

Отчет по лабораторной работе № 7

Эффективность рекламы

Хусаинова Динара Айратовна

Содержание

Цель работы	4
Теоретическое введение. Построение математической модели.	5
Задание	8
Выполнение лабораторной работы	9
Julia	10
Результат выполнения программ на Julia	14
OpenModelica	16
Вывод	19
Список литературы. Библиография.	20

Список иллюстраций

1	График решения уравнения модели Мальтуса	6
2	График логистической кривой	7
1	График первого случая. Julia	14
2	График второго случая. Julia	15
3	График третьего случая. Julia	15
1	График первого случая. OpenModelica	17
2	График второго случая. OpenModelica	17
3	График третьего случая. OpenModelica	18

Цель работы

Изучить и построить модель эффективности рекламы.

Теоретическое введение. Построение математической модели.

Организуется рекламная кампания нового товара или услуги. Необходимо, чтобы прибыль будущих продаж с избытком покрывала издержки на рекламу. Вначале расходы могут превышать прибыль, поскольку лишь малая часть потенциальных покупателей будет информирована о новинке. Затем, при увеличении числа продаж, возрастает и прибыль, и, наконец, наступит момент, когда рынок насытится, и рекламировать товар станет бесполезным.

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени t из числа потенциальных покупателей N знает лишь n покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем не знающих

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами. Считаем, что $\frac{dn}{dt}$ - скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить, t - время, прошедшее с начала рекламной кампании, N - общее число потенциальных платежеспособных покупателей, $n(t)$ - число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем, это описывается следующим образом $\alpha_1(t)(N - n(t))$, где $\alpha_1 > 0$ - характеризует интенсивность реклам-

ной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени). Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной $\alpha_2(t)n(t)(N - n(t))$. эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре.

Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

$$\frac{dn}{dt} = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t)n(t))(N - n(t))$$

При $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$ получается модель типа модели Мальтуса, решение которой имеет вид

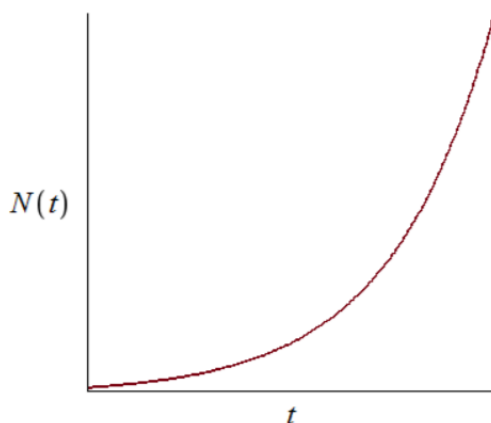


Рис. 1: График решения уравнения модели Мальтуса

В обратном случае $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$ получаем уравнение логистической кривой

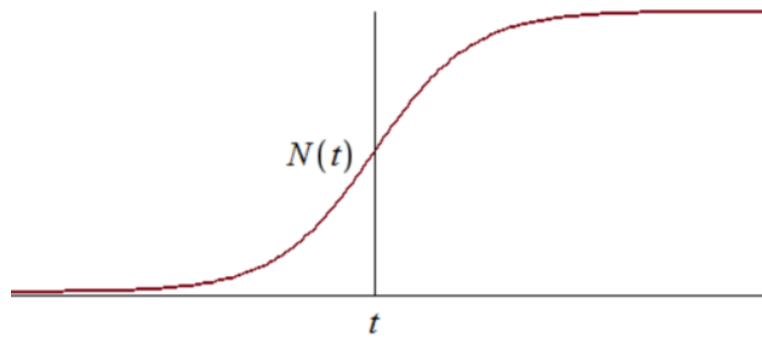


Рис. 2: График логистической кривой

Задание

Вариант 54

Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

1. $\frac{dn}{dt} = (0.64 + 0.00004n(t))(N - n(t))$
2. $\frac{dn}{dt} = (0.00007 + 0.7n(t))(N - n(t))$
3. $\frac{dn}{dt} = (0.4 + 0.3 \sin(2t)n(t))(N - n(t))$

При этом объем аудитории $N = 1403$, в начальный момент о товаре знает 9 человек.

Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

Выполнение лабораторной работы

Julia

Код программы для первого случая $\frac{dn}{dt} = (0.64 + 0.00004n(t))(N - n(t))$:

```
using Plots
using DifferentialEquations

N = 1403
n0 = 9

function func(du, u, p, t)
    (n) = u
    du[1] = (0.64+0.00004*u[1])*(N-u[1])
end

v0 = [n0]
tspan = (0.0, 30.0)
prob = ODEProblem(func, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
n = [u[1] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt = plot(
    dpi = 600,
    title = "Эффективность распространения рекламы №1 ",
```

```

        legend = false)
plot!(
    plt,
    T,
    n,
    color = :blue)
savefig(plt, "lab7_1.png")

```

Код программы для второго случая $\frac{dn}{dt} = (0.00007 + 0.7n(t))(N - n(t))$:

```

using Plots
using DifferentialEquations

N = 1403
n0 = 9

function func(du, u, p, t)
    (n) = u
    du[1] = (0.00007+0.7*u[1])*(N-u[1])
end

v0 = [n0]
tspan = (0.0, 0.1)
prob = ODEProblem(func, v0, tspan)
sol = solve(prob)
n = [u[1] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

max_dn = 0;
max_dn_t = 0;

```

```

max_dn_n = 0;
for (i, t) in enumerate(T)
    if sol(t, Val{1})[1] > max_dn
        global max_dn = sol(t, Val{1})[1]
        global max_dn_t = t
        global max_dn_n = n[i]
    end
end

plt = plot(
    dpi = 600,
    title = "Эффективность распространения рекламы №2 ",
    legend = false)
plot!(
    plt,
    T,
    n,
    color = :green)
plot!(
    plt,
    [max_dn_t],
    [max_dn_n],
    seriestype = :scatter,
    color = :green)
savefig(plt, "lab7_2.png")

```

Код программы для третьего случая $\frac{dn}{dt} = (0.4 + 0.3 \sin(2t))n(t)(N - n(t))$:

```

using Plots
using DifferentialEquations

```

```

N = 1403
n0 = 9

function func(du, u, p, t)
    (n) = u
    du[1] = (0.4+0.3sin(2*t)*u[1])*(N-u[1])
end

v0 = [n0]
tspan = (0.0, 0.1)
prob = ODEProblem(func, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
n = [u[1] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt = plot(
    dpi = 600,
    title = "Эффективность распространения рекламы №3 ",
    legend = false)
plot!(
    plt,
    T,
    n,
    color = :red)
savefig(plt, "lab7_3.png")

```

Результат выполнения программ на Julia

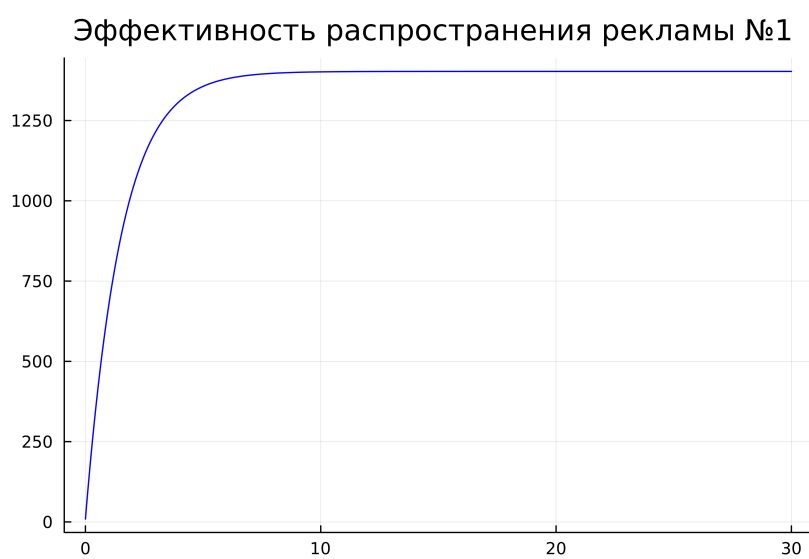


Рис. 1: График первого случая. Julia



Рис. 2: График второго случая. Julia



Рис. 3: График третьего случая. Julia

OpenModelica

Код программы для первого случая $\frac{dn}{dt} = (0.64 + 0.00004n(t))(N - n(t))$:

```
model lab7_1
Real N = 1403;
Real n;
initial equation
n = 9;
equation
der(n) = (0.64 + 0.00004*n)*(N-n);
end lab7_1;
```

Код программы для второго случая $\frac{dn}{dt} = (0.00007 + 0.7n(t))(N - n(t))$:

```
model lab7_2
Real N = 1403;
Real n;
initial equation
n = 9;
equation
der(n) = (0.00007+0.7*n)*(N-n);
end lab7_2;
```

Код программы для третьего случая $\frac{dn}{dt} = (0.4 + 0.3 \sin(2t)n(t))(N - n(t))$:


```

model lab7_3
Real N = 1403;
Real n;
initial equation
n = 9;
equation
der(n) = (0.4 + 0.3*sin(2*time)*n)*(N-n);
end lab7_3;

```

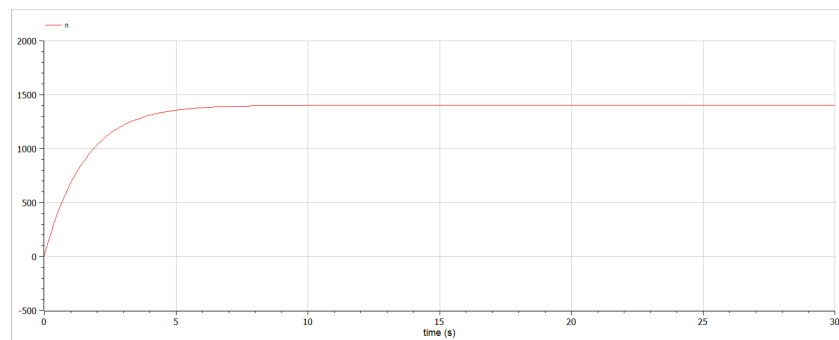


Рис. 1: График первого случая. OpenModelica

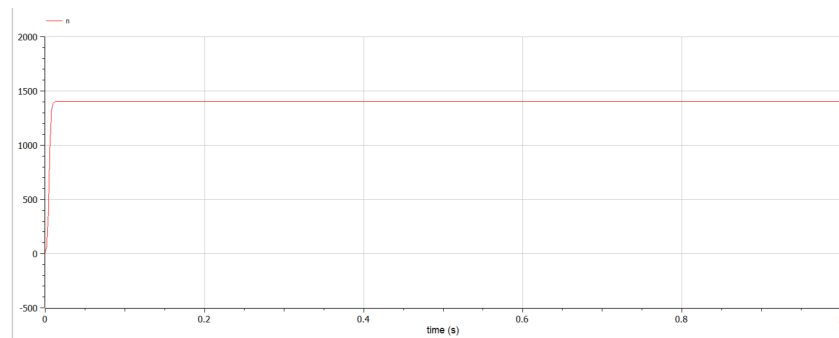


Рис. 2: График второго случая. OpenModelica

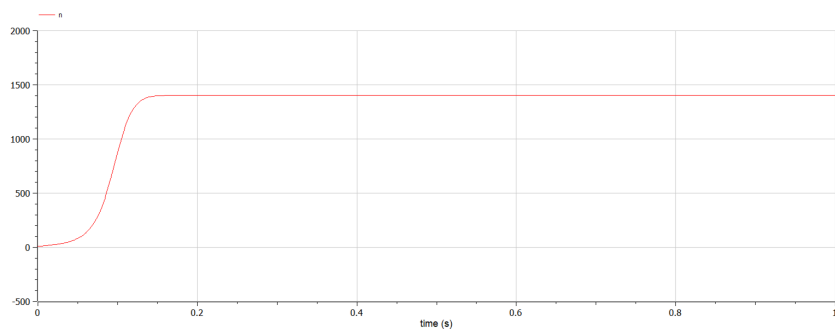


Рис. 3: График третьего случая. OpenModelica

Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель эффективности рекламы и в дальнейшем построена модель на языках Julia и Open Modelica.

Список литературы. Библиография.

- [1] Документация по Julia: <https://docs.julialang.org/en/v1/>
- [2] Документация по OpenModelica: <https://openmodelica.org/>
- [3] Решение дифференциальных уравнений: <https://www.wolframalpha.com/>
- [4] Мальтузианская модель роста: <https://www.stolaf.edu/people/mckelvey/envision.dir/malthus.html>