

Übungsblatt Weihnachten

Abgabetermin: Montag 18. Januar 2021 15:00

Alle Punkte auf dem Weihnachtsblatt sind Bonuspunkte.
Für die Abgabe gelten die normalen Abgaberegeln.

Aufgabe 1 (Weihnachtsmann)

3 Bonuspunkte

Sei L die Sprache die genau das Wort s enthält, wobei

$$s = \begin{cases} 1 & \text{falls der Weihnachtsmann existiert} \\ 0 & \text{falls der Weihnachtsmann nicht existiert} \end{cases}$$

Ist L entscheidbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

Hinweis: Die Antwort hängt nicht vom Glauben an den Weihnachtsmann ab.

Aufgabe 2 (In der Weihnachtsbäckerei)

5 Bonuspunkte

In Wichtelhausen wird eifrig über die Weihnachtsleckereien für das diesjährige Fest diskutiert. Nach einiger Diskussion kommen die Wichtel zu dem Ergebnis, dass sie eine Weihnachtsleckerei (mit dem Rezept $w_i \in \{0,1\}^*$) nur dann herstellen möchten, wenn die ersten i Wichtel diese Leckerei mögen. Die Rezepte werden dabei der Einfachheit halber in kanonischer Reihenfolge nummeriert. Die Wichtel stellen überrascht fest, dass jeweils der i -te Wichtel genau die Leckereien mag, deren Rezepte von der i -ten Turingmaschine M_i (nummeriert in kanonischer Reihenfolge) akzeptiert werden.

Kann entschieden werden, welche Leckereien in diesem Jahr in Wichtelhausen zur Auswahl stehen werden?

Hinweis: In Wichtelhausen wohnen tatsächlich unendlich viele Wichtel. Beginnen Sie damit die Aufgabenstellung zu formalisieren.

Aufgabe 3 (Entscheidbarkeit)

2+2+2=6 Bonuspunkte

Zeigen oder widerlegen sie dass die folgenden Sprachen entscheidbar sind. Sie dürfen in dieser Aufgabe alle bereits bekannten Techniken verwenden, also insbesondere den Satz von Rice, Reduktionen und Unterprogrammtechnik.

- a) $L_1 = \{\langle M \rangle \mid M \text{ hat mindestens 24 Zustände}\}$
- b) $L_2 = \{\langle M \rangle \mid M \text{ akzeptiert alle Quadratzahlen und hält auf keiner Primzahl}\}$
- c) $L_\infty = \{\langle M \rangle \mid |L(M)| \text{ ist unendlich}\}$

Hinweis: Die Zahl 1 ist keine Primzahl.

Aufgabe 4 (Busy Beaver)

6 Bonuspunkte

Geben sie eine 1-Band-TM an, die maximal 5 Arbeitszustände (also insgesamt q_0, \dots, q_4, \bar{q}) besitzt, auf dem leeren Eingabewort hält und möglichst viele 1en auf das Band schreibt. Die Turingmaschine darf dabei das Bandalphabet $0, 1, _$ verwenden. Gezählt werden alle 1en, die am Ende auf dem Band stehen, nicht nur solche, die konsequent auftauchen, das heisst die 1en dürfen sowohl durch 0en, als auch Blanks ($_$) getrennt sein.

Beschreiben Sie, wie Sie auf ihre Lösung gekommen sind und geben Sie falls möglich eine Kurzbeschreibung der Zustände an.

Simulator (online): <http://morphett.info/turing/turing.html> und offline (python) <https://github.com/dieggsy/turing-machine>

Bitte geben Sie die Turingmaschine als Textdatei für die gegebenen Simulatoren in Moodle mit ab (und nicht nur im pdf). Nennen Sie im pdf bitte zusätzlich die Laufzeit der TM (in Schritten) sowie die Anzahl der ausgegebenen 1en.

Hinweis: Im Gegensatz zu Aufgabe 6 auf Blatt 1, sind in dieser Aufgabe durch die zusätzlichen Zustände sehr viele 1en Möglich. In dieser Aufgabe geht es nicht darum eine möglichst gute Lösung im Internet zu finden, sondern selbst eine Turingmaschine zu entwerfen bzw finden. Sehr gute Turingmaschinen, wie man sie Beispielsweise auf Wikipedia findet geben daher keine Punkte.

Hinweis: Es wird eine Wertung für (manuell) konstruierte sowie eine davon unabhängige Wertung für generierte Turingmaschinen geben.



Frohe Weihnachten!