Системный анализ

Часть 2

Лектор:

Сиднев Александр Георгиевич,
доц. , к. т. н.

Системный анализ

Часть 2

Основные разделы дисциплины

Системный анализ, Часть 2
Основные разделы дисциплины

1. Теория расписаний
2. Теория Марковских процессов
3. Теория систем и сетей массового обслуживания
4. Основы имитационного моделирования

Системный анализ, Часть 2
Литература

Теория расписаний

1. Конвей Р.В., Максвелл В.Л., Миллер Л.В. Теория расписаний М., «Наука», 1975

2. Танаев В.С., Шкурба В.В. Введение в теорию расписаний, М., 1975

3. Калихман И.Л. Сборник задач по математическому программированию. Изд. 2-е, доп. и перераб. М., «Высшая школа», 1975

Системный анализ, Часть 2
Литература

Сетевое планирование

1. Вентцель Е.С. Исследование операций. М.: Сов. радио, 1972. 522 с
2. Бигель Дж. Управление производством. Качественный подход. «Мир», М., 1972
3. Филипс Д.,Гарсиа-Диас А. Методы анализа сетей «Мир». М., 1984
4. Зайченко Ю.П. Исследование операций. Киев: Высш. школа, 1979.

Литература

Марковские процессы, СМО и ССМО

1. Системный анализ и принятие решений. Под ред. Д.Н. Колесникова, СПбГПУ, 2008
2. Сиднев А. Г., Цыган В. Н.. Массовое обслуживание для исследования и оптимизации систем : уч. пособие; СПбПУ Петра Великого: Изд-во Политехн. ун-та, 2017
3. Денисов А.А., Колесников Д.Н. Теория больших систем управления. Л.: Энергоиздат. 1982. – 286 с.
4. Решение задач автоматики и вычислительной техники методами теории массового обслуживания. Учебное пособие. / Под ред. Д.Н. Колесникова./Л.: ЛПИ, 1987. – 77 с.
5. Дурандин К.П., Ефремов В.Д., Колесников Д.Н. и др. Моделирование сложных систем с использованием сетей массового обслуживания. – Л.: ЛПИ. 1981 – 83 с.
6. Кофман А., Крюон Р. Массовое обслуживание. Теория и применение. М.: Мир, 1965. – 302 с.
7. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания. М.: Машиностроение, 1979. 431с.

Литература

Марковские процессы, СМО и ССМО

1. Дурандин К.П., Ефремов ВД, Колесников Д.Н., Методы анализа эффективности функционирования сложных систем. Учебное пособие. – Л.:ЛПИ. 1978 – 78 с.
2. Вишневский В.М., Теоретические основы проектирования компьютерных сетей. «Техносфера», 2003
3. Рыжиков Ю.И. Теория очередей и управление запасами, «СПб-Питер», 2001
4. Клейнрок Л. Вычислительные системы с очередями, «Мир», М., 1979

5. Вентцель Е.С. Исследование операций. М.: Сов. радио, 1972. 522 с

Литература

Моделирование

1. Системный анализ и принятие решений. Под ред. Д.Н. Колесникова, СПбГПУ, 2008
2. Денисов А.А., Колесников Д.Н. Теория больших систем управления. Л.: Энергоиздат. 1982. – 286 с.
3. Дурандин К.П., Ефремов В.Д., Колесников Д.Н. и др. Моделирование сложных систем с использованием сетей массового обслуживания. – Л.: ЛПИ. 1981 – 83 с.
4. Рыжиков Ю.И. Имитационное моделирование, 2004
5. Аверилл М. Лоу, В. Дэвид Кельтон. Имитационное моделирование. 3- издание. «Питер, 2004

Архив с презентациями лекций САПР_часть2 по ссылке

https://disk.yandex.ru/d/htPlRk4Gcfr56w

M&S_Мод_Осн_Понятия	pdf
M&S_Мод_Случ_Факт	pdf
Scheduling_Theory(1)	pdf
Марковские процессы	pdf
Неодн_ССМО	pdf
САПР_часть2_	pdf
Сети СМО	pdf
Теория Массового обслуживания	pdf

Элементы теории расписаний

Классификация задач построения расписаний

1. **Задачи упорядочения**

Модель: Множество работ (задач, заказов) и набор исполнителей (блоков, произв. участков, компонентов ВС и т. д.)

Дано: Распределение задач по блокам

Найти: оптимальную стратегию управления очередями требований к блокам.

Пример: задача Джонсона (оптимальное расписание процесса обработки деталей)

2. **Задачи согласования – Выбор длительностей работ при заданном распределении по блокам**

Пример: Порядок выполнения работ задан. Минимизировать стоимость $ при условии Т< Тдоп

Классификация задач построения расписаний

2. Задачи распределения

Один и тот же блок может выполнять разные работы. Указать наилучшее распределение работ по блокам

Пример:

Закрепление преподавателей за студенческими группами.

Распределение учебных помещений

Балансирование сборочной линии – расположение рабочих мест в линейном конвейере

3. Другие задачи.

Выбор латентности конвейера для предотвращения столкновения ступеней

Математические модели теории расписаний

1. Линейное программирование
2. Целочисленное программирование
3. Смешанное программирование
4. Комбинаторика (метод ветвей и границ)
5. Теория графов
6. Теория массового обслуживания
7. Метод статистических испытаний
8. Специальные методы теории сетей (методика GERT, PERT, CPM)

Кодификация задач теории расписаний A/B/C/D

A – процесс поступления работ (статические (n) и динамические (A(t)) задачи построения расписаний)

B -- число машин в системе (m)

C -- порядок выполнения работ (F-конвейер, R (random), G (general - произвольный)

D -- критерий оценки расписания (Fmax)

n/m/F/Fmax -- задача Джонсона

Постановка задачи построения расписания

1. Задан состав операций (работ) $\{a_i\},\ i=\overline{1,n}$
2. Операция характеризуется временем выполнения t_i, которое может быть детерминированной или случайной величиной
3. Задан порядок выполнения операций: $a_i \prec a_l$ $\prec\prec$
4. Планирование предполагает параллелизм выполнения операций, поэтому выделяются пары операций, которые не могут совпадать во времени
5. Задан состав ресурсов (исполнителей) $r_j \in R,\ j=\overline{1,m}$
6. Может быть задана матрица назначений $N\{ij\}$ Иногда построение матрицы назначений – одна из задач составления расписаний.
7. Каждой операции при необходимости могут быть поставлены в соответствие временные границы на осуществление операции: $a_i \rightarrow \{T_{iн}, T_{iз}\}$

Табличная форма задания расписания

Переход от табличного задания расписания к графу

Обозначение работы	*Обозначение работы-предшественницы*	*Длительность работы*
2	*Нет*	*2*
4	*Нет*	*1*
3	*Нет*	*1*
1	*Нет*	*2*
5	*2*	*2*
6	*4*	*3*
7	*2*	*4*
8	*3, 6*	*1*
9	*1, 5, 8*	*1*

Модели сетевого планирования

Переход от табличного задания расписания к графу

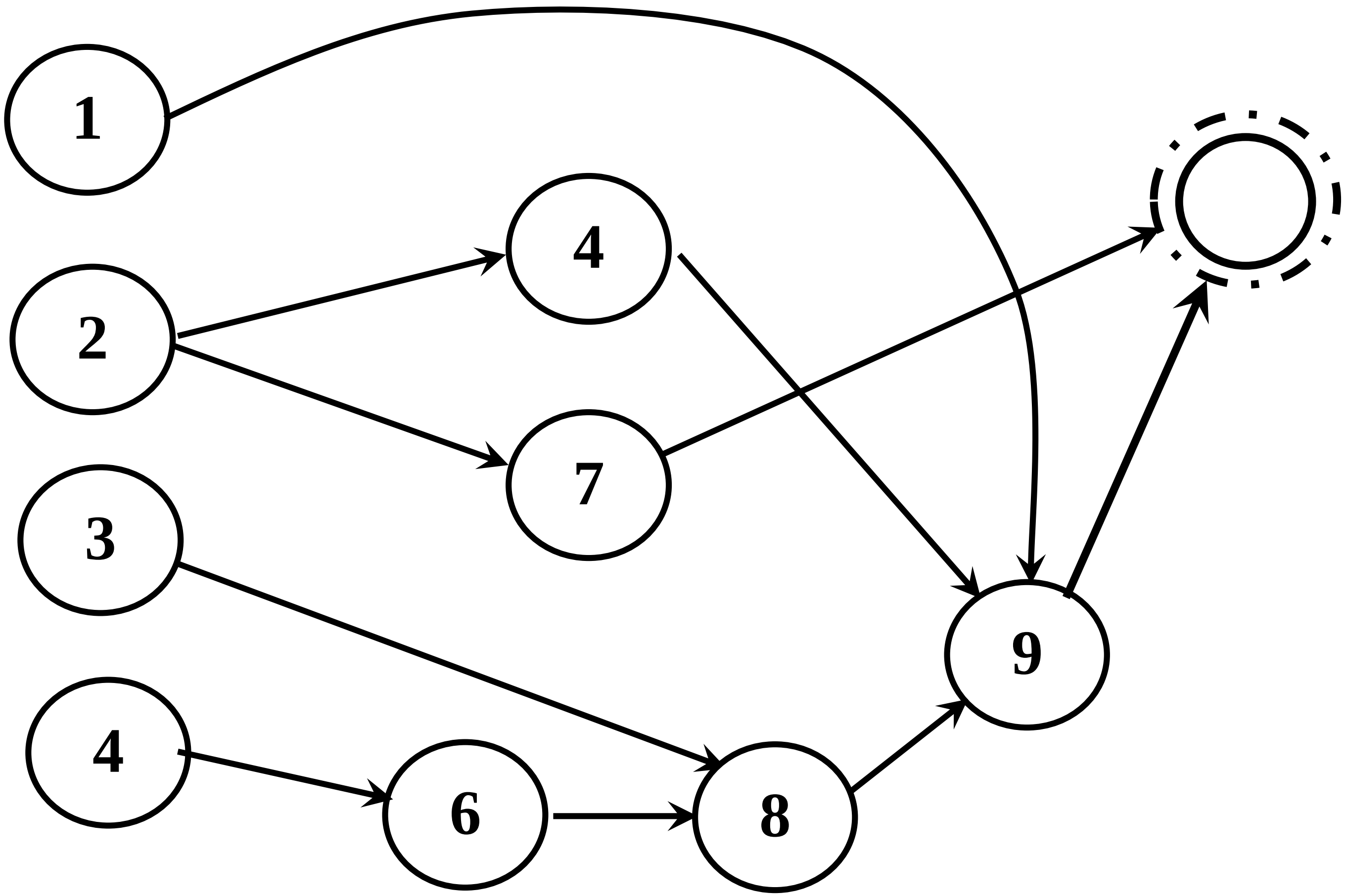
2 варианта построения графа процесса

1. Узел – работа, дуга -- связь между работами
   Дуга определяет связь между данной работой и ее непосредственными предшественницами

2. Узел – событие, дуга – работа
   Событие считается совершенным, если выполнены все работы-дуги, входящие в узел-событие.
   работа-дуга может быть начата, если исходит из совершенного события

Модели сетевого планирования

Переход от табличного задания расписания к графу



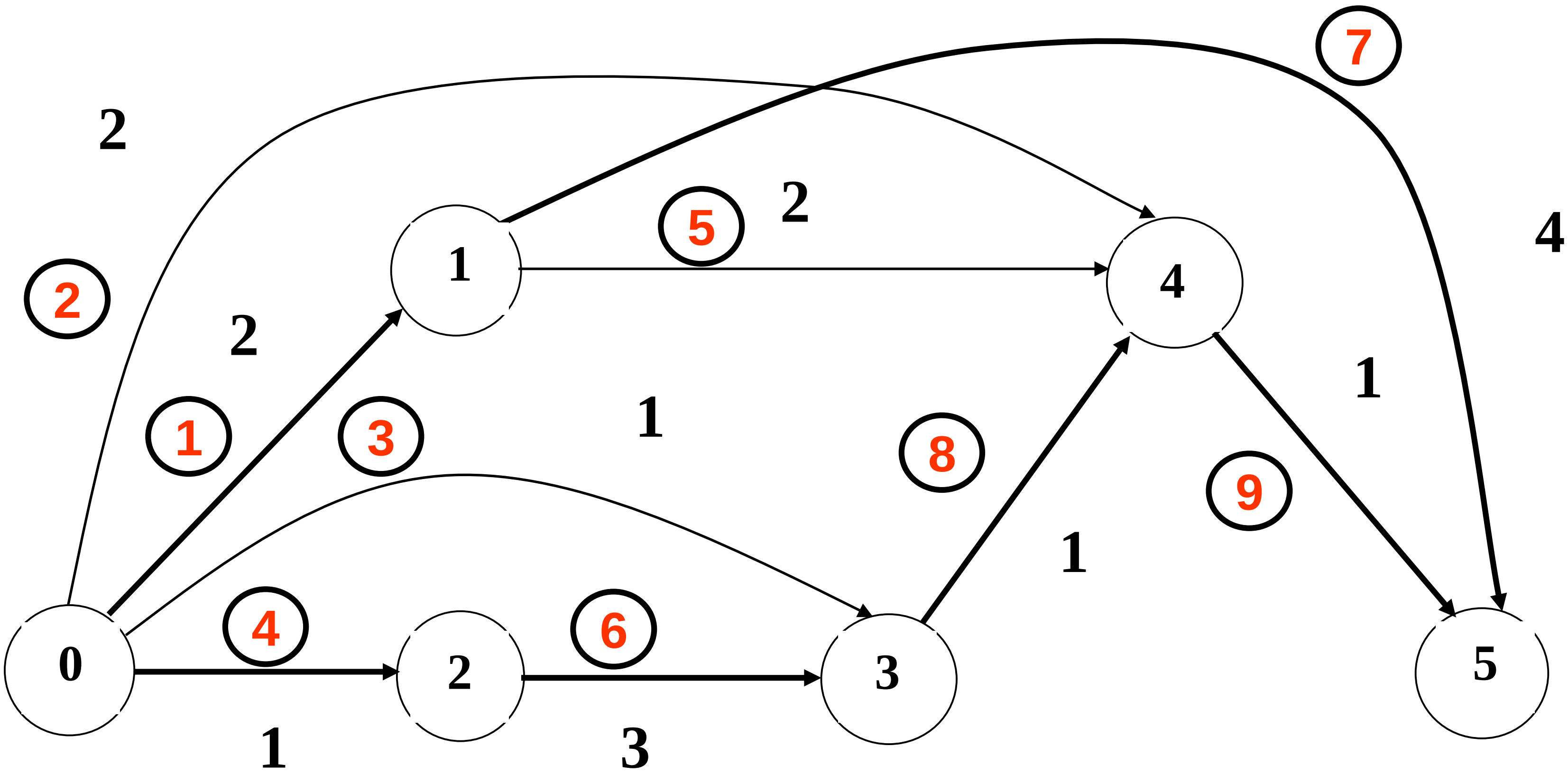
Модели сетевого планирования

Переход от табличного задания расписания к графу

Выделение событий

Обозначение работы	*Обозначение работы-предшественницы*	*Длительность работы*
2	0 *Нет*	*2*
4	*Нет*	*1*
3	*Нет*	*1*
1	*Нет*	*2*
5	1 *2*	*2*
6	2 *4*	*3*
7	1 *2*	*4*
8	3 *3, 6*	*1*
9	4 *1, 5, 8*	*1*

Переход от табличного задания расписания к графу



Модели сетевого планирования

Переход от табличного задания расписания к графу

Обозначение работы	Обозначение работы-предшественницы	Длительность работы
2	0 Нет	2
4	Нет	1
3	Нет	1
1	Нет	2
5	1 2	2
6	2 4	3
7	1 2	4
8	3 3, 6	1
9	6 1, 5	1
10	4 1	1

Модели сетевого планирования

Переход от табличного задания расписания к графу

Работа 1 является единственной непосредственной предшественницей работы 10

Работа 1 и работа 5 совместно являются непосредственными предшественниками работы 9

Таким образом, работа 1 порождает формирование двух событий:

Событие 4: Завершение только работы 1 и

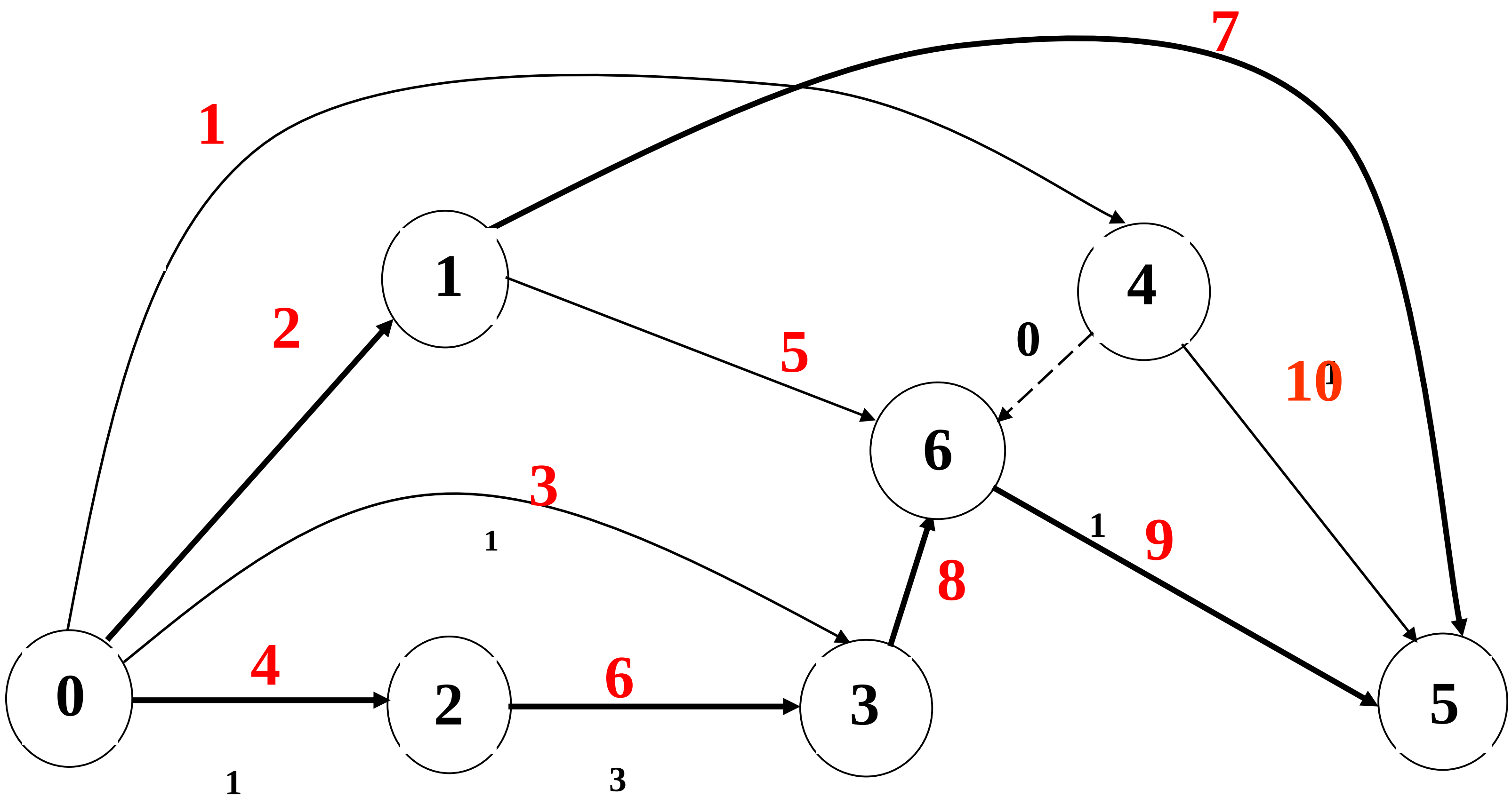
Событие 6: Совместное завершение работ 1 и 5

При этом в ряде случаев приходится вводить фиктивные работы

См. Вентцель «Иссл. операций», стр. 520

Модели сетевого планирования

Переход от табличного задания расписания к графу



Работа *46* является фиктивной работой с нулевой длительностью

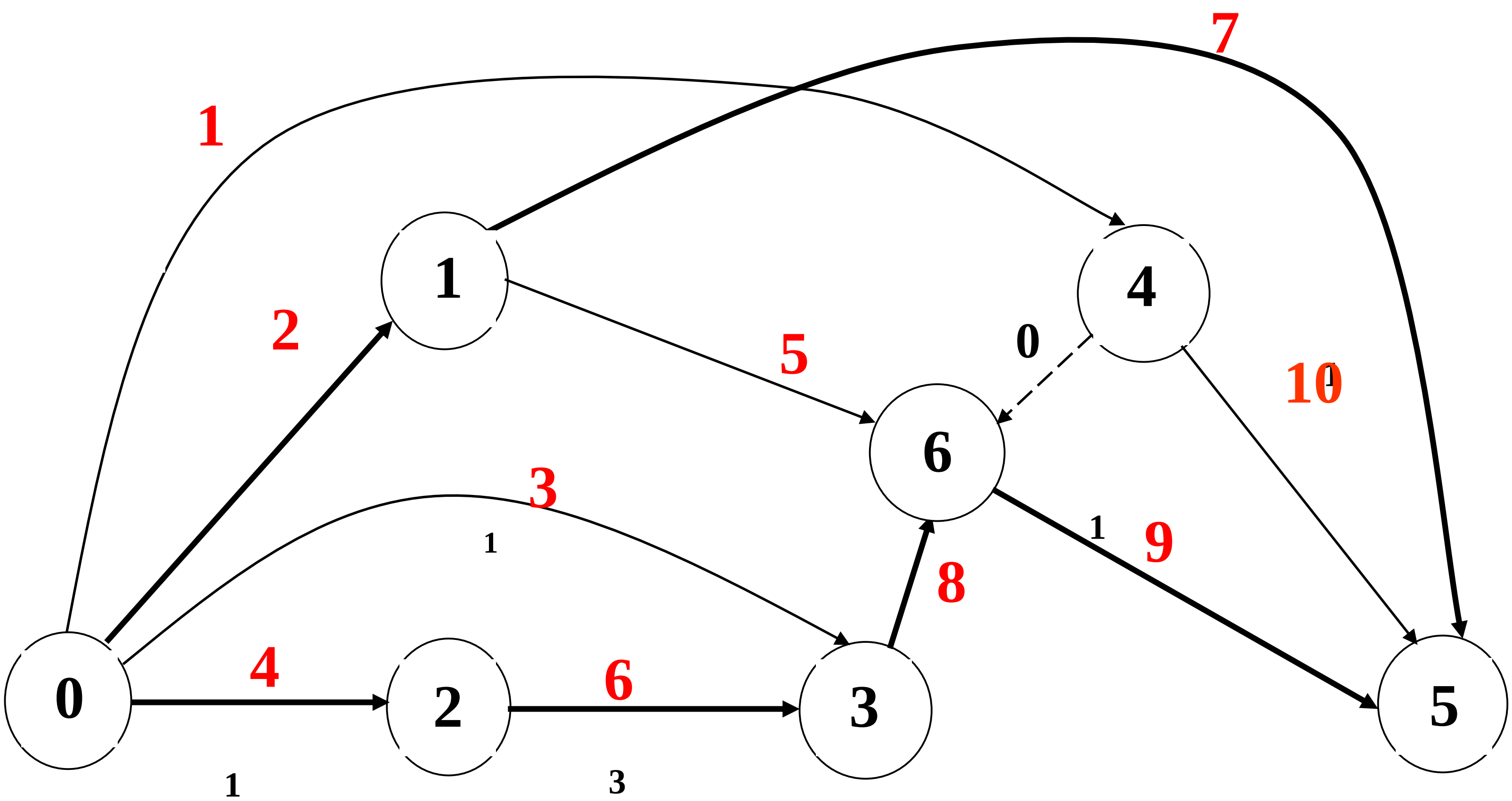
Модели сетевого планирования

Задача построения графа «узел – событие, дуга -- работа»

Иногда приходится вводить фиктивные работы нулевой длительности

Формальное правило построения графа с фиктивными работами вывести самостоятельно (желательно, см. Вентцель «Исследование операций»)

Модели сетевого планирования



Работа *46* является фиктивной работой с нулевой длительностью

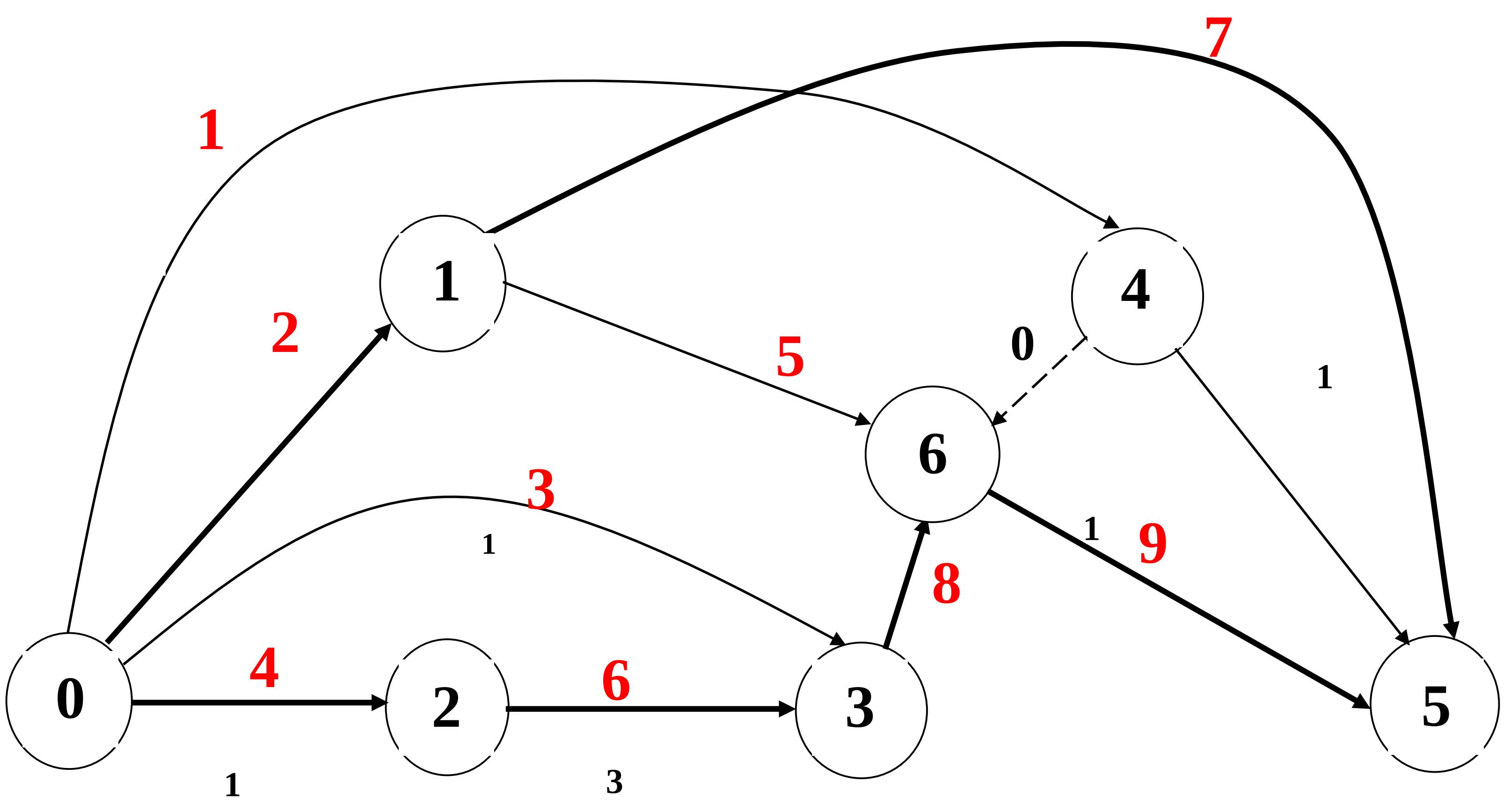
Модели сетевого планирования

Переход от табличного задания процесса к графу

Изменение нумерации работ

Обозначение работы				Обозначение работы-предшественницы				Длительность работы
2	01	2		Нет		Нет		2
4	02	4		Нет		Нет		1
3	03	3		Нет		Нет		1
1	04	1		Нет		Нет		2
5	14	5		01	2	2	01	2
6	23	6		02	4	4	02	3
7	15	7		01	2	2	01	4
8	34	8		03, 23	3, 6	3, 6	03, 23	1
9	45	9		04, 14, 34	1, 5, 8	1, 5	04, 16	1
		10				1	04	1

Модели сетевого планирования



Работа *46* является фиктивной работой с нулевой длительностью

Метод критического пути --
Critical Path Method (CPM)

Минимальное время выполнения процесса – длина критического пути на графе

Модели сетевого планирования

Математическое программирование для оценки показателей расписания

τ_{ij} -- длительность работы ij

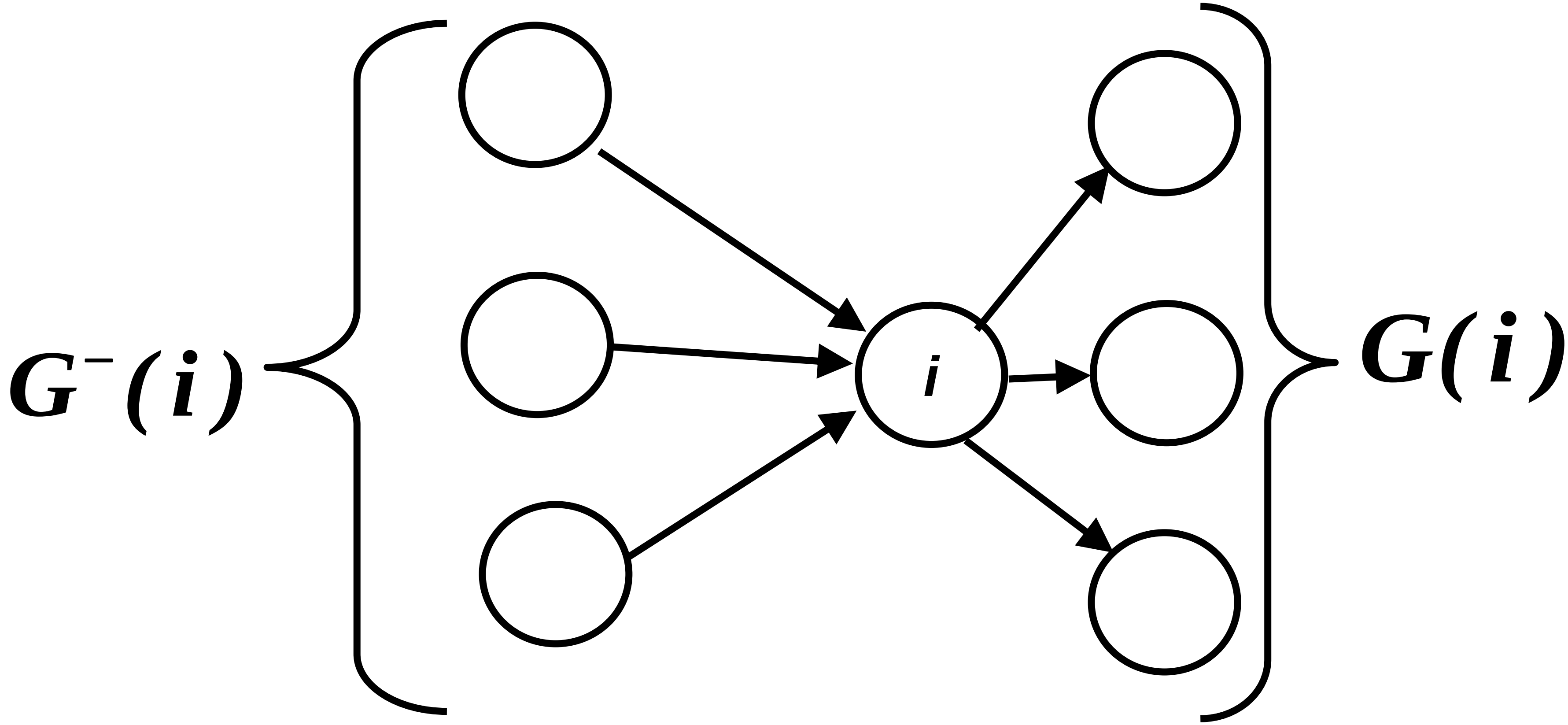
t_{ij} -- наиболее ранний момент начала работы ij

$$\min \sum_{(ij)} t_{ij}$$

$$\begin{cases} t_{ij} \geq \tau_{li} + t_{li}, & i = \overline{1, M-1}; \;\; l \in G^{-}(i), \\ t_{ij} \geq 0 & \end{cases}$$

условия, определяющие порядок выполнения работ

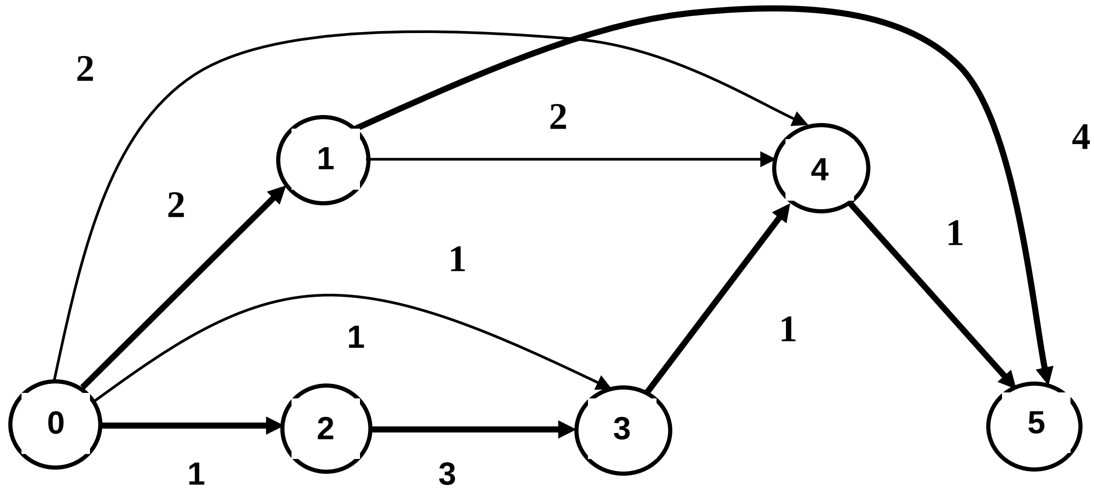
Модели сетевого планирования



$G^{-}(i)$ -- множество обратного соответствия

$G(i)$ -- множество прямого соответствия

Модели сетевого планирования



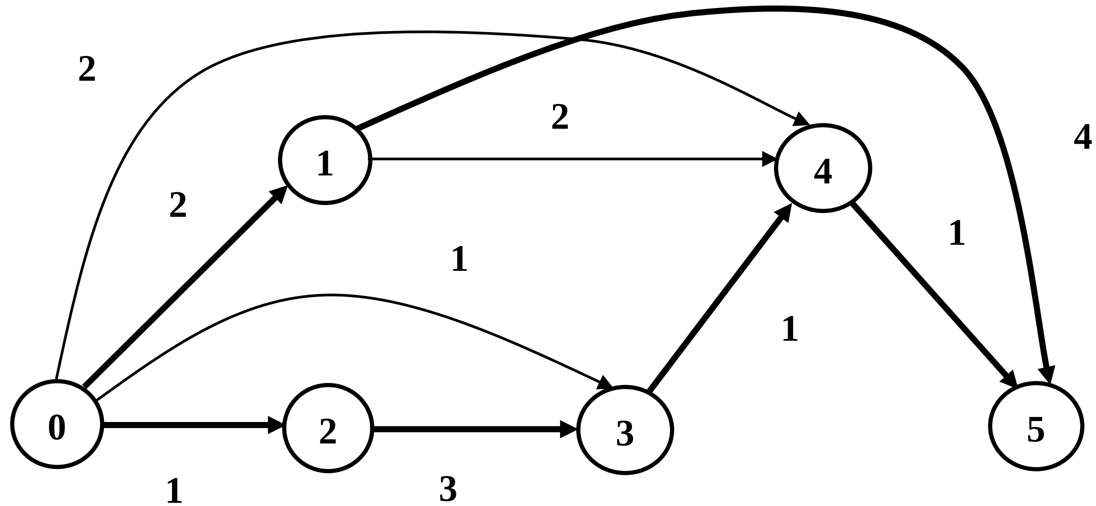
$$\min \sum_{(ij)} t_{ij}$$

$$\begin{cases} t_{ij} \geq \tau_{li} + t_{li}, & i = \overline{1, M-1}; \;\; l \in G^{-}(i), \\ t_{ij} \geq 0 \end{cases}$$

Модели сетевого планирования

$$\min \sum_{(ij)} t_{ij}$$

$$\begin{cases} t_{14} \geq \tau_{01} + t_{01} = t_{01} + 2 \\ t_{15} \geq \tau_{01} + t_{01} = t_{01} + 2 \\ t_{23} \geq \tau_{02} + t_{02} = t_{02} + 1 \\ t_{34} \geq \tau_{23} + t_{23} = t_{23} + 3 \\ t_{34} \geq \tau_{03} + t_{03} = t_{03} + 1 \\ t_{45} \geq \tau_{14} + t_{14} = t_{14} + 2 \\ t_{45} \geq \tau_{04} + t_{04} = t_{04} + 2 \\ t_{45} \geq \tau_{34} + t_{34} = t_{34} + 1 \\ t_{ij} \geq 0 \end{cases}$$



Модели сетевого планирования

$$\min \sum_{(ij)} t_{ij}$$

$$\begin{cases}
t_{14} \geq \tau_{01} + t_{01} = t_{01} + 2 \\
t_{15} \geq \tau_{01} + t_{01} = t_{01} + 2 \\
t_{23} \geq \tau_{02} + t_{02} = t_{02} + 1 \\
t_{34} \geq \tau_{23} + t_{23} = t_{23} + 3 \\
t_{34} \geq \tau_{03} + t_{03} = t_{03} + 1 \\
t_{45} \geq \tau_{14} + t_{14} = t_{14} + 2 \\
t_{45} \geq \tau_{04} + t_{04} = t_{04} + 2 \\
t_{45} \geq \tau_{34} + t_{34} = t_{34} + 1 \\
t_{ij} \geq 0
\end{cases}$$

Обозначение работы				Обозначение работы-предшественницы				Длительность работы
2	01	2		Нет		Нет		2
4	02	4		Нет		Нет		1
3	03	3		Нет		Нет		1
1	04	1		Нет		Нет		2
5	14	5		01	2	2	01	2
6	23	6		02	4	4	02	3
7	15	7		01	2	2	01	4
8	34	8		03, 23	3, 6	3, 6	03, 23	1
9	45	9		04, 14, 34	1, 5, 8	1, 5	04, 16	1
		10				1	04	1

Элементы теории расписания

Динамическое программирование в задаче анализа расписания

Условные обозначения:

τ_{ij} – время выполнения (длительность) работы ij;

t_i^* – наиболее ранний момент осуществления i-го события;

t_i^{**} – наиболее поздний момент осуществления i-го события;

r_{ij} – резерв времени выполнения работы ij.

Динамическое программирование в задаче анализа расписания

$$t_i^* = \max_{j \in G^-(i)} \left\{ t_j^* + \tau_{ji} \right\}$$

Процесс вычисления производится от начального узла к конечному

$$t_j^{**} = \min_{i \in G(j)} \left\{ t_i^{**} - \tau_{ji} \right\}$$

Процесс вычисления производится от конечного узла к начальному

Элементы теории расписания

Полный резерв времени

$$r_{ij} = t_j^{**} - (t_i^{*} + \tau_{ij})$$

Ограниченность показателя «Полный резерв времени» -- работа *ij* может быть задержана на r_{ij} без увеличения времени окончания комплекса работ только при условии, что остальные работы начаты в наиболее ранние моменты времени!

Виды резервов времени

Полный резерв времени

$$F_n(ij) = r_{ij} = t_j^{**} - (t_i^{*} + \tau_{ij})$$

$$F_n(ij) = F_{нз1}(j) + F_c(ij)$$

Независимый резерв времени 1-го порядка

$$F_{нз1}(j) = t_j^{**} - t_j^{*}$$

Свободный резерв времени

$$F_c(ij) = t_j^{*} - (t_i^{*} + \tau_{ij})$$

Независимый резерв времени 2-го порядка

$$F_{нз2}(ij) = \max(0,\ \ t_j^{*} - (t_i^{**} + \tau_{ij}))$$

Гарантированный резерв времени

$$F_{гар}(ij) = t_j^{**} - (t_i^{**} + \tau_{ij})$$

Виды резервов времени

Свободный резерв времени

$$\boxed{F_c(ij) = t_j^* - (t_i^* + \tau_{ij})}$$

Показатель максимальной задержки работы *ij*, не влияющей на начало последующих работ

Виды резервов времени

Независимый резерв времени 2-го порядка

$$\boxed{F_{нз2}(ij) = \max(0,\ t_j^{*} - (t_i^{**} + \tau_{ij}))}$$

Показатель максимальной задержки работы *ij*, без задержки последующих работ, если все предшествующие работы начинались как можно позже

Элементы теории расписания

Виды резервов времени

Независимый резерв времени 2-го порядка

$$F_{нз2}(ij) = \max(0,\ t_j^{*} - (t_i^{**} + \tau_{ij}))$$

Показатель максимальной задержки работы *ij*, без задержки последующих работ, если все предшествующие работы начинались как можно позже. Плановые сроки начала работ могут нарушаться. Это показатель имеющегося запаса времени при наихудших условиях. Некоторые работы могут не иметь этого резерва

Виды резервов времени

Гарантированный резерв времени

$$\boxed{F_{гар}(ij) = t_j^{**} - (t_i^{**} + \tau_{ij})}$$

Показатель максимальной задержки работы *ij*, если все предшествующие работы выполнялись с запаздыванием.

Допускается задержка только последующих работ, а не всего проекта

Элементы теории расписания

Виды резервов времени

Выбор резерва времени начала работы ij_i

		Сроки завершения последующих работ	
		Наиболее ранние	Наиболее поздние
Сроки завершения предшествующих работ	Наиболее ранние	Свободный резерв времени	Полный резерв времени
	Наиболее поздние	Независимый резерв времени 2-го порядка	Гарантированный резерв времени

Математическое программирование для анализа расписания (продолжение)

Пусть m_{ij} – число ресурсов, отданных работе ij ;

Q_{ij} – трудоёмкость работы ij ;

Тогда продолжительность τ_{ij} работы ij

определяется так: $\tau_{ij} = \dfrac{Q_{ij}}{m_{ij}}$, а

$$T_{ij} = \tau_{ij} + t_{ij} = t_{ij} + \frac{Q_{ij}}{m_{ij}}$$

Математическое программирование для анализа расписания (продолжение)

$$\min \left\{ \sum_{(ij)} m_{ij} \right\}$$

$$\begin{cases} t_{ij} \geq t_{li} + \dfrac{Q_{li}}{m_{li}}, \quad i = \overline{1, M-1}; \ l \in G^{-}(i), \\ t_{lM} + \dfrac{Q_{lM}}{m_{lM}} \leq T_{зад}, \quad l \in G^{-}(M) \\ t_{ij} \geq 0 \end{cases}$$

Элементы теории расписания

Задача составления расписания с учетом распределения работ по ресурсам

r_k — число работ, назначенных на исполнителя k

$C^2_{r_k}$ — число всех пар работ, назначенных на исполнителя k

Ресурс k	Список работ r_k, назначенных на ресурс k	r_k – число работ в списке	$C^2_{r_k}$ – число пар переменных $\{Y_{ij,lm,k} \; ; Y_{lm,ij,k}\}$
1	$\{ij\}$	r_1	
2	$\{ij\}$	r_2	
.	$\{ij\}$	r_j	
.	$\{ij\}$	r_l	
m	$\{ij\}$	r_m	

Элементы теории расписания

Задача составления расписания с учетом распределения работ по ресурсам

$$Y_{ij,lm,k} = 1$$

$$Y_{lm,ij,k} = 0$$

$$Y_{ij,lm,k} + Y_{lm,ij,k} = 1$$

Бинарные переменные определяют порядок следования работ в паре

Элементы теории расписания

Задача составления расписания с учетом распределения работ по ресурсам

Если число назначенных на исполнителя работ равно r_k,

то число пар работ равно $C_{r_k}^2$. В этом случае порядок

выполнения работ может быть задан двоичным числом

с $C_{r_k}^2$ разрядами. Число бинарных переменных

$Y_{ij,lm,k}$ при этом будет равно $2C_{r_k}^2$ — удвоенному числу пар работ.

Элементы теории расписания

Результат работы LPsolve:

Variables	result
	117
t15	0
t12	0
t25	9
t57	15
t58	15
t78	23
t79	23
t89	32
Y15_57_1	1
Y57_15_1	0
Y57_79_1	1
Y79_57_1	0
Y15_79_1	1
Y79_15_1	0
Y12_25_2	1
Y25_12_2	0
Y25_58_2	1
Y58_25_2	0
Y12_58_2	1
Y58_12_2	0
Y78_89_3	1
Y89_78_3	0

Порядок выполнения работ, назначенных на исполнителей 1, 2, 3:

15_57	57_15	57_79	79_57	15_79	79_15	12_25	25_12	25_58	58_25	12_58	58_12	78_89	89_78
1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
1		1		1		1		1		1		1	

Порядок выполнения работ для 1 исполнителя: 1-5→5-7→7-9.

Порядок выполнения работ для 2 исполнителя: 1-2→2-5→5-8.

Порядок выполнения работ для 3 исполнителя: 7-8→8-9.

Элементы теории расписания

Задача составления расписания с учетом распределения работ по ресурсам

$$|M| \gg \sum_{\{ij\}} \tau_{ij},$$

каждой паре работ $\{ij,\ lm\}$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} (M + \tau_{lm})Y_{ij,lm,k} + (t_{ij} - t_{lm}) \geq \tau_{lm}, \\ (M + \tau_{ij})Y_{lm,ij,k} + (t_{lm} - t_{ij}) \geq \tau_{ij}, \\ Y_{ij,lm,k} + Y_{lm,ij,k} = 1 \end{cases}$$

Элементы теории расписания

Задача составления расписания с учетом распределения работ по ресурсам

Получили задачу смешанного программирования.

Переменные $Y_{ij,lm,k}$ **— бинарные величины**

Переменные t_{ij} **— непрерывные величин**

Пусть 9 работ выполняются тремя исполнителями (1, 2 и 3).
4 работы назначены на исполнителя 1
2 работы назначены на исполнителя 2
3 работы назначены на исполнителя 3, тогда
Число дополнительных ограничений задачи с бинарными переменными равно $|30 = 3(C_4^2 + C_2^2 + C_3^2) = 3(6+1+3)$

Число бинарных переменных равно $2(C_4^2 + C_2^2 + C_3^2) = 20$

Элементы теории расписания

Задача составления расписания с учетом распределения работ по ресурсам

Функция intlinprog

Пусть дана задача смешанного программирования:

$$f^T \cdot x \to inf,$$
$$A \cdot x \leqslant b,$$
$$Aeq \cdot x = beq,$$
$$lb \leqslant x \leqslant ub,$$

где x — вектор, у которого некоторые координаты целочисленны.

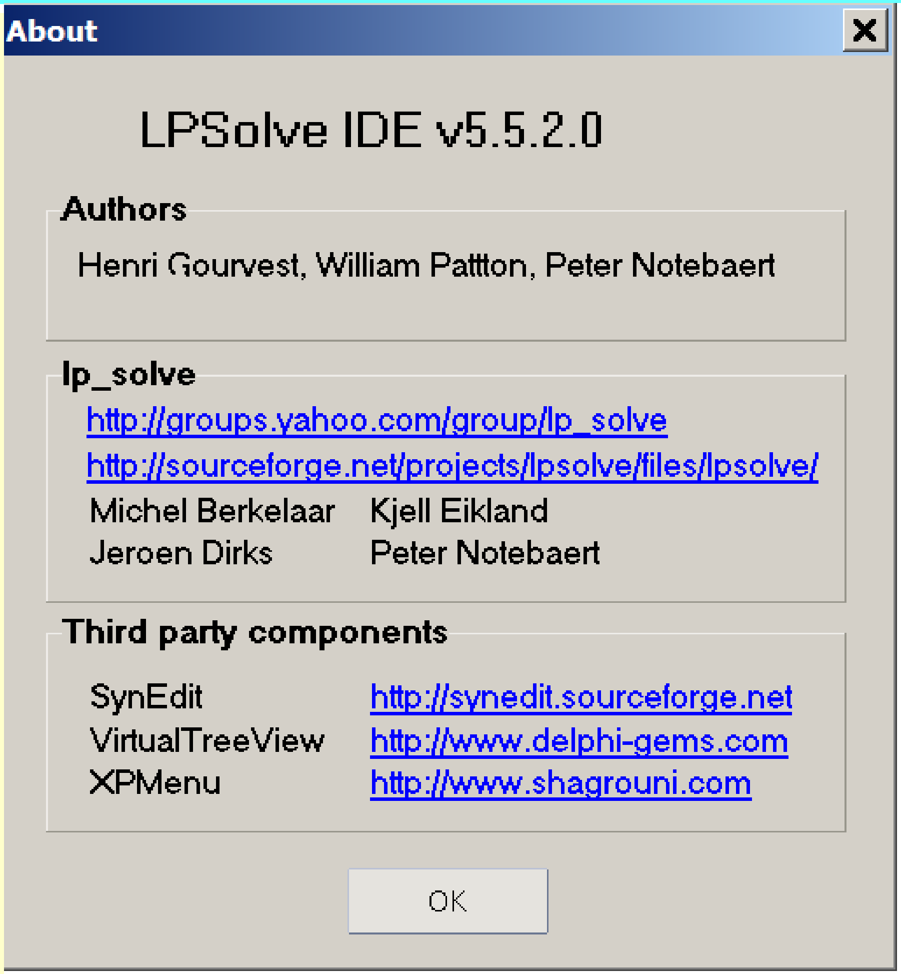
Задача составления расписания с учетом распределения работ по ресурсам

Рассмотрим функцию `intlinprog`, решающую эти задачи. Входными данными для этой функции являются:

- вектор коэффициентов целевой функции f;
- матрица ограничений-неравенств A;
- вектор правых частей ограничений-неравенств b;
- множество индексов $intcon$, при которых переменные плана x целочисленны;
- матрица ограничений-равенств Aeq;
- вектор правых частей ограничений-равенств beq;
- вектор lb, ограничивающий план x снизу;
- вектор ub, ограничивающий план x сверху.

Элементы теории расписания

Задача составления расписания с учетом распределения работ по ресурсам



Вероятностные постановки задачи построения расписания
Слабый разброс времён выполнения работ

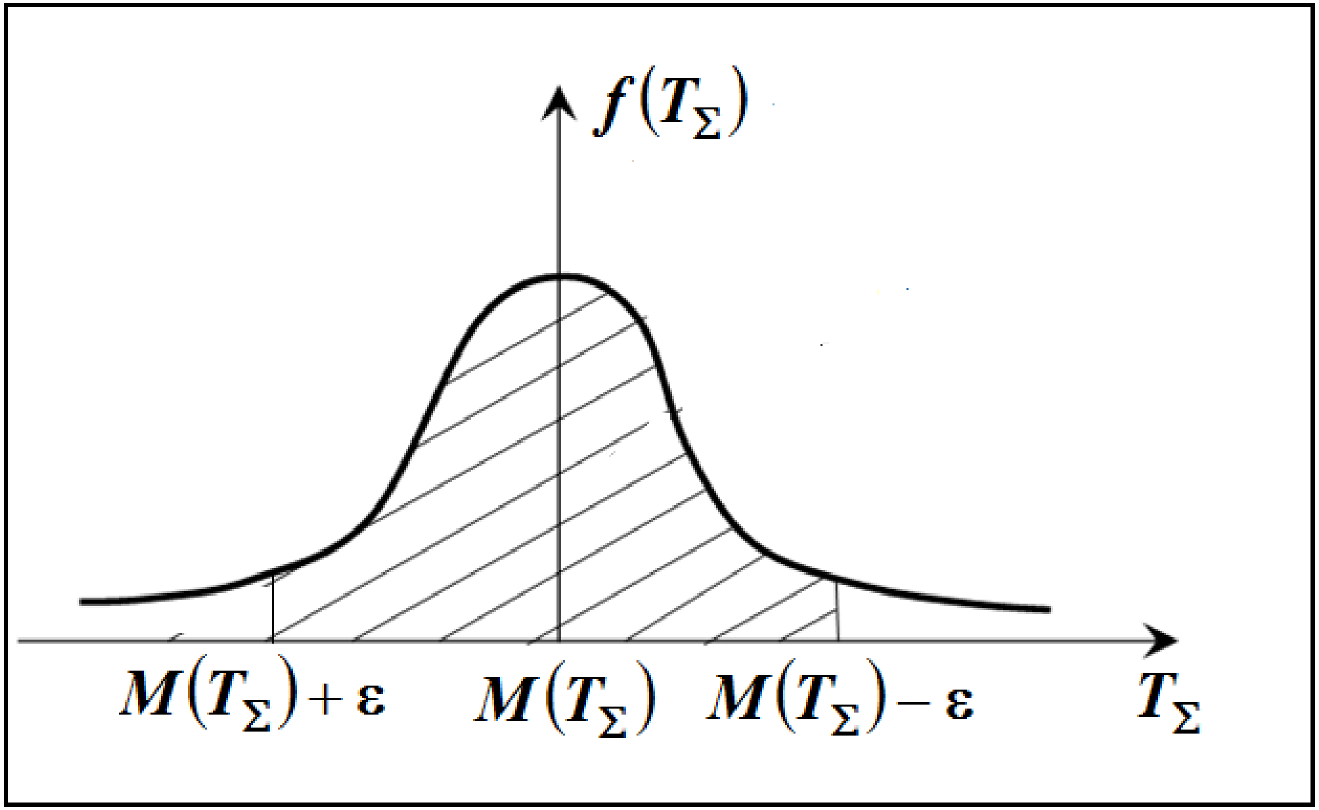
Критический путь не меняется!

$$M(T_{\Sigma}) = \sum_{ij \in critical\ path} t_{ij}$$

$$D(T_{\Sigma}) = \sigma_{T_{\Sigma}}{}^{2} = \sum_{ij \in critical\ path} D(t_{ij})$$

Элементы теории расписания

Вероятностные постановки задачи построения расписания
Слабый разброс времён выполнения работ



Элементы теории расписания

Вероятностные постановки задачи построения расписания
Слабый разброс времён выполнения работ

$$P\{|T_\Sigma - M(T_\Sigma)| \le \varepsilon\} =$$

$$\frac{1}{\sigma_{T_\Sigma}\sqrt{2\pi}}\int_{T_\Sigma-\varepsilon}^{T_\Sigma+\varepsilon} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{T_\Sigma - M(T_\Sigma)}{\sigma_{T_\Sigma}}\right)^2} = 2\Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{D(T_\Sigma)}}\right)$$

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{\frac{t^2}{2}}\,dt$$ – табулированный

интеграл вероятности (функция Лапласа).

Элементы теории расписания

Вероятностные постановки задачи построения расписания
Сильный разброс времён выполнения работ

Критический путь может измениться!

Один из подходов к решению задачи — использование методики GERT
Graphical Evaluation and Review Technique

Филлипс Д., Гарсиа-Диас А.
Методы анализа сетей: Пер. с англ. — М.: Мир, 1984. — 496 с., ил.

Элементы теории расписания

Вероятностные постановки задачи построения расписания
Сильный разброс времён выполнения работ

Другой из подходов к решению задачи — использование имитационного моделирования (simulation) расписания — программная реализация процесса выполнения расписания, сопровождаемая сбором статистических данных

Элементы теории расписания

Исходные предпосылки моделирования расписания

1. Любая из работ начинается всегда, если

- Выполнены все работы, от которых она зависит
- Имеется свободный ресурс (исполнитель)

2. Все работы следует объединить в две группы:

- Неконкурирующие работы (не создающие конфликта при назначении на ресурс)
- Конкурирующие работы (претендующие на общий ресурс)

Элементы теории расписания

Исходные предпосылки моделирования расписания

Эвристические правила назначения работ на ресурсы:

1. $\min\limits_{(i)}\{t_{ij}\}$ –«короткие» работы в первую очередь.

2. $\max\limits_{(i)}\{t_{ij}\}$ –«длинные» работы в первую очередь.

3. $\min\limits_{(i)}\{rez_{ij}\}$ – работы с минимальным резервом в первую очередь.

4. $\min\limits_{(i)}\{lev_{ij}\}$ – работы, принадлежащие начальным уровням в первую очередь.

Исходные предпосылки моделирования расписания

Возможна комбинация эвристических правил и

Вероятностные стратегии $P_{ij} = \dfrac{\dfrac{1}{\tau_{ij}}}{\sum\limits_{(ij)} \dfrac{1}{\tau_{ij}}}, \quad \sum\limits_{(ij)} P_{ij} = 1$

Вероятностный вариант стратегии SJF

Элементы теории расписания

Исходные предпосылки моделирования расписания

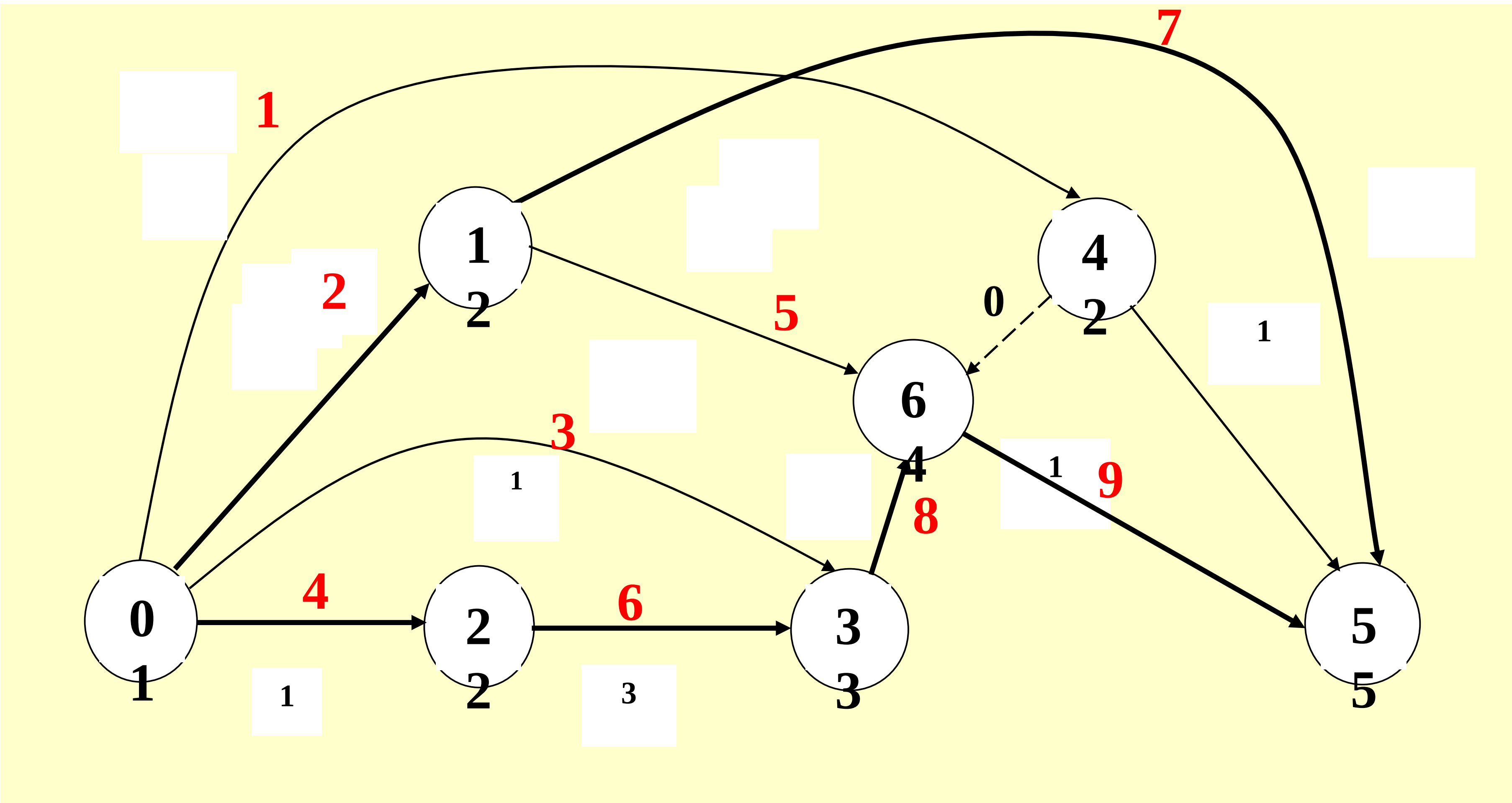
$\min\limits_{(i)}\left\{lev_{ij}\right\}$ – работы, принадлежащие начальным уровням в первую очередь

Уровень работы *ij* равен уровню события *j*

Уровень данного события на единицу больше максимального из уровней его «левых» соседей

Элементы теории расписания

Исходные предпосылки моделирования расписания



Алгоритм моделирования расписания

Схема событий (DES – Descrete Event Simulation

T – системное время.

m – число ресурсов, $s = \overline{1,\ m}$.

$\Omega(T)$ – список возможных на момент T работ $\{ij\}$

Возможные работы – работы, выполнение которых к данному моменту T системного времени возможно с учётом их логической последовательности

$\Omega_p(T)$ – ранжированный список возможных работ

$N(T)$ – вектор выполняемых на момент времени T работ: начатых, но не завершенных к этому моменту

Элементы теории расписания

Алгоритм моделирования расписания

$N(T) = (n_1,\ n_2,\ \ldots, n_l,\ \ldots, n_m)$, где

$$n_l = \begin{cases} \textit{< пусто >}, & \textit{ресурс } l \textit{ не занят;} \\ ij \quad , & \textit{ресурс } l \textit{ назначен на работу } ij \end{cases}$$

$Z(T)$ - вектор времён освобождения ресурсов на момент времени T

$Z(T) = (z_1,\ z_2,\ \ldots, z_l,\ \ldots, z_m)$, где,

$$z_l = \begin{cases} \textit{< пусто >}, \quad \textit{ресурс } l \textit{ не занят;} \\ T^l_{осв} - \textit{абсолютный момент текущего} \\ \textit{освобождения ресурса } l \end{cases}$$

Элементы теории расписания

Алгоритм моделирования расписания

$B(T)$ – список выполненных на момент времени T работ

I — список всех событий (узлов графа)

$I(T)$ — список осуществлённых событий

IJ — множество дуг-работ, исходящих из осуществленных событий

Алгоритм моделирования расписания

3 типа списков для каждого ресурса s, $s = \overline{1, m}$:

$$r_{sJOB} \; - \; \left\{ \begin{array}{l} \textit{список всех работ,} \\ \textit{выполненных ресурсом } s. \end{array} \right\};$$

$$r_{sSTART} \; - \; \left\{ \begin{array}{l} \textit{список моментов начала всех работ,} \\ \textit{выполненных ресурсом } s. \end{array} \right\};$$

$$r_{sFINISH} \; - \; \left\{ \begin{array}{l} \textit{список моментов окончания всех работ,} \\ \textit{выполненных ресурсом } s. \end{array} \right\}$$

Алгоритм моделирования расписания

Начальные условия:

$T = 0$.

$\Omega(0)$ – множество возможных работ задано

$N(0) = (<пусто>, <пусто>, \ldots, <пусто>,)$.

$Z(0) = N(0)$ (вектора имеют одинаковое число элементов)

$B(0) = <пустой\ список>$.

$r_{sJOB} = r_{sSTART} = r_{sFINISH} = <пустой\ список>$.

Алгоритм моделирования расписания

Шаг 1

$$z_s = \min_{(l)} \{z_l\}, \quad l = \overline{1,\ m}$$

$$T_i = z_s$$

Элементы теории расписания

Алгоритм моделирования расписания

Коррекция списка B выполненных работ:

В векторе N найти работу ij, назначенную на ресурс s, и добавить работу ij в список B

Коррекция вектора N выполняемых работ:

$$присвоить\ \ s-му\ \ элементу\ \ вектора\ \ N\ \ значение < пусто >$$

$$n_s = < пусто >$$

Коррекция вектора Z времён освобождения ресурсов:

$$присвоить\ \ s-му\ \ элементу\ \ вектора\ \ Z\ \ значение < пусто >$$

$$z_s = < пусто >$$

Алгоритм моделирования расписания

Коррекция списка $I(T)$ осуществленных событий: добавить в список событие i,

если выполнены все работы ji.

Формирование множества IJ дуг-работ, исходящих из осуществленных событий.

Если $I(T)=I$, переход к **шагу 11**

Алгоритм моделирования расписания

Шаг 3

Коррекция списка Ω возможных работ

- Коррекция списка Ω возможных работ: $\Omega = IJ \setminus (B \cup N)$.

Комментарий: Множество IJ есть множество дуг, исходящих из осуществлённых событий. Ω есть разность множеств IJ и суммы множеств B и N .

Шаг 4

Ранжировка списка возможных работ (в соответствии с принятым эвристическим правилом):

$$\Omega \xrightarrow{\text{ранжировка}} \Omega_p$$

Алгоритм моделирования расписания

Шаг 5

Назначение первой в списке Ω_p работы $ij(1)$ на ресурс s

Шаг 6

Коррекция списка r_{sJOB} : добавить работу $ij(1)$ в список

Шаг 7

Коррекция вектора N :

$$n_s = ij(1)$$

Коррекция списка r_{sSTART} : добавить значение T системного времени в список.

Алгоритм моделирования расписания

Шаг 8

Коррекция вектора Z :

$$z_s = T + \tau_{ij(1)}$$

Шаг 9

Коррекция списка $r_{sFINISH}$: добавить значение $z_s = T + \tau_{ij(1)}$ в список.

Шаг 10 Идти к Шагу 1

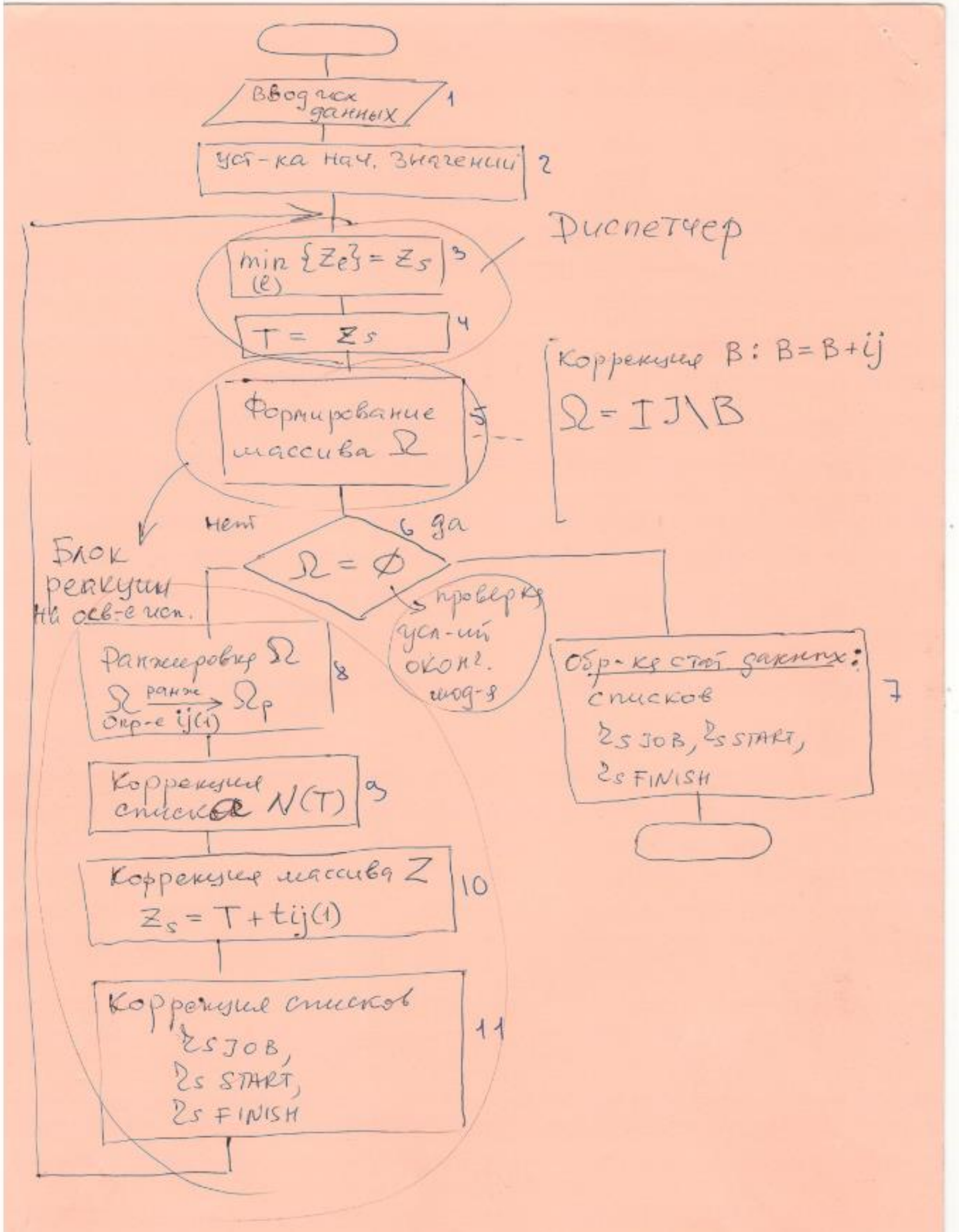
Шаг 11

Конец

Алгоритм моделирования расписания

Алгоритм позволяет получить

r_{sJOB} , r_{sSTART} , $r_{sFINISH}$.


Ввод исх. данных 1
уст-ка нач. значений 2
Диспетчер
min {Ze} = Zs 3
(e)
T = Zs 4
Коррекция B: B=B+ij
Ω = IJ\B
Формирование массива Ω 5
нет
6 да
Ω = ∅
Блок реакции на осв-е исп.
проверка усл-ий оконч. мод-я
Ранжировка Ω 8
Ω ранж → Ωp
Опр-е ij(1)
Коррекция списков N(T) 9
Коррекция массива Z 10
Zs = T + tij(1)
Коррекция списков 11
Zs JOB,
Zs START,
Zs FINISH
Обр-ка стат данных: 7
списков
Zs JOB, Zs START,
Zs FINISH

Алгоритм моделирования расписания

T	Omega	N	Z	B	I(T)	IJ	Rs_job	Rs_start	Rs_finish
0	12, 13, 14	Нет начатых	Ничего	Пусто	1	12,13,14	Не назначено	Нет	Нет
0	14	12; 13;	6; 7;	Пусто	1	12,13,14	12; 13;	0; 0;	6; 7;
6	14,23, 24	-; 13;	-; 7;	12	1, 2	12,13,14, 23,24	12; 13;	0; 0;	6; 7;
6	14,24	23; 13;	6; 7;	12	1, 2	12,13,14, 23,24	12,23; 13;	0,6; 0;	6, 12; 7;
7	14,24	23; -;	6; -;	12,13	1, 2	12,13,14, 23,24	12,23; 13;	0,6; 0;	6, 12; 7;
7	14	23; 24;	6; 4;	12,13	1,2	12,13,14, 23,24	12,23; 13,24;	0,6; 0,7;	6, 12; 7, 11;
11	14	23; -;	6; -;	12,13,24	1,2	12,13,14, 23,24	12,23; 13,24;	0,6; 0,7;	6, 12; 7, 11;
11	-	23; 14;	6; 4;	12,13,24	1,2	12,13,14, 23,24	12,23; 13,24,14;	0,6; 0,7,11;	6,12; 7,11,15;