

Презентация по лабораторной работе №4

Модель гармонических колебаний

Хусаинова Д.А.

1 марта 2024

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Цель работы

Изучить понятие гармонического осциллятора, построить фазовый портрет и найти решение уравнения гармонического осциллятора.

- Гармонический осциллятор — система, которая при смещении из положения равновесия испытывает действие возвращающей силы F , пропорциональной смещению x .
- Гармоническое колебание - колебание, в процессе которого величины, характеризующие движение (смещение, скорость, ускорение и др.), изменяются по закону синуса или косинуса (гармоническому закону).

Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 = 0$$

где x - переменная, описывающая состояние системы (смещение грузика, заряд конденсатора и т.д.), γ - параметр, характеризующий потери энергии (трение в механической системе, сопротивление в контуре), ω_0 - собственная частота колебаний. Это уравнение есть линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка и оно является примером линейной динамической системы.

Для однозначной разрешимости уравнения второго порядка необходимо задать два начальных условия вида

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ \dot{x}(t_0) = y_0 \end{cases}$$

Уравнение второго порядка можно представить в виде системы двух уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} x = y \\ y = -\omega_0^2 x \end{cases}$$

Начальные условия для системы примут вид:

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

1. Разобраться в понятии гармонического осциллятора
2. Ознакомиться с уравнением свободных колебаний гармонического осциллятора
3. Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения на языках Julia и Open Modelica гармонического осциллятора для следующих случаев:

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев

Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $\ddot{x} + 9.9x = 0$;

Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $\ddot{x} + 13\dot{x} + 13x = 0$

Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $\ddot{x} + 24\dot{x} + 25x = 6\sin(4t)$

На интервале $t \in [0; 48]$ (шаг 0.05) с начальными условиями $x_0 = 0.9, y_0 = 0.9$.

Создадим файлы lab4_1.jl, lab4_2.jl, lab4_3.jl

```
PS C:\Windows\system32> cd C:\Users\xusai\MATHMOD\work\study\2023-2024\Математическое моделирование\mathmod\labs\lab4
PS C:\Users\xusai\MATHMOD\work\study\2023-2024\Математическое моделирование\mathmod\labs\lab4> echo hello > lab4_1.jl
PS C:\Users\xusai\MATHMOD\work\study\2023-2024\Математическое моделирование\mathmod\labs\lab4> echo hello > lab4_2.jl
PS C:\Users\xusai\MATHMOD\work\study\2023-2024\Математическое моделирование\mathmod\labs\lab4> echo hello > lab4_3.jl
```

Рис. 1: Создание файлов

Первый случай

```
using DifferentialEquations
function lorenz!(du, u, p, t)
    a = p
    du[1] = u[2]
    du[2] = -a*u[1]
end
const x = 0.9
const y = 0.9
u0 = [x, y]
p = (9.9)
tspan = (0.0, 48.0)
prob = ODEProblem(lorenz!, u0, tspan, p)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
```

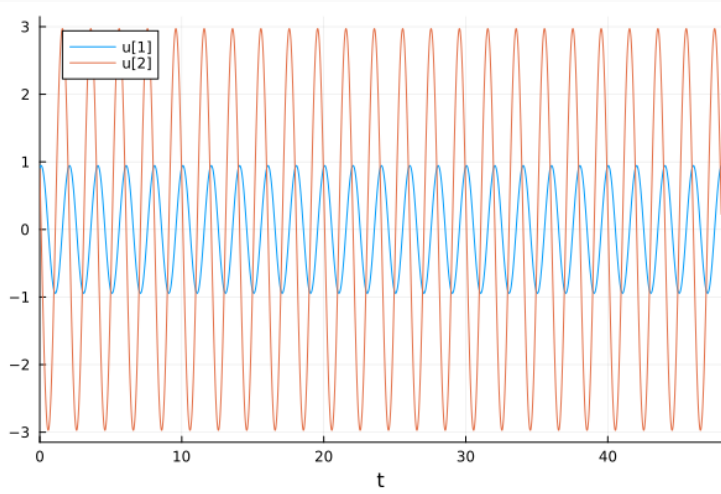
Второй случай

```
using DifferentialEquations
function lorenz!(du, u, p, t)
    a, b = p
    du[1] = u[2]
    du[2] = -a*du[1] - b*u[1]
end
const x = 0.9
const y = 0.9
u0 = [x, y]
p = (sqrt(13), 13)
tspan = (0.0, 48.0)
prob = ODEProblem(lorenz!, u0, tspan, p)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
```

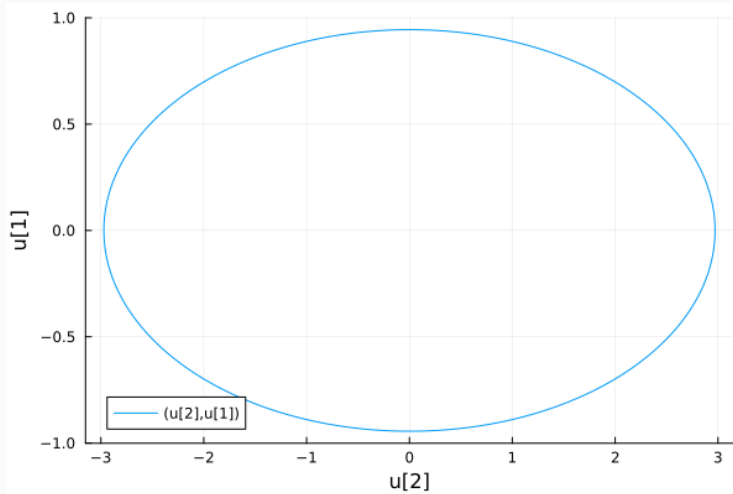
Третий случай

```
using DifferentialEquations
function lorenz!(du, u, p, t)
    a, b = p
    du[1] = u[2]
    du[2] = -a*du[1] - b*u[1] + 6*sin(4*t)
end
const x = 0.9
const y = 0.9
u0 = [x, y]
p = (sqrt(24), 25)
tspan = (0.0, 48.0)
prob = ODEProblem(lorenz!, u0, tspan, p)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
```

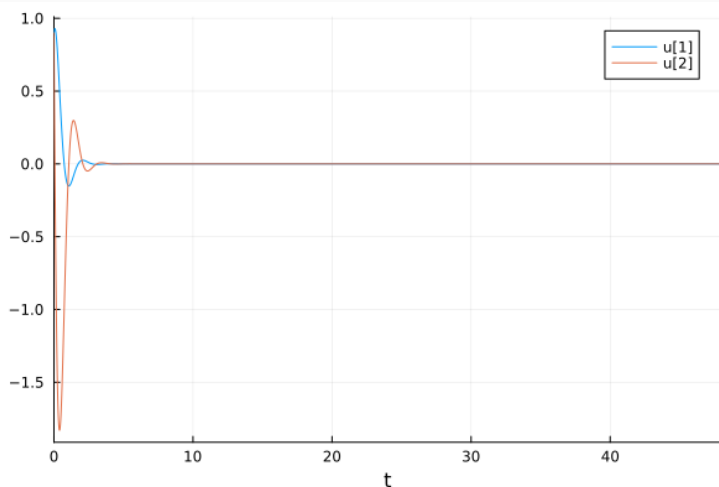
Результат работы “Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы”



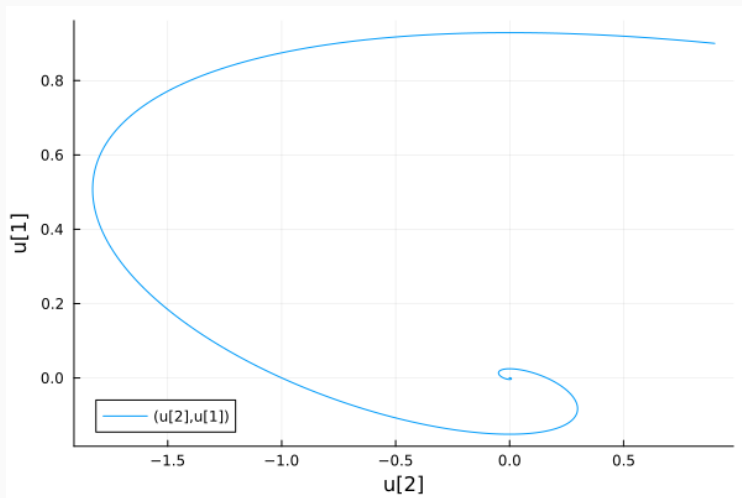
Результат работы “Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы”



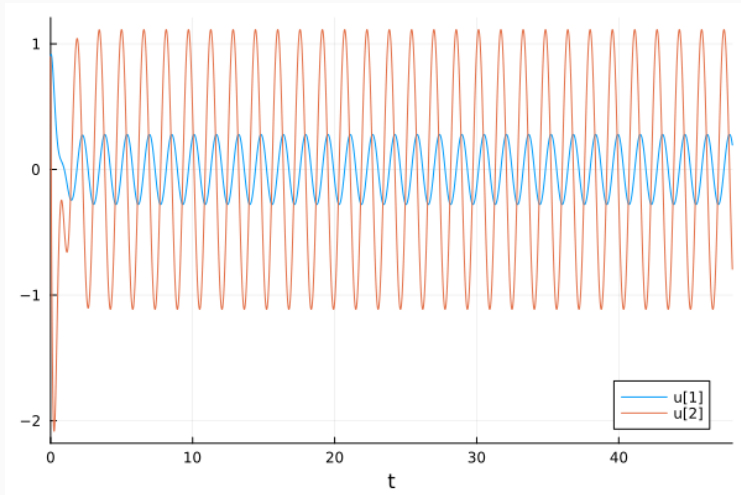
Результат работы “Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы”



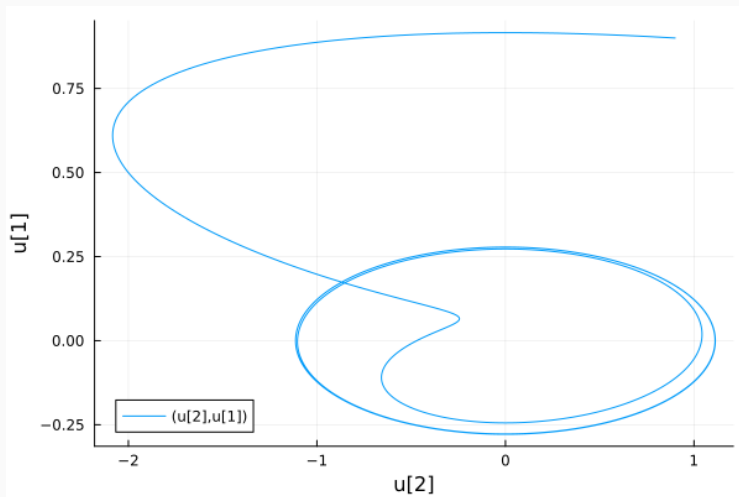
Результат работы “Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы”



Результат работы “Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы”



Результат работы “Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы”



OpenModelica. Первый случай

```
model Lab4_1_mo
parameter Real w = sqrt(9.90);
parameter Real g =0;
parameter Real x0 = 0.9;
parameter Real y0 = 0.9;
Real x(start=x0);
Real y(start=y0);
function f
input Real t ;
output Real res;
algorithm
res := 0;
end f;
```

OpenModelica. Второй случай

```
model Lab4_2_mo
parameter Real w = sqrt(13.00);
parameter Real g = 13;
parameter Real x0 = 0.9;
parameter Real y0 = 0.9;
Real x(start=x0);
Real y(start=y0);
function f
input Real t ;
output Real res;
algorithm
res := 0;
end f;
```

OpenModelica. Третий случай

```
model Lab4_3_mo
parameter Real w = sqrt(25.0);
parameter Real g = 24;
parameter Real x0 = 0.9;
parameter Real y0 = 0.9;
Real x(start=x0);
Real y(start=y0);
function f
input Real t ;
output Real res;
algorithm
res := 6*sin(4*t);
end f;
```


Результат работы “Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы”

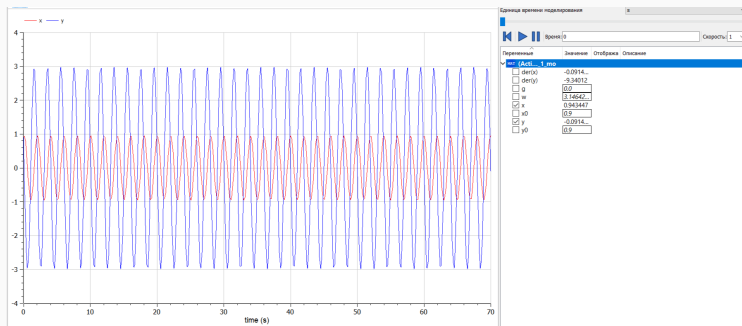


Рис. 8: OpenModelica. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

Результат работы “Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы”

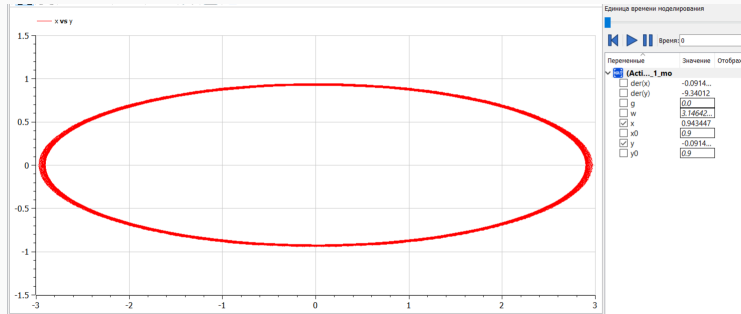


Рис. 9: OpenModelica. фазовый портрет. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

Результат работы “Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы”

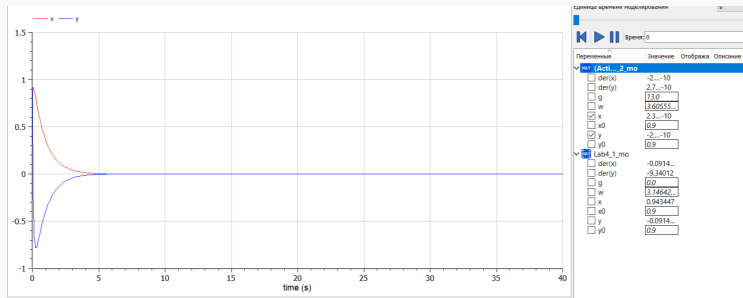


Рис. 10: OpenModelica. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

Результат работы “Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы”

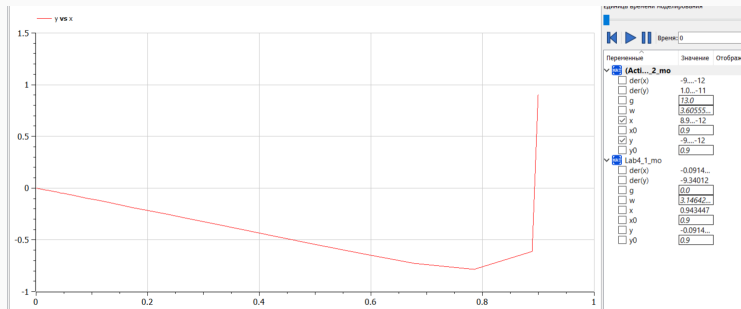


Рис. 11: OpenModelica. фазовый портрет. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

Результат работы “Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы”

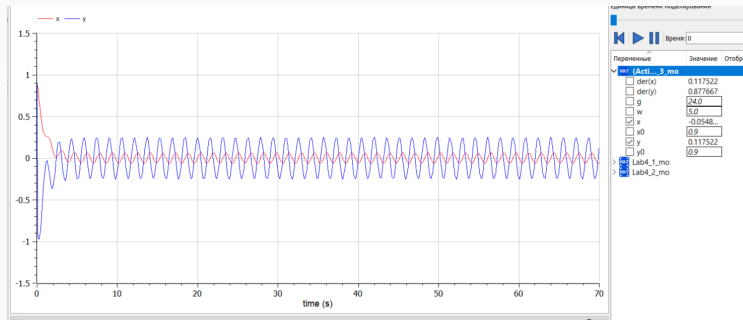


Рис. 12: OpenModelica. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

Результат работы “Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы”

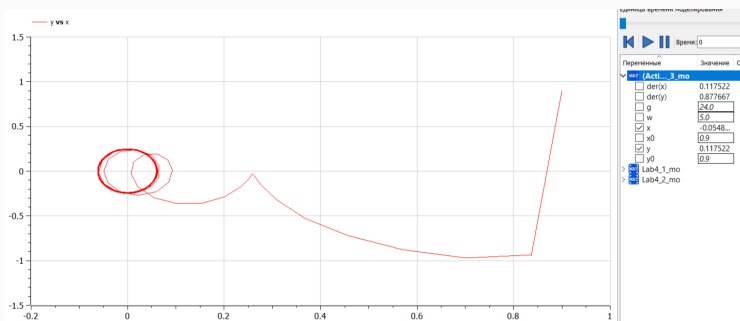


Рис. 13: OpenModelica. фазовый портрет. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

В ходе выполнения лабораторной работы были построены решения уравнения гармонического осциллятора и фазовые портреты гармонических колебаний без затухания, с затуханием и при действии внешней силы на языках Julia и Open Modelica.

Список литературы. Библиография

[1] Документация по Julia: <https://docs.julialang.org/en/v1/>

[2] Документация по OpenModelica: <https://openmodelica.org/>

[3] Решение дифференциальных уравнений:
<https://www.wolframalpha.com/>