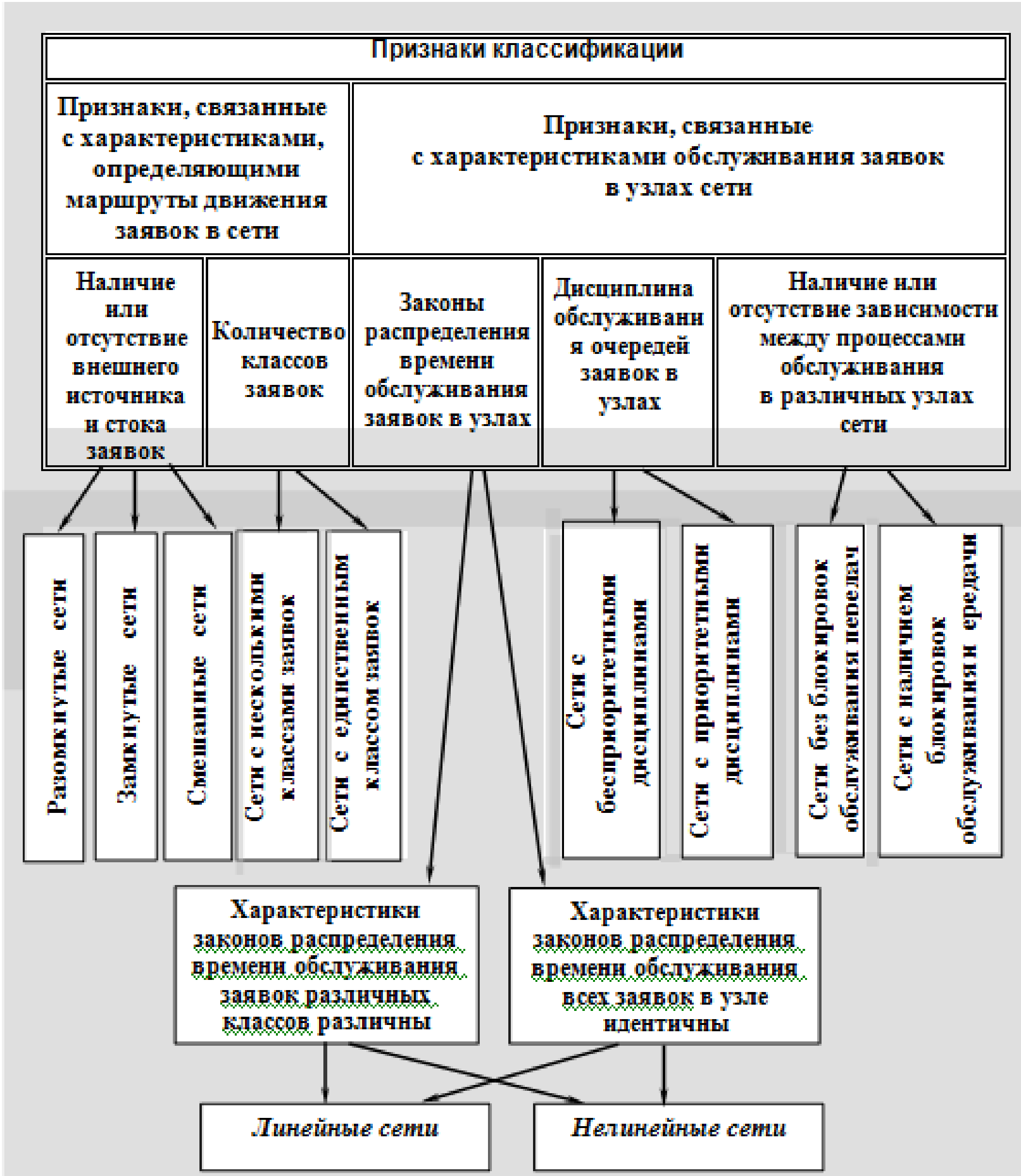
Сети СМО

Сеть массового обслуживания представляет собой совокупность конечного числа обслуживающих узлов, в которой циркулируют заявки, переходящие в соответствии с маршрутной матрицей из одного узла в другой. Узел всегда является разомкнутой СМО.

Топология сети СМО может не повторять топологию моделируемой системы. Адекватность сетевой модели, в первую очередь, определяется точностью воспроизводимых ею временных задержек.

Сети СМО. Классификация



Сети СМО

Сети Джексона

– сеть нагружена пуассоновским потоком однородных заявок;

– сеть формируют узлы, объединяющие каналы с показательным законом обслуживания;

– в каждом узле сети, очередь не ограничена, дисциплина обслуживания: первым пришёл — первым обслужен;

– сеть состоит из узлов типа М/М/К;

– сеть является линейной

Сети СМО

Классификация сетей Джексона

– Замкнутые (Close)

– Разомкнутые (Open)

– Смешанные

– Неоднородные

Сети СМО

Разомкнутые экспоненциальные линейные сети СМО

Формальное задание

$$\left\{\lambda_0; M; \pi = \{p_{ij}\},\ i,j=\overline{0,M};\ \vec{\mu} = \{\mu_1,\ldots,\mu_M\};\ \vec{m} = \{m_1,\ldots,m_M\}\right\},$$

где λ_0 — интенсивность внешнего пуассоновского источника заявок,

M — число узлов сети,

$\pi = \{p_{ij}\}$, $i,j = \overline{0,M}$ — стохастическая матрица передач,

$\vec{\mu} = \{\mu_1,\ldots,\mu_M\}$ — вектор, i-м компонентом которого является интенсивность обслуживания заявки в канале i-го узла сети,

$\vec{m} = \{m_1,\ldots m_M\}$ — вектор, i-м компонентом которого является число каналов в i-м узле сети.

Сети СМО

Сети Джексона. Расчет потоков в узлах

$$\lambda_j = \sum_{i=0}^{M} \lambda_i p_{ij}, \quad j = \overline{0, M},$$

$$\pi' \lambda = \lambda,$$

$$(\pi' - E)\lambda = 0.$$

$$|\pi' - E| = 0$$

$$\sum_{j=0}^{M} p_{ij} = 1, \quad i = \overline{0, M}$$

Сети СМО

Определение $\Lambda = \{\lambda_j, \ j = \overline{1,M}\}$

$$\Lambda = \pi^T \Lambda \Rightarrow \left[E - \pi^T\right]\Lambda = 0$$

$$W = \begin{array}{|c|} \hline 1, \ 0, \ 0, \ 0, \ \ldots, \ 0 \\ \hline \text{Остаток от } \left[E - \pi^T\right] \\ \\ \hline \end{array}$$

$$W\Lambda = [\lambda_0, \ 0, \ 0, \ 0, \ \ldots, \ 0]^T$$

$$\Lambda = W^{-1}[\lambda_0, \ 0, \ 0, \ 0, \ \ldots, \ 0]^T$$

Сети СМО

Сети Джексона. Условия установившегося режима

$$\lambda_j = \alpha_j \lambda_0, \quad j = \overline{1, M},$$

$$\alpha_j \lambda_0 < m_j \mu_j, \quad j = \overline{1, M},$$

$$\lambda_0 < \min_{(j)} \left(\frac{m_j \mu_j}{\alpha_j} \right).$$

Сети Джексона

Разомкнутые ССМО.

Теорема Джексона

$$P(n_1,\ n_2, \ldots,\ n_j, \ldots,\ n_M) = \prod_{j=1}^{M} P_j(n_j),$$

$$P_j(n_j) = P_j(0) \prod_{i=1}^{n_j} \frac{\lambda_j}{\mu_j(i)};$$

$$\lambda_j = \alpha_j \lambda_0;$$

$$\mu_j(i) = i\,\mu_j, \quad i \le m_j \qquad \mu_j(i) = m_j\,\mu_j, \quad i > m_j$$

Сети Джексона

$$\rho_j = \frac{\lambda_j}{\mu_j} = \frac{\alpha_j \lambda_0}{\mu_j}.$$

Разомкнутые ССМО.

$$P_j(n_j) = \begin{cases} P_j(0) \cdot \left(\frac{\lambda_j}{\mu_j}\right)^{n_j} \frac{1}{n_j!}, & n_j \le m_j, \\ P_j(0) \cdot \left(\frac{\lambda_j}{\mu_j}\right)^{n_j} \frac{1}{m_j!(m_j)^{n_j - m_j}}, & n_j > m_j; \end{cases}$$

$$P_j(0) = \left[\sum_{n_j=0}^{m_j-1} \frac{1}{n_j!} \left(\frac{\lambda_j}{\mu_j}\right)^{n_j} + \frac{\rho_j^{m_j}}{m_j!(1-\rho_j/m_j)} \right]^{-1}$$

Сети Джексона

Разомкнутые ССМО.

Методика расчета

1. Расчет интенсивностей потоков в узлах

$$\lambda_j = \sum_{i=0}^{M} \lambda_i p_{ij}, \quad j = \overline{0, M},$$

2. Проверка на… …гося режима

$$\lambda_0 < \min_{(j)} \left(\frac{m_j \mu_j}{\alpha_j} \right).$$

3. «Разрезание» сети – расчет показателей узлов

Сети Джексона

Разомкнутые ССМО.

Основные соотношения для расчета параметров узлов		
Параметр	Узел M/M/1	Узел M/M/m
P_0	$1-\rho$	$\left[1+\sum_{j=1}^{m}\frac{\rho^j}{j!}+\frac{\rho^{m+1}}{m!(m-\rho)}\right]^{-1}$
$\overline{l}$	$\frac{\rho^2}{1-\rho}$	$\frac{P_0\rho^{m+1}}{m\left(1-\frac{\rho}{m}\right)^2 m!}$
$\overline{n}$	$\frac{\rho^2}{1-\rho}$	$\overline{l}+\rho$
$\overline{t_{ож}}$	$\frac{\rho}{1-\rho}$	$\frac{P_0\rho^m}{m\,\mu\, m!\left(1-\frac{\rho}{m}\right)^2}$
$\overline{t}$	$\frac{1}{\mu-\lambda}$	$\overline{t_{ож}}+\frac{1}{\mu}$

Сети Джексона

Замкнутые ССМО.

Формальное задание линейных экспоненциальных замкнутых сетей СМО

$$\left\{N;\, M;\; \pi=\left\{p_{ij}\right\},\; i,j=\overline{1,M};\; \vec{\mu}=\left\{\mu_1,\ldots,\mu_M\right\};\; \vec{m}=\left\{m_1,\ldots,m_M\right\}\right\},$$

где N — постоянное число заявок в сети, M — число узлов сети,

$\pi=\left\{p_{ij}\right\},\; i,j=\overline{1,M}$ — стохастическая матрица передач,

$$|S| = C_{N+M-1}^{N}$$

Сети Джексона

Замкнутые ССМО.

$$\lambda_j = \sum_{i=1}^{M} \lambda_i p_{ij}, \quad j = \overline{1, M}.$$

$$\lambda_j = \alpha_j \lambda_1, \qquad \alpha_j = \frac{\lambda_j}{\lambda_1},$$

$$\begin{cases} \alpha_j = \sum_{i=1}^{M} \alpha_i p_{ij}, \quad j = \overline{1, M}; \\ \alpha_j = 1. \end{cases}$$

Сети Джексона

Замкнутые ССМО.

$$P(n_1, n_2, \ldots, n_j, \ldots, n_M) = A \cdot \prod_{j=1}^{M} P_j(n_j).$$

$$A = \left[\sum_{n \in S(N,M)} \prod_{j=1}^{M} P_j(n_j) \right]^{-1}$$

$$|S| = C_{N+M-1}^{N}$$

$$P(n_1, n_2, \ldots, n_j, \ldots, n_M) = \frac{\prod_{j=1}^{M} P_j(n_j)}{\sum_{n \in S(N,M)} \prod_{j=1}^{M} P_j(n_j)}.$$

Сети Джексона

Замкнутые ССМО.

$$P(n_1, n_2, \ldots, n_j, \ldots, n_M) = \frac{\prod\limits_{j=1}^{M} P_j(n_j)}{\sum\limits_{n \in S(N,M)} \prod\limits_{j=1}^{M} P_j(n_j)}.$$

$$P(n_1, \ldots, n_M) = \frac{\cancel{\lambda_1^N} \prod\limits_{j=1}^{M} C_j(n_j)}{\cancel{\lambda_1^N} \cdot \sum\limits_{\sum n_j = N} \prod\limits_{j=1}^{M} C_j(n_j)},$$

$$C_j(n_j) = \begin{cases} \left(\dfrac{\alpha_j}{\mu_j}\right)^{n_j} \cdot \dfrac{1}{n_j!}, & n_j \le m_j, \\ \left(\dfrac{\alpha_j}{\mu_j}\right)^{n_j} \cdot \dfrac{1}{m_j!\, m_j^{(n_j - m_j)}}, & n_j > m_j \end{cases}.$$

$$\mu_j(k) = \begin{cases} k\mu_j, & j < m_j \\ m_j \mu_j, & j \ge m_j \end{cases}.$$

α

Сети Джексона

Замкнутые ССМО. Переход от $\alpha_к$ ω

$$\omega_j = \frac{\alpha_j}{\sum_{i=1}^{M} \alpha_i} .$$

$$\sum_{j=1}^{V} \omega_j = 1.$$

$$\omega_j = \sum_{i=1}^{M} \omega_i \cdot p_{ij} , \qquad j = \overline{1, M} ,$$

$$P(n_1, \ldots, n_M) = \frac{1}{G_M(N)} \cdot \prod_{i=1}^{M} Z_i(n_i) ,$$

$$Z_i(n_i) = \frac{\omega_i^{n_i}}{\prod_{j=1}^{n_i} \mu_i(j)} .$$

$$G_M(N) = \sum_{n \in S(N,M)} \prod_{i=1}^{M} Z_i(n_i)$$

Сети Джексона

Замкнутые ССМО.

Методика анализа однородных экспоненциальных замкнутых сетей СМО

1. Расчёт вероятностей ω_j, $j = \overline{1, M}$ посещения заявками узлов замкнутой сети .

2. Расчёт вероятностей состояний сети .

3. Расчёт среднего числа заявок в узлах, очередях и каналах узлов сети по известным вероятностям её состояний.

4. Расчёт средних времён пребывания заявок в узлах, очередях и каналах узлов сети по данным п.3 с использованием правила Литтла

Сети Джексона

Замкнутые ССМО.

Определение основных показателей качества обслуживания в узлах замкнутой сети СМО

$\overline{n_j(N)}$ — среднее число заявок в узле;

$\overline{n_j^{ож}(N)}$ — среднее число заявок в очереди на обслуживание;

$\overline{n_j^{обсл}(N)}$ — среднее число занятых приборов;

$\overline{t_j(N)}$ — среднее время пребывания заявки в узле;

$\overline{t_j^{ож}(N)}$ — среднее время ожидания заявкой обслуживания;

$\overline{t_j^{обсл}(N)}$ — среднее время обслуживания заявки (равное $1/\mu_j$).

Сети Джексона

Замкнутые ССМО.

Определение основных показателей качества обслуживания в узлах замкнутой сети СМО

$\overline{n_j}(N)$ — среднее число заявок в узле;

$\overline{n_j^{ож}}(N)$ — среднее число заявок в очереди на обслуживание;

$\overline{n_j^{обсл}}(N)$ — среднее число занятых приборов;

$\overline{t_j}(N)$ — среднее время пребывания заявки в узле;

$\overline{t_j^{ож}}(N)$ — среднее время ожидания заявкой обслуживания;

$\overline{t_j^{обсл}}(N)$ — среднее время обслуживания заявки (равное $1/\mu_j$).

$$\overline{n_j}(N) = \sum_{n \in S(N,M)} n_j P(n_1,\dots,n_j,\dots,n_M)$$

$$\overline{n_j^{ож}}(N) = \sum_{\substack{n \in S(N,M) \\ n_j > m_j}} (n_j - m_j) P(n_1,\dots,n_j,\dots,n_M)$$

$$\overline{n_j^{обсл}}(N) = \sum_{\substack{n \in S(N,M) \\ n_j < m_j}} n_j P(n_1,..,n_j,..,n_M) + m_j \left[\sum_{\substack{n \in S(N,M) \\ n_j \geq m_j}} P(n_1,..,n_j,..,n_M) \right]$$

Сети Джексона

Замкнутые ССМО.

Определение временных показателей обслуживания в узле замкнутой сети

$$\overline{t_j(N)} = \overline{t_j^{ож}(N)} + \overline{t_j^{обсл}(N)},$$

$$\overline{n_j(N)} = \overline{n_j^{ож}(N)} + \overline{n_j^{обсл}(N)}.$$

вариант записи правила Литтла:

$$\frac{\overline{t_j(N)}}{\overline{n_j(N)}} = \frac{\overline{t_j^{ож}(N)}}{\overline{n_j^{ож}(N)}} = \frac{\overline{t_j^{обсл}(N)}}{\overline{n_j^{обсл}(N)}} = \frac{1/\mu_j}{\overline{n_j^{обсл}(N)}}$$

$$\overline{t_j(N)} = \frac{\overline{n_j(N)}}{\overline{n_j^{обсл}(N)}} \cdot \frac{1}{\mu_j},$$

$$\overline{t_j^{ож}(N)} = \frac{\overline{n_j^{ож}(N)}}{\overline{n_j^{обсл}(N)}} \cdot \frac{1}{\mu_j}$$

Сети Джексона

Замкнутые ССМО.

Методика анализа однородных экспоненциальных замкнутых сетей СМО

1. Расчёт вероятностей ω_j, $j=\overline{1,M}$ посещения заявками узлов замкнутой сети .

2. Расчёт вероятностей состояний сети .

3. Расчёт среднего числа заявок в узлах, очередях и каналах узлов сети по известным вероятностям её состояний.

4. Расчёт средних времён пребывания заявок в узлах, очередях и каналах узлов сети по данным п.3 с использованием правила Литтла

Сети Джексона

Замкнутые ССМО.

Расчёт нормирующей константы однородной замкнутой сети СМО

Начальные значения параметров: $\boldsymbol{r=2,\ k=1.}$

Шаг 1. $G_r(k) = G_{r-1}(k) + x_r G_r(k-1)$,

Если $k = N$, идти к Шагу 2,

Иначе $k = k+1$, идти к Шагу 1.

Шаг 2. Если $r = M$, Конец,

Иначе $r = r+1$, $k = 1$, идти к Шагу 1.

В этой процедуре помимо $G_M(N)$ вычисляются также константы $G_M(r)$, $r = \overline{1, N-1}$, используемые при расчёте ряда характеристик замкнутой сети.

Сети Джексона

Замкнутые ССМО.

Расчёт нормирующей константы однородной замкнутой сети СМО

$$G_M(N) = \sum_{n \in S(N,M)} \prod_{i=1}^{M} Z_i(n_i)$$

Для одноканальных сетей $Z_i(n_i) = \left(\frac{\omega_i}{\mu_i}\right)^{n_i} = x_i^{n_i}$

$$G_r(k) = \sum_{n \in S(k,r)} \prod_{i=1}^{r} x_i^{n_i} = \sum_{\substack{n \in S(k,r) \\ n_r = 0}} \prod_{i=1}^{r} x_i^{n_i} + \sum_{\substack{n \in S(k,r) \\ n_r > 0}} \prod_{i=1}^{r} x_i^{n_i} =$$

$$= G_{r-1}(k) + x_r G_r(k-1),$$

$$\begin{cases} G_1(k) = x_1^k, & k = \overline{0, N}, \\ G_r(0) = 1, & r = \overline{1, M}. \end{cases}$$

Сети Джексона

Замкнутые ССМО.

Расчёт нормирующей константы многоканальной замкнутой сети СМО

$$G_M(N) = \sum_{n \in S(N,M)} \prod_{i=1}^{M} Z_i(n_i) = \sum_{\substack{n \in S(N,M) \\ n_M = 0}} \prod_{i=1}^{M} Z_i(n_i) +$$

$$+ \sum_{\substack{n \in S(N,M) \\ n_M = 1}} \prod_{i=1}^{M} Z_i(n_i) + \sum_{\substack{n \in S(N,M) \\ n_M = 2}} \prod_{i=1}^{M} Z_i(n_i) + \ldots + \sum_{\substack{n \in S(N,M) \\ n_M = N}} \prod_{i=1}^{M} Z_i(n_i) =$$

$$= \sum_{l=0}^{N} Z_M(l) \sum_{n \in S(N-l,\, M-1)} \prod_{i=1}^{M-1} Z_i(n_i) = \sum_{l=0}^{N} Z_M(l) G_{M-1}(N-l), \quad (12.35)$$

Сети Джексона

Замкнутые ССМО.

Расчёт нормирующей константы многоканальной замкнутой сети СМО

$$
\begin{aligned}
G_M(N) &= \sum_{n \in S(N,M)} \prod_{i=1}^{M} Z_i(n_i) = \sum_{\substack{n \in S(N,M) \\ n_M = 0}} \prod_{i=1}^{M} Z_i(n_i) + \\
&+ \sum_{\substack{n \in S(N,M) \\ n_M = 1}} \prod_{i=1}^{M} Z_i(n_i) + \sum_{\substack{n \in S(N,M) \\ n_M = 2}} \prod_{i=1}^{M} Z_i(n_i) + \ldots + \sum_{\substack{n \in S(N,M) \\ n_M = N}} \prod_{i=1}^{M} Z_i(n_i) = \\
&= \sum_{l=0}^{N} Z_M(l) \sum_{n \in S(N-l,\, M-1)} \prod_{i=1}^{M-1} Z_i(n_i) = \sum_{l=0}^{N} Z_M(l) G_{M-1}(N-l), \qquad (12.35)
\end{aligned}
$$

$$G_M(N) = \sum_{l=0}^{N} Z_M(l) G_{M-1}(N-l)$$

где $Z_i(n_i) = \dfrac{\omega_i^{n_i}}{\prod\limits_{j=1}^{n_i} \mu_i(j)}$, а $\mu_i(j) = \begin{cases} j\mu_i, & j < m_i \\ m_i \mu_i, & j \ge m_i \end{cases}$,

$$G_1(k) = Z_1(k) = \frac{\omega_i^k}{\prod\limits_{j=1}^{k} \mu_1(j)}, \quad k = \overline{0, N},$$

$$G_r(0) = 1, \quad r = \overline{1, M},$$

$$Z_i(0) = 1, \quad i = \overline{1, M}.$$

Сети Джексона

Замкнутые ССМО.

Расчёт нормирующей константы многоканальной замкнутой сети СМО (процедура)

$$G_r(0) = 1, \ r = 1, M,$$

$$Z_i(0) = 1, \ i = \overline{1, M}.$$

Начальные значения параметров: $r = 2, \ k = 1.$

Шаг 1. $G_r(k) = \sum_{l=0}^{k} Z_r(l) G_{r-1}(k-l),$

Если $k = N$, идти к Шагу 2,

Иначе $k = k + 1$, идти к Шагу 1.

Шаг 2. Если $r = M$, Конец,

Иначе $r = r + 1, \ k = 1$, идти к Шагу 1.

Принято выделять *M*-й узел сети, получивший название граничного узла

Сети Джексона

Замкнутые ССМО.

Расчёт нормирующей константы многоканальной замкнутой сети СМО (операция свертки)

$$A = \{ a(0), a(1), ..., a(R) \}$$

$$B = \{ b(0), b(1), ..., b(R) \}$$

$$C = \{ c(0), c(1), ..., c(R) \}$$

$$c(i) = \sum_{j=0}^{i} a(j) \cdot b(i-j)$$

$$C = A * B$$

$$Z_i = \{ Z_i(0), Z_i(1), ..., Z_i(N) \}$$

где $$Z_i(k) = \frac{\omega_i^k}{\prod_{j=1}^{k} \mu_i(j)}, \quad Z_i(k) = \frac{Z_i(k-1)\omega_i}{\mu_i(k)}, \quad Z_i(0) = 1.$$

Сети Джексона

Замкнутые ССМО.

Расчёт нормирующей константы многоканальной замкнутой сети СМО (операция свертки)

Введём в рассмотрение систему векторов $G_0, G_1, \ldots, G_M$ размерности $(N+1)\times 1$.

$$G_M = \left(G_M(0), G_M(1), \ldots, G_M(N)\right)$$

Пусть $G_0 = (1, 0, \ldots, 0)^T$

$$G_M = G_0 * Z_1 * Z_2 * Z_3 *, \ldots, *Z_i *, \ldots, *Z_{M-1} * Z_M.$$

где

$$G_r = Z_r * G_{r-1},$$

$$G_r(k) = \sum_{l=0}^{k} Z_r(l) G_{r-1}(k-l), \; k = \overline{0, N}.$$

Отметим, что искомая нормирующая константа $G_M(N)$ является $(N+1)$-м компонентом вектора G_M.

Сети Джексона

Замкнутые многоканальные ССМО

Расчётные соотношения. Маргинальное распределение

Граничный узел

$$P_M(n,N) = Z_M(n)\frac{G_{M-1}(N-n)}{G_M(N)}.$$

$$\overline{n_M}(N) = \frac{\sum_{n=1}^{N} n Z_M(n) G_{M-1}(N-n)}{G_M(N)}.$$

Одноканальный узел узел

$$P_i(n,N) = \frac{x_i^n\left[G_M(N-n) - x_i G_M(N-n-1)\right]}{G_M(N)}.$$

$$\lambda_i(N) = \frac{\omega_i G_M(N-1)}{G_M(N)}$$

$$\overline{n_i}(N) = \frac{\sum_{n=1}^{N} x_i^n G_M(N-n)}{G_M(N)}.$$

$$\overline{t_i}(N) = \frac{\sum_{n=1}^{N} x_i^n G_M(N-n)}{\omega_i G_M(N-1)}$$

Сети Джексона

Замкнутые многоканальные ССМО

Метод анализа средних значений в узлах СМО

Начальные значения параметров: $r = 1,\ \overline{n_i}(0) = 0,\ i = \overline{1, M}$

Шаг 1. $$\overline{t_i}(r) = \frac{1}{\mu_i}\left[1 + \overline{n_i}(r-1)\right], \qquad i = \overline{1, M}$$

Шаг 2. $$\lambda_1(r) = \frac{r}{\left[\sum\limits_{i=1}^{M} \dfrac{\omega_i \overline{t_i}(r)}{\omega_1}\right]}.$$

Шаг 3. $$\overline{n_i}(r) = \frac{\omega_i}{\omega_1}\lambda_1(r)\overline{t_i}(r), \quad i = \overline{1, M}.$$

Шаг 4. Если $r = N$, Конец,

Иначе, $r = r + 1$, идти к Шагу 1.

Сети Джексона

Замкнутые многоканальные ССМО

Метод анализа средних значений в узлах СМО
На выходе процедуры:

1. Коэффициент загрузки $\rho_i(N)$ i-го узла:

$$\rho_i(N) = \frac{\lambda_i(N)}{\mu_i} = \frac{\overline{n_i}(N)}{\overline{t_i}(N)\mu_i}. \qquad (12.45)$$

2. Вероятность $q_i(N)$ пребывания заявки в i-м узле сети:

$$q_i(N) = \frac{\omega_i \overline{t_i}(N)}{\sum_{j=1}^{M} \omega_j \overline{t_j}(N)}. \qquad (12.46)$$

3. Среднее время $\overline{t_i^{ож}}(N)$ ожидания в i-м узле сети:

$$\overline{t_i^{ож}}(N) = \overline{t_i}(N) - \frac{1}{\mu_i}. \qquad (12.47)$$

4. Среднее число $\overline{n_i^{ож}}(N)$ заявок в очереди i-го узла сети:

$$\overline{n_i^{ож}}(N) = \overline{n_i}(N)\frac{\overline{t_i^{ож}}(N)}{\overline{t_i}(N)}. \qquad (12.48)$$

5. Среднее время $\overline{V_i}$ цикла для i-го узла сети:

$$\overline{V_i} = \frac{\left[N - \overline{n_i}(N)\right]}{\lambda_i(N)}. \qquad (12.49)$$

Сети Джексона. Замкнутые многоканальные ССМО

Многоканальные однородные замкнутые сети СМО

Рекуррентная процедура вычисления $\bar{t}_i(N)$
и маргинального распределения числа заявок
в узлах однородной замкнутой сети

Начальные значения параметров:

$$P_i(0,0)=1, \quad i=\overline{1,M}\ ;\ r=1$$

Шаг 1. $$\bar{t}_i(r)=\sum_{n=1}^{r}\frac{n}{\mu_i(n)}P_i(n-1,r-1), \quad i=\overline{1,M} \qquad (12.51)$$

Шаг 2. $$\lambda_1(r)=\frac{r}{\sum_{j=1}^{M}\frac{\omega_j}{\omega_1}\bar{t}_j(r)} \qquad (12.52)$$

Шаг 3. Для каждого i-го узла сети, $i = \overline{1,M}$, определить набор вероятностей $P_i(n,r)$, $n=\overline{0,r}$:

$$\begin{cases} P_i(n,r)=\dfrac{\omega_i\lambda_1(r)}{\omega_1\mu_i(n)}P_i(n-1,\ r-1),\ n=\overline{1,r}, \\ P_i(0,r)=1-\sum_{n=1}^{r}P_i(n,r), \end{cases} \qquad (12.53)$$

где $$\mu_i(n)=\begin{cases} n\mu_i, & n<m_i \\ m_i\mu_i, & n\ge m_i \end{cases}, \qquad (12.54)$$

где m_i — число каналов в i-м узле.

Шаг 4.

Если $r=N$, Конец,
Иначе, $r=r+1$, идти к Шагу 1.

На выходе процедуры формируются значения следующих характеристик:

$$\bar{t}_i(N),\ i=\overline{1,M};\ \ \{P_i(n,N)\},\ i=\overline{1,M};\ n=\overline{0,N}.$$

Замкнутые Сети Джексона. Точный расчет

Варианты расчета