САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ПЕТРА ВЕЛИКОГО

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Институт компьютерных наук и технологий

Высшая школа интеллектуальных систем и суперкомпьютерных технологий

**РАСЧЁТНОЕ ЗАДАНИЕ**

**«Расчет системы массового обслуживания»**

по дисциплине «Системный анализ и принятие решений»

Выполнил:

студент гр. 3530901/90201

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Федоров С.А.

(подпись)

Преподаватель:

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Сиднев А.Г.

(подпись)

«\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2023 г.

Санкт-Петербург

2023

## Исходные данные – 15 вариант

Рассматривается одноканальная СМО типа **М/М/1**, **λ**= 0,8 – интенсивность потока,**μ** = 1 – интенсивность обслуживания.

Определить для системы **М/Е2/1** интенсивность входящего потока, при которой среднее количество требований в ней будет таким же, как и в системе **М/М/1**.

Определить для системы **Е2/М/1** интенсивность обслуживания, при которой среднее количество требований в ней будет таким же, как в системе типа **М/м/1.**

Провести анализ влияния последействия в обслуживании для систем типа **М/м/1, М/Е2/1, М/D/1** при одинаковой средней длительности обслуживания .

### Решение.

A/B/K, где:

* A – закон поступления заявок
* B – закон обслуживания заявок
* K – число каналов

В текущей задаче рассматривается элементарная СМО **M/M/1**, которая характеризируется следующими параметрами:

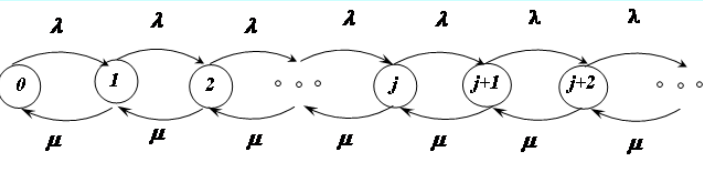
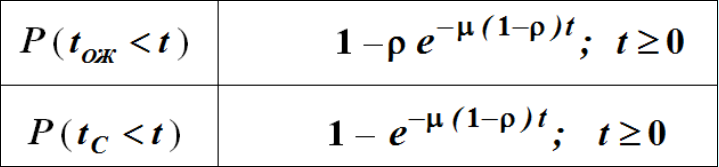


Рис.1. Граф процесса гибели и размножения для M/M/1

* Среднее число требований в системе:
* Среднее число заявок в очереди:
* Среднее время пребывания заявки в системе:
* Среднее время пребывания заявки в очереди:



Система **М/Е2/1 –** это однолинейная система с пуассоновским входящим потоком и распределением Эрланга 2-ого порядка для времени обслуживания.

Система **Е2/М/1 –** это одноканальная с законом распределения Эрланга 2-ого порядка для поступающих заявок и с пуассоновским распределением для времени обслуживания.

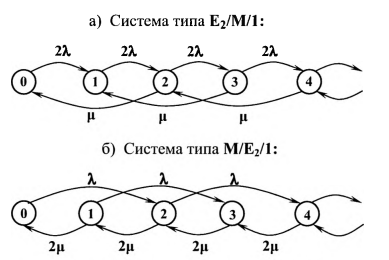


Рис.2. Граф переходов для распределения Эрланга 2-ого порядка

### Задание 1. Определить для системы М/Е2/1 интенсивность входящего потока = λ , при которой среднее количество требований = N(t) в ней будет таким же, как и в системе М/М/1.

Введем систему обозначений:

* Интенсивность потока для **M/M/1 = 0.8 = λ = X**
* Интенсивность обслуживания для **M/M/1 = 1 = μ = Y**
* Интенсивность входящего потока для **M/E2/1 = X2**

Среднее количество заявок в очереди в системе М/М/1 (среднее количество требований) определяется выражением  **= ρ/(1-ρ),** где **ρ = λ/μ = X/Y** — интенсивность трафика. Получается, что

Чтобы найти значение **X2** для системы **M/E2/1**, которая приводит к тому же , нам нужно использовать закон Литтла, который гласит, что **L = λW**, где **L** — среднее количество заявок (требований) в системе, **λ** — скорость поступления заявок, **W** — среднее время пребывания заявки в системе.

Для системы **M/E2/1** скорость поступления **λ2 = X2\*Y**, и мы хотим найти такое значение **X2**, при котором среднее количество требований в системе будет равно **4**.

Воспользуемся формулой организации очередей для M/E2/1:

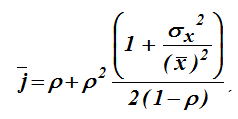
* **–** среднее количество требований, ожидающих в очереди
* **E[T]** – ожидаемое общее время пребываний требований в системе
* **–** коэффициентзагрузки
* **Y** – интенсивность обслуживания

Поскольку у нас система одноканальная, то ожидаемое общее время, которое требование проводит в системе, определяется как **.**  Теперь подставим это в предыдущую формулу и получим:

Среднее количество требований в системе определяется, как . Теперь можем подставить все известные значения и получим следующее:

**Ответ:** Интенсивность входящего потока для M/E2/1

**Необходимо использовать формулу Полячека-Хинчина для среднего значения числа заявок в системе**

****

**Далее для системы М/М/1 по этой формуле имеем σх=1/μ, М(х) =1/μ и среднее число заявок = ρ+ ρ2/(1- ρ)**

**Для системы М/Е2/1 — среднее число заявок =** . **Пояснение: Е2 — распределение Эрланга 2-го порядка — распределение суммы 2-х независимых величин, каждая из которых распределена по показательному закону с интенсивностью** . **Исходя из этого факта ищется СКО и математическое ожидание распределения Эрланга 2-го порядка, входящие в формулу Полячека-Хинчина для среднего**

**Исправленное решение:**

Вычислим среднее число заявок для системы M/M/1:

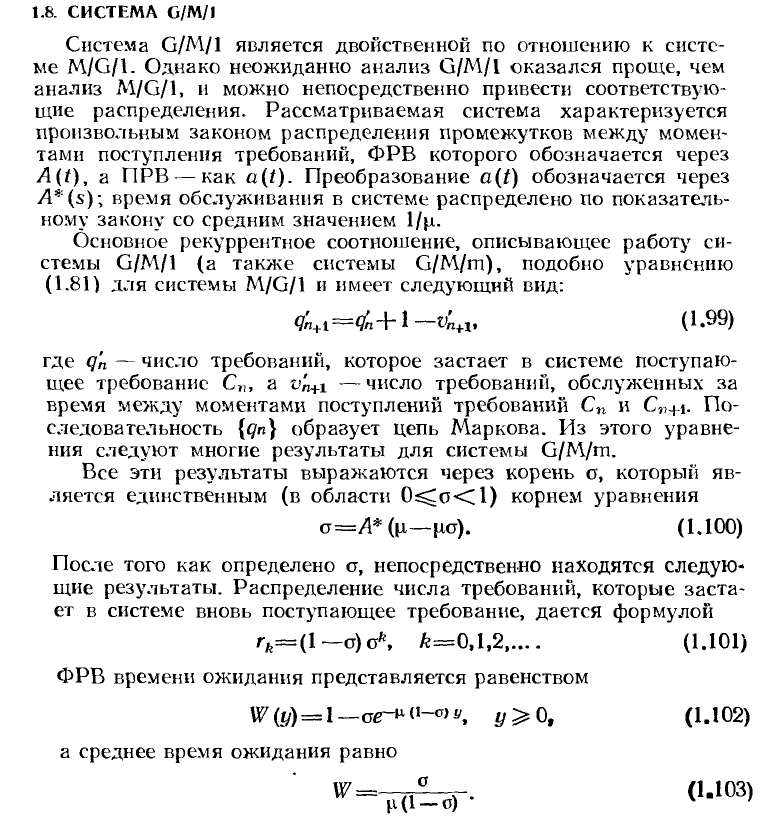
Теперь вычислим среднее число заявок для системы M/E2/1:

**Ответ**: Интенсивность входящего потока для M/E2/1

### Задание 2. Определить для системы Е2/М/1 интенсивность обслуживания=μ , при которой среднее количество требований = N(t) в ней будет таким же, как в системе типа М/м/1.

**Вот здесь нужно использовать материал из Клейнрока! Или самостоятельно составлять и решать систему уравнений Чепмена-Колмогорова!**

**Страница их Клейнрока «Вычислительные системы с очередями»**

****

**Итак,**

**1. Находите формулу плотности распределения интервалов входного потока, то есть Е2**



**2. Находите преобразование Лапласа для этой функции, например с использованием Symbolic Toolbox Matlab или в интернете**

**3. Найти , решив уравнение (1.100)**

**4. Найти среднее время W по формуле (1.103)**

**5. использовать правило Литтла для расчета среднего количество требований = N(t)**

**Вот как-то так!**

**Высылаю обе книги Клейнрока**

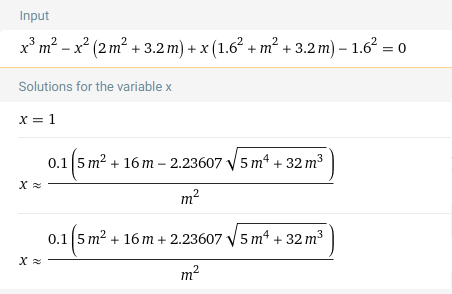
**Решение для 3-й версии отчета (новое):**

Запишем формулу плотности распределения интервалов входного потока:

Теперь найдем преобразование Лапласа для вышеописанной функции:

Найдем значение из следующего уравнения:

Далее воспользуемся программой WolframAlpha для нахождения корней этого уравнения:



Получаем следующие корни:

Найдем среднее время :

Воспользуемся правилом Литтла для расчета среднего количества требований, где **N(t)** — среднее количество заявок (требований) в системе, **λ** — скорость поступления заявок, **W** — среднее время пребывания заявки в системе:

Теперь подставим найденные значения и найдем соответствующие им значения

1. Если , то
2. Если , то
3. Если , то

Получается, что нам подходит только 3-й вариант, где

**Ответ**: Интенсивность обслуживания для E2/M2/1

**Исправленное решение (старое):**

Запишем формулу плотности распределения интервалов входного потока:

Теперь найдем преобразование Лапласа для вышеописанной функции:

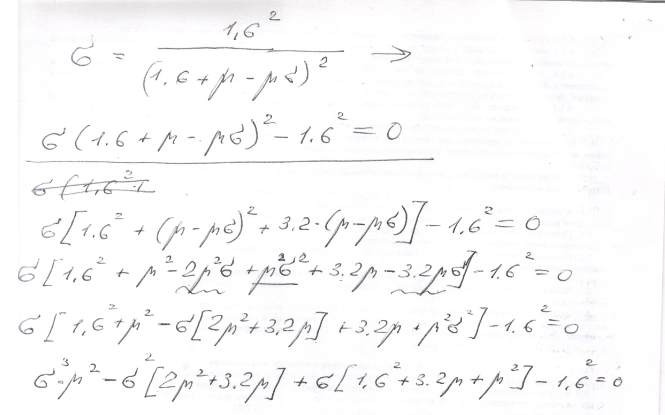
Найдем значение из следующего уравнения:

**Где решение этого уравнения? Значение ?**

**Правая часть этого уравнения не есть результат умножения А на !**

**означает, что нужно подставить вместо s в преобразование**

**Вот какое уравнение 3-го порядка получилось у меня:**

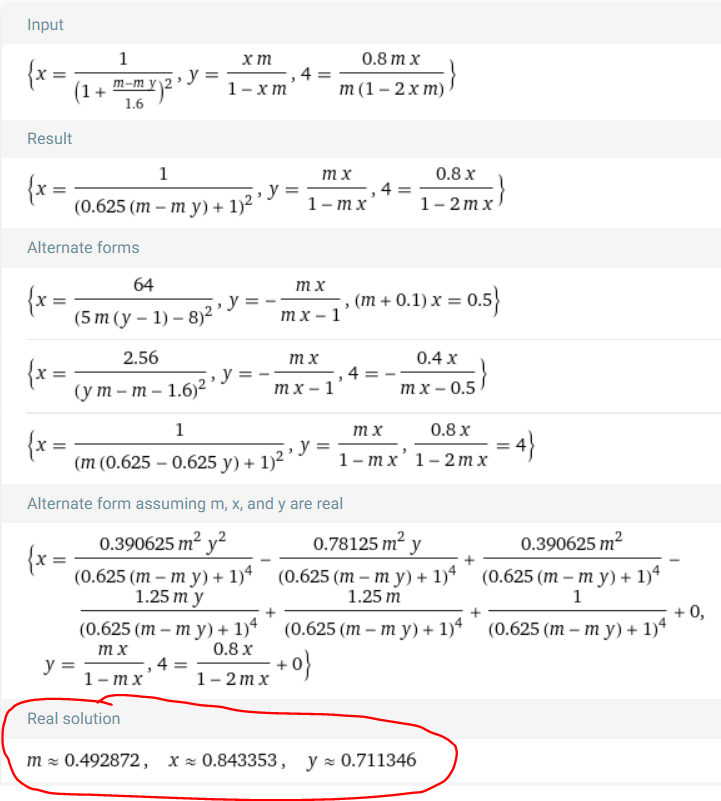
****

Найдем среднее время :

Воспользуемся правилом Литтла для расчета среднего количества требований, где **N(t)** — среднее количество заявок (требований) в системе, **λ** — скорость поступления заявок, **W** — среднее время пребывания заявки в системе:

Для решения полученной системы уравнений воспользуемся программой WolframAlpha:

1. Пусть
2. Пусть



**Ответ**: Интенсивность обслуживания для E2/M2/1

**Старое решение:**

Теперь давайте рассмотрим систему **E2/M/1**. Мы хотим найти интенсивность обслуживания **Y2** такую, что среднее количество требований в системе равно **4**.

Снова воспользуемся законом Литтла и формулой организации очередей, тогда получим следующее:

Теперь подставим значение и

**Ответ:** Интенсивность обслуживания для E2/M/1

### Задание 3. Провести анализ влияния последействия в обслуживании для систем типа M/M/1, M/E2/1, M/D/1 при одинаковой средней длительности обслуживания .

### Здесь следует использовать формулу Полячека-Хинчина для среднего, вернее часть этой формулы для среднего размера очереди. Остается сравнить эти средние значения. Средняя очередь для M/M/1 будет вдвое больше средней очереди для M/D/1. Но это нужно доказать!

**Исправленное решение:**

Воспользуемся формулой Полячека-Хинчина для M/M/1:

Для M/E2/1:

Для M/D/1:

**Ответ:** Получается, что средний размер очереди для M/M/1 почти в 2 раза больше, чем для M/D/1, а значение для системы M/E2/1 лежит между двумя этими значениями.

**Старое решение:**

Система M/M/1 имеет экспоненциальное время обслуживания, что означает отсутствие последействия. Система M/E2/1 имеет время обслуживания Эрланга 2-ого порядка, что означает некоторую степень последействия. Система M/D/1 имеет детерминированное время обслуживания, что означает, что всегда есть последствия.

Последствия могут привести к увеличению длины очереди и увеличению времени ожидания, поскольку запросы с более длительным временем обслуживания могут иметь большее влияние на систему, чем запросы с более коротким временем обслуживания.

* Система M/M/1 предполагает, что время обслуживания экспоненциально распределено и не зависит друг от друга. Однако в реальных системах возможны последствия при обслуживании, когда время, необходимое для обслуживания клиента, зависит от времени, необходимого для обслуживания предыдущего клиента. Это может привести к увеличению времени ожидания и увеличению среднего количества клиентов в системе.
* Системы M/E2/1 и M/D/1 также предполагают экспоненциальное время обслуживания, но система M/E2/1 имеет распределение с более тяжелым хвостом, что означает более высокую вероятность более длительного времени обслуживания. Система M/D/1 имеет детерминированное время обслуживания, что означает, что последствия невозможны.
* Таким образом, система M/D/1 — единственная из трех, не страдающая от последействия в эксплуатации.

В общем, по мере увеличения степени последействия (от M/M/1 до M/E2/1 и до M/D/1) мы ожидаем увеличения длины очереди и увеличения времени ожидания. Однако фактическое воздействие будет зависеть от конкретных параметров каждой системы, таких как скорость поступления и скорость обслуживания.