

Subject:

Year:

Month:

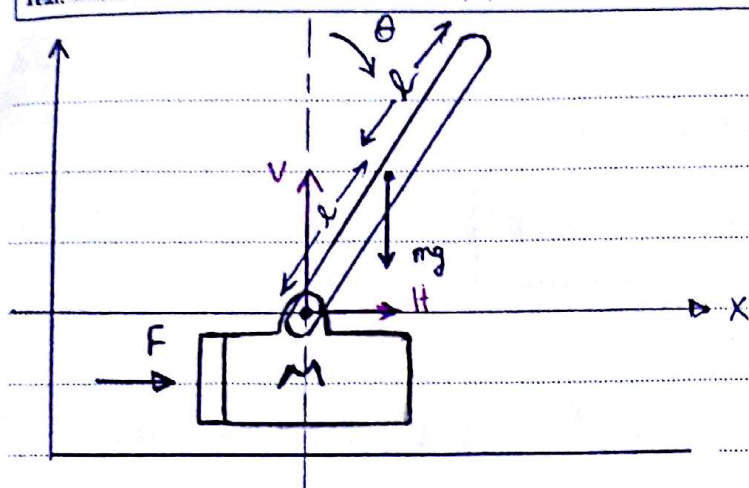
Date:

()

4529033

دنيا سلطان تيمرانى

بروزة ١٤٣٧



$$H = m\ddot{x} + m\ell\ddot{\theta} \quad (1)$$

$$V = -m\ell\theta\ddot{\theta} - m\ell\dot{\theta}^2 + mg \quad (2)$$

$$F = m\ell\ddot{\theta} + (M+m)\ddot{x} \quad (3)$$

$$-H\ell + V\ell\theta = I\ddot{\theta} \quad (4)$$

$$F - H = M\ddot{x} \quad (5)$$

مسئله الفأوب

1 in 5 \Rightarrow 3

$$(3) \Rightarrow \ddot{x} = \frac{F - m\ell\ddot{\theta}}{M+m} \quad (6)$$

$$(1), (2) \text{ in } (4) \Rightarrow -m\ell\ddot{x} - m\ell^2\ddot{\theta} - m\ell^2\theta^2\ddot{\theta} - m\ell^2\theta\dot{\theta}^2 + mg\ell\theta = I\ddot{\theta} \quad (7)$$

$$(6) \text{ in } (7) \quad \frac{-m\ell}{M+m}F + \frac{m^2\ell^2}{M+m}\ddot{\theta} - m\ell^2\ddot{\theta} - m\ell^2\theta^2\ddot{\theta} - m\ell^2\theta\dot{\theta}^2 + mg\ell\theta = I\ddot{\theta}$$

$$\frac{m\ell}{M+m}F = \left[\frac{m^2\ell^2}{M+m} - m\ell^2 - I \right] \ddot{\theta} + mg\ell\theta \quad \xrightarrow{x(M+m)/m\ell}$$

$$\hookrightarrow \frac{m^2\ell^2 - m\ell^2(M+m) - I(M+m)}{M+m} = \frac{\cancel{m^2\ell^2} - \cancel{m^2\ell^2} - m\ell^2 - I(M+m)}{M+m}$$

$$F = \frac{-mM\ell^2 - I(M+m)}{m\ell} \ddot{\theta} + g(M+m)\theta$$

$$\ddot{\theta} - \frac{g(M+m)m\ell}{mM\ell^2 + I(M+m)}\theta = -\frac{m\ell}{mM\ell^2 + I(M+m)}F$$

$$\ddot{\theta} - \frac{g(\mu+m)m\ell}{m\mu\ell^2 + I(\mu+m)} \theta = \frac{-m\ell}{m\mu\ell^2 + I(\mu+m)} F$$

$$g(\mu+m) = A$$

$$\frac{m\ell}{m\mu\ell^2 + I(\mu+m)} = B$$

$$\Rightarrow \boxed{\ddot{\theta} - AB\theta = -BF}$$

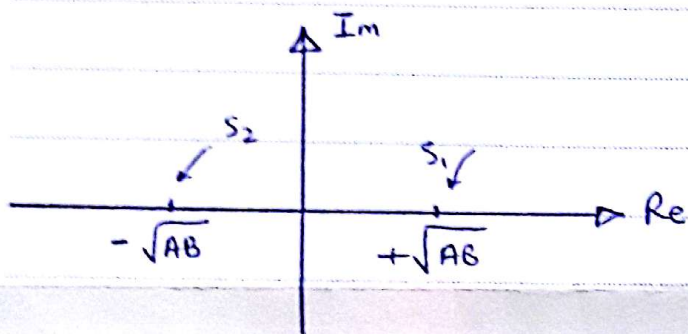
عاده
اصلی

مسئله 3

$$\xrightarrow{\text{لاپلاس}} s^2\theta(s) - AB\theta(s) = -BF(s) \Rightarrow (s^2 - AB)\theta(s) = -BF(s)$$

$$\Rightarrow G(s) = \frac{\theta(s)}{F(s)} = \frac{-B}{s^2 - AB} \Rightarrow s_{1,2} = \pm\sqrt{AB}$$

درجه حقیقی



باتوجه به اینکه قطب مثبت راست محور حقیقی داریم،
سیستم ناپایدار است.

مسئله 4

$$\text{if } F(t) = u(t) \Rightarrow \mathcal{L}\{u(t)\} = \frac{1}{s}$$

$$\Rightarrow \theta(s) = \frac{-B}{s(s-\sqrt{AB})(s+\sqrt{AB})} = \frac{a_1}{s} + \frac{a_2}{(s-\sqrt{AB})} + \frac{a_3}{(s+\sqrt{AB})}$$

$$a_1 = (s) \left(\frac{-B}{s(s-\sqrt{AB})(s+\sqrt{AB})} \right) \Big|_{s=0} = \frac{-B}{-AB} = \frac{1}{A}$$

$$a_2 = (s-\sqrt{AB}) \left(\frac{-B}{(s-\sqrt{AB})(s+\sqrt{AB})s} \right) \Big|_{s=\sqrt{AB}} = \frac{-B}{\sqrt{AB} \times 2\sqrt{AB}} = \frac{-B}{2} \times \frac{1}{AB} = \frac{-1}{2A}$$

$$a_3 = (s+\sqrt{AB}) \left(\frac{-B}{s(s-\sqrt{AB})(s+\sqrt{AB})} \right) \Big|_{s=-\sqrt{AB}} = \frac{-B}{(+\sqrt{AB})(-2\sqrt{AB})} = \frac{-B}{2AB} = \frac{-1}{2A}$$

$$\theta(s) = \frac{1/A}{s} + \frac{-1/2A}{s-\sqrt{AB}} + \frac{-1/2A}{s+\sqrt{AB}} \Rightarrow \theta(t) = \frac{1}{A} - \frac{1}{2A} e^{+\sqrt{AB}t} - \frac{1}{2A} e^{-\sqrt{AB}t}$$

به با توجه به اینکه

Sunwood

توان این عبارت گاهی همواره مثبت است، این عبارت بزرگ می شود و
نمی شود عامل ناپایداری است.

مسئله 5

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \theta(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \left[+\frac{1}{A} - \frac{1}{2A} e^{\frac{\sqrt{AB}t}{\sqrt{AB}}} - \frac{1}{2A} e^{-\frac{\sqrt{AB}t}{\sqrt{AB}}} \right] = -\infty$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \theta(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \left[s \times \frac{-B}{s(s - \sqrt{AB})(s + \sqrt{AB})} \right] = \frac{-B}{-(AB)^2} = +\frac{1}{A}$$

خبر، پاسخ ماندگار اندر و سیستم و تحلیلی و مقیاس مقدار نهایی با هم طاعت ندارند و می دانیم که پاسخ پویا تعریف صحیح است و سیستم پایدار است. سیستم ما، شوا استفاده از مقیاس مقدار نهایی را ندارد. مقیاس مقدار نهایی بیان می کند که اگر $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$ وجود داشته باشد، آنگاه: $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s F(s)$. در حالی که در سیستم ما، $\lim_{t \rightarrow \infty} \theta(t)$ وجود نداشته و $-\infty$ می شود. پس اینجا اصلاً نمی توانیم از مقیاس مقدار نهایی استفاده کنیم.

$$G(s) = \frac{-B}{s^2 - AB} \rightarrow ess = \frac{1}{1 + k_s} \text{ where } k_s = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \frac{-B}{-AB} = \frac{1}{A}$$

$$\Rightarrow ess = \frac{1}{1 + \frac{1}{A}} = \frac{A}{1 + A} \quad \text{مست 7}$$

$$G_N = KG \Rightarrow \frac{Y}{R} = \frac{\frac{-kB}{s^2 - AB}}{1 - \frac{kB}{s^2 - AB}} = \frac{-kB}{s^2 - AB - kB} \Rightarrow s^2 + 0s + (-AB - kB) =$$

$$-AB - kB > 0 \rightarrow AB < -kB \rightarrow A < -K \rightarrow K < -A \Rightarrow \text{کاملاً رستی} \quad \begin{matrix} s^2 & 1 & -AB - kB \\ s^1 & 0 & \\ s^0 & -AB - kB \end{matrix}$$

این سیستم هیچ یک از دو شرط پایداری معیار را ندارد. به علاوه از آن جابجایی می آید که است لذا این سیستم پویایی ندارد و همواره ناپایدار است. چون یک بار تغییر علامت داریم، پس یک بار باید در این را از قبل می دانستیم. مست 8

رسم Root locus

قاعده 1 ← تعداد خطهای برابر با 2 تا است.

قاعده 2 ← محدوده Root locus از $-\sqrt{AB}$ تا \sqrt{AB} روی محور اعداد حقیقی است.

قاعده 3 ← شاخه ها در محل مقابله با هم برای $k \geq 0$ شروع می شوند و به سمت بیرون می روند به ازای $k \rightarrow \infty$ می روند.

قاعده 4 ← تغییرات درجه را با relative degree و برابر است با 2 و زوایا عبارت انداز 90° و 270° .

قاعده 5 ← حل تلافی جانب ها با: $\sigma = \frac{-\sqrt{AB} + \sqrt{AB}}{2}$ یعنی جانب ها، منطبق بر محور حقیقی هستند. relative degree

Subject:

Year. Month. Date. ()

نقشه ۹

$$1 + KG(s) = 0 \rightarrow 1 + \frac{-KB}{s^2 - AB} = 0$$

قاعده ۶: نقاط شکست بر میان هندسی:

$$1 = \frac{KB}{s^2 - AB} \Rightarrow s^2 - KB - AB = 0 \quad s^2 - AB = KB \Rightarrow k = \frac{1}{B} s^2 - A$$

$$\frac{dk}{ds} = 0 \rightarrow s = 0 \rightarrow \text{نقطه شکست میانه صاف است}$$

قاعده ۷: اگر k به صورتی تغییر کند

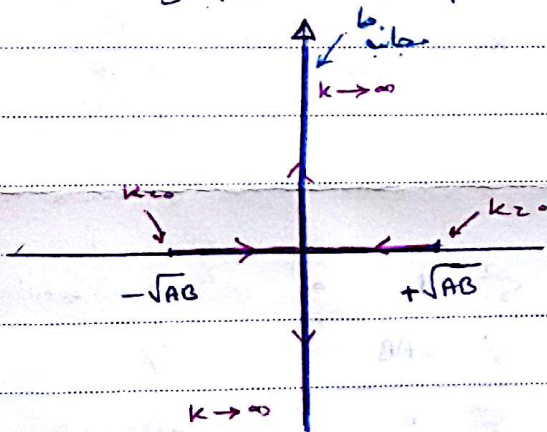
$$-AB - KB = 0 \rightarrow AB = -KB$$

قاعده ۸: محل تقاطع میان هندسی با محور موهومی

if $k = -A \rightarrow$ میزن نیست چون A علامه

به شیب میزن به درون محور موهومی

صحت است و با هم کار است بر نظر کنیم و این نقایض است



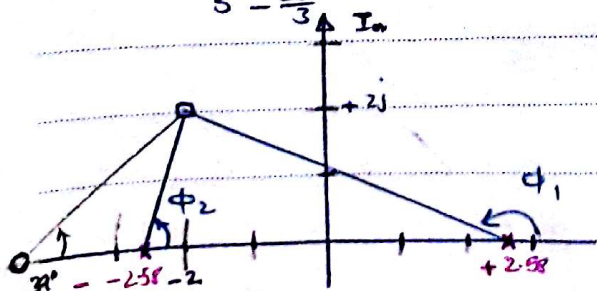
بررسی ریشه ها در اصل نشانه

$$\xi = 0.7$$

$$t_s = 2s \rightarrow \frac{4}{\xi \omega_n} = 2 \rightarrow \omega_n = 2.85$$

$$s_{1,2} = 2.85 (-0.7 \pm \sqrt{1 - \xi^2}) = -2 \pm 2.03j \rightarrow \text{مضامین غالب مطلوب}$$

$$G(s) = \frac{-\frac{1}{3}}{s^2 - \frac{20}{3}} \rightarrow P_{1,2} = \pm 2.58$$

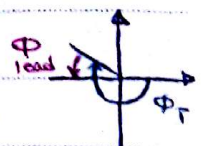


$$\phi_1 = 180 - \tan^{-1} \left(\frac{2.03}{4.58} \right) = 156.41^\circ$$

$$\phi_2 = 73.83^\circ$$

$$\phi_r = -156.41^\circ - 73.83^\circ = -230.24^\circ$$

$$\phi_{rad} = 50.24^\circ$$



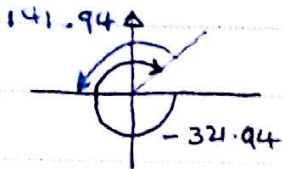
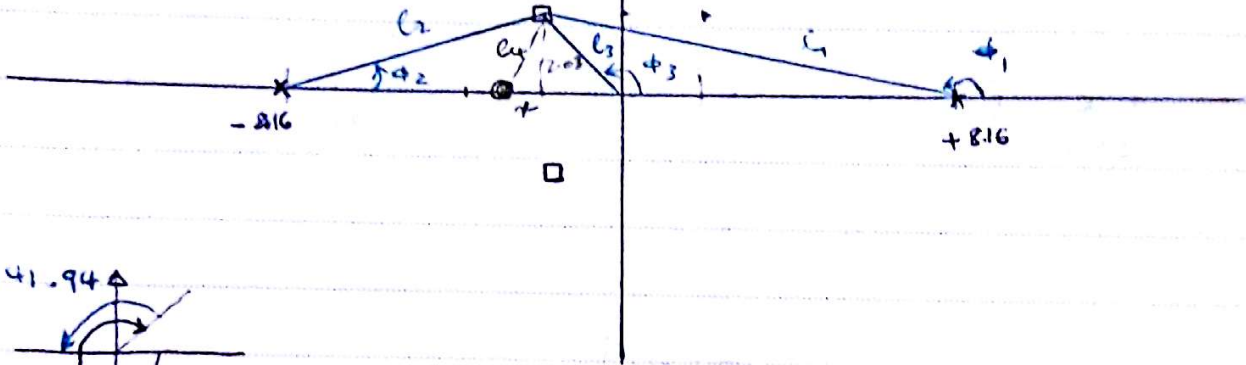
Sunwood

مراجعة / تدریس

$$\phi_1 = 180 - \tan^{-1} \left(\frac{2.03}{10.16} \right) = 168.7^\circ$$

$$\phi_2 = \tan^{-1} \left(\frac{2.03}{6.16} \right) = 18.24^\circ$$

$$\phi_3 = 135^\circ$$



$$\phi_T = -321.94 \rightarrow \text{زاویه جبرین ساز} = 141.94 = 2\theta \rightarrow \theta = 70.97^\circ$$

ترتیب صفرها

$$\frac{2.03}{\pi} \tan$$

$$\kappa = \frac{2.03}{\tan(70.97^\circ)} = 0.7$$

$$z_1 = z_2 = -2.7 \Rightarrow G_c = k_c(s+2.7)^2 \times \frac{1}{s}$$

$$G_{New} = k_c \frac{(s+2.7)^2}{s(s^2 - \frac{200}{3})} \kappa = \frac{10}{3} \quad l_1 = 10.36, l_2 = 6.49$$

$$l_3 = 2.85, l_4 = l_5 = 2.15$$

$$k_c = \frac{(2.85)(10.36)(6.49)}{(2.15)^2 \times \frac{10}{3}} = 12.44$$

$$G_{New} = \frac{(-41.47)(s^2 + 5.4s + 7.29)}{s^3 - \frac{200}{3}s}$$

$$s(s - \sqrt{\frac{200}{3}})(s + \sqrt{\frac{200}{3}})$$