

Задание 14 (на 04.12.2013)

СС62. Докажите, что если для некоторого $0 < \rho < 1$ и некоторой константы q задача ρ -GAP- q -CSP является NP-трудной, то найдется число $0 < \rho' < 1$, что задача ρ' -GAP-3-SAT является NP-трудной.

СС63. Докажите, что если $NP \subseteq PCP(o(\log n), 1)$, то $P = NP$.

СС64. Докажите, что если $P \neq NP$, то существует такая константа ρ , что не существует ρ -приближенного полиномиального алгоритма для задачи а) о максимальном независимом множестве; б) о минимальном вершинном покрытии.

СС 9. Машина Тьюринга называется забывчивой, если положение головки в любой момент времени зависит только от длины входа. Докажите, что любую машину Тьюринга, работающую время $T(n)$ можно промоделировать за время $O(T^2(n))$ на забывчивой одноленточной машине. б) А на забывчивой двухленточной за время $O(T(n) \log T(n))$.

СС 46. Обозначим UCYCLE множество всех неориентированных графов, в которых есть цикл. Докажите, что UCYCLE принадлежит классу L.

СС 50. BPL_H — это класс языков, для которых существует вероятностная машина Тьюринга M , которая использует логарифмическую память, останавливается с вероятностью 1, и для всех x выполняется, что $\Pr[M(x) = L(x)] \geq \frac{2}{3}$. Покажите, что $BPL_H \subseteq P$.

СС 56. Покажите, что $AM[k] = AM$ при $k \geq 2$.

СС 57. а) Докажите, что если $BPTIME[f(n)] = BPTIME[g(n)]$, то $BPTIME[f(h(n))] = BPTIME[g(h(n))]$, где f, g, h — конструктивные по времени, $f(n), g(n) \geq \log n$, $h(n) \geq n$ — возрастающая функция. б) Покажите, что $DTime[f(n)] \subseteq BPTIME[f(n)] \subseteq DTime[2^{O(f(n))}]$. в) Покажите, что $BPP \subseteq BPTIME[n^{\log n}] \subsetneq BPTIME[2^n]$.

СС 58. Покажите, что существует такой оракул A и язык $L \in NP^A$, что L не сводится по Тьюрингу к 3SAT, даже если сведение может использовать оракул A .

СС 60. Докажите, что если $P = NP$, то существует язык из EXP, схемная сложность которого не меньше $2^n/(10n)$.

СС 61. Пусть есть оракул, который считает перманент матрицы $n \times n$ над полем \mathbb{F} верно для доли матриц $1 - \frac{1}{3n}$. Пусть $|\mathbb{F}| > 3n$. Докажите, что используя этот оракул можно построить вероятностный полиномиальный по времени алгоритм, который для каждой матрицы с большой вероятностью находит ее перманент.