чисел). Если число не делится ни на одно из уже найденных простых чисел, значит, оно само простое — добавляем его в список простых чисел.
3. Попытка оптимизации: если очередное число (больше 5) делится нацело на 2, 3 или 5 — пропускаем его.

ncalls	totttime	percall	cumtime	percall	filename:lineno(function)
1	0.000	0.000	3.662	3.662	<string>:1(<module>)
1	3.650	3.650	3.662	3.662	task04.py:4(main)
1	0.000	0.000	3.662	3.662	{built-in method builtins.exec}
126661	0.010	0.000	0.010	0.000	{built-in method builtins.len}
2	0.000	0.000	0.000	0.000	{built-in method builtins.print}
9592	0.001	0.000	0.001	0.000	{method 'append' of 'list' objects}
1	0.000	0.000	0.000	0.000	{method 'disable' of '_lsprof.Profiler' objects}

Выполнение программы заняло 3,662 сек., что в 13 раз медленнее решета Эратосфена.

Если закомментировать проверку очередного числа на делимость на 2, 3 или 5 (вычеркнуть п.3 алгоритма), то получим только чуть-чуть худшие результаты (скриншот ниже).

Объясняю это тем, что числа 2, 3 и 5 находятся в самом начале списка простых чисел, поэтому нет особого выигрыша в том, чтобы вначале проверить очередное число на делимость отдельно, а не в общем списке.

ncalls	totttime	percall	cumtime	percall	filename:lineno(function)
1	0.000	0.000	3.846	3.846	<string>:1(<module>)
1	3.828	3.828	3.846	3.846	task04.py:4(main)
1	0.000	0.000	3.846	3.846	{built-in method builtins.exec}
199982	0.015	0.000	0.015	0.000	{built-in method builtins.len}
2	0.000	0.000	0.000	0.000	{built-in method builtins.print}
9592	0.002	0.000	0.002	0.000	{method 'append' of 'list' objects}
1	0.000	0.000	0.000	0.000	{method 'disable' of '_lsprof.Profiler' objects}

Выполнение программы в этом случае заняло 3,846 сек.

С асимптотической оценкой сложности алгоритма затрудняюсь.