

بسم الله الرحمن الرحيم



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

مقایسه مشخصات آیرودینامیکی ایرفویل های

NACA0012- NACA 4412- NACA23012- Selig 1223

دینا سلطانی تهرانی 9529033 -- مینا صالحی مرئی 9529040 -- نسیم فلاحی آرزودار 9529432

دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران) - دانشکده مهندسی هوافضا

چکیده

در این تحقیق ابتدا روشی برای تحلیل جریان حول یک ایرفویل به نام پنل متد (Panel Method) ارائه می‌شود که برای حل جریان‌های ویسکوز تعمیم داده شده است. سپس به کمک نرم افزار Xfoil نمودارهای مربوط به سه ایرفویل از خانواده NACA و یک ایرفویل از خانواده Selig رسم شده و نتایج آن با داده های آزمایشگاهی برگرفته از کتاب "تئوری مقاطع بال" و گزارش های آزمایشگاه‌های تحقیقاتی ناسا مطابقت داده می‌شود. نتایجی که از این تحقیق گرفته می‌شود با این فرض است که داده های حاصل از نرم افزار Xfoil غیردقیق و نتایج به دست آمده از روش های تجربی دقیق می‌باشد.

دیباچه

به طور کلی روش های به دست آوردن نیروهای پسا و برآ در آیرودینامیک و طراحی سازه های هوایی از مسائل کاربردی در صنعت هوافضا بوده است. معادلاتی که برای به دست آوردن این نیروها استفاده می شود در حالت کلی معادلات معروف به ناپیر-استوکس است که از نوع معادلات دیفرانسیل جزئی هستند و حل آنها همواره با مشکلات محاسباتی همراه است. امروزه نرم افزارهای تجاری مانند فلوئنت و CFX و ... به راحتی این معادلات دیفرانسیل جزئی را حل کرده و نتایج را به دقت ارائه می‌دهند اما در نسل‌های پیش از این نرم افزارها، همه محاسبات به صورت دستی، تجربی و یا به کمک نرم افزارهای ابتدایی مثل Xfoil انجام می‌شد. هدف از این پژوهش استفاده از این روش ها و مقایسه نتایج آنهاست.

معرفی اولیه

پنل متد از جله روش های عددی حل معادلات مبتنی بر سطح است که از آن برای تحلیل جریان های نیوتونی غیر لزج و غیر چرخشی در اطراف ابزارهای پرنده در سرعت های مادون صوت یا مافوق صوت استفاده می شود. ابزارهای کاربردی در این روش عبارت اند از: (1) صفحه های تختی که با تعداد معین بدنه را مدلسازی میکنند و روی این صفحه ها سه نوع توزیع تئوریک چشمه ، چاه و گردابه آزاد می تواند قرار داشته باشد. (2) شرایط مرزی مختلفی که با توجه به مسئله می توانند طرح و استفاده شوند. در حال حاضر کدهای پنل متد تنها کدهایی هستند که به صورت گسترده و بعد از نرم افزارهای پیشرفته تجاری برای مدلسازی هندسه های پیچیده و موارد خاص توسعه یافته اند. به کمک این کدها و ترکیب آنها با برخی از نرم افزار های جدید، حل ناحیه گذرای جریان امکان پذیر شده است که پیشرفت مهمی به شمار می رود. نتایج حاصل از این حل ها با دقت خوبی وابسته به نوع مسئله تعیین می شود اما به طور کلی این روش ها فوایدی دارند که هنوز استفاده از آنها در بسیاری از موارد به لحاظ سرعت محاسبات و حجم محاسبات بر نرم افزارهای تجاری ترجیح داده می شود. این نوشتار خلاصه ای از مزایا و معایب این روش را ارائه می دهد.

فهرست نمادها

C_p = ضریب پسا

γ = قدرت گردابه (vortex strength)

c = وتر بال

α = زاویه حمله

ψ = تابع جریان (stream function)

Φ = تابع پتانسیل جریان

Q = قدرت چشمه و چاه (source, sink strength)

σ = چاه و چشمه بر روی پانل ها (source, sink)

A = ماتریس ضرایب

b = ضرایب سمت راست معادله

$$C_1 = \text{ضریب برآ}$$

شرح محاسباتی روش پنل متد

ابتدا بدنه ایرفویل به N پنل ($N+1$) نقطه تقسیم شده روی هر پنل یک توزیع پیوسته از منبع و گردابه است که در طول پنل ثابت می باشد ولی قدرت منبع از پنل به پنلی دیگر متفاوت است.

تقسیم بندی پنل های ایرفول را می توان با توابع گوناگون انجام داد. که یکی از آن توابع به شکل زیر است:

$$\frac{x}{c} = \frac{1}{2} (\cos \varphi + 1) \quad \varphi = [0, 2\pi]$$

$$\frac{x}{c} = [0, 1]_{\text{bottom}} \& [0, 1]_{\text{top}}$$

1

برای ساختن خطوط جریان اصلی روی بدنه ایرفول از توزیع پیوسته ی چشمه و چاه بر روی هر پنل استفاده می شود برای تولید نیروی لیفت از توزیع گردابه استفاده می شود که بر روی پنل ها ثابت است.

در حال حاضر مسئله دارای $N+1$ مجهول است که نیاز به $N+1$ معادله است.

(1) بدنه به عنوان یک خط جریان در نظر گرفته شده است پس سرعت عمود بر آن باید صفر باشد بنابراین سرعت عمود بر هر

پنل باید صفر شود. ($V_i \cdot n = 0$) با این کار N معادله به وجود می آید.

(2) با استفاده از شرط کاته معادله ی $N + 1$ را به دست می آید ، بدین صورت که سرعت در نزدیکی لبه فرار در بالا و پایین

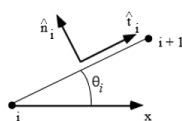
ایرفول با هم برابر باشد.

برای راحتی در محاسبات فرض شده است که سرعت در وسط هر پنل حساب شود که به آن نقطه کنترل (control point) می گویند.

سرعتی که روی هر پنل وجود دارد عبارت است از : سرعت جریان آزاد، سرعت القایی توسط همه پنل ها (چشمه – چاه – گردابه)

و سرعت القایی خود پنل روی خودش.

برای بدست آوردن معادلات روی هر پنل به دلیل مسطح بودن، یک دستگاه مختصات محلی تعریف می شود مطابق شکل زیر:



سرعت جریان آزاد برابر است با :

$$\Psi = U_{\infty}y - V_{\infty}x + \text{cost}$$

2

$$u = U_{\infty} = U \cos \alpha \quad \& \quad v = V_{\infty} = U \sin \alpha$$

سرعت چشمه برابر است با :

$$\varphi = \frac{Q}{2\pi} \ln r$$

3

سرعت گردابه برابر است با:

$$\psi = \frac{\Gamma}{2\pi} \ln r$$

4

برای یک نقطه ی دلخواه p سرعت القایی هر پنل را محاسبه کرده و سپس نقطه ی p به پنل مورد نظر نسبت داده می شود.

زاویه ی هر پنل با محور مختصات اصلی با θ_i نمایش داده می شود.

حال تاثیر پنل i ام در نقطه ی p مشخص می شود و سرعت ها در این نقطه محاسبه می شوند:

$$\varphi = \frac{Q}{2\pi} \ln(r) \xrightarrow{\text{چون توزیع پیوسته داریم پس}} \varphi_{spi} = \int_i^{i+1} \frac{\sigma_i}{2\pi} \ln(r_{pi}) d\xi_i$$

5

فاصله ی پنل i ام تا نقطه ی فرضی p به شکل زیر محاسبه می شود:

$$r_{pi} = \sqrt{(\xi_p - \xi_i)^2 + (\eta_p - \eta_i)^2} \xrightarrow{\eta_i=0} r_{pi} = \sqrt{(\xi_p - \xi_i)^2 + (\eta_p)^2}$$

6

در رابطه ی φ_{spi} قرار داده می شود:

$$\varphi_{spi} = \int_0^{L_i} \frac{\sigma_i}{4\pi} \ln((\xi_p - \xi_i)^2 + (\eta_p)^2) d\xi_i$$

7

$$\xrightarrow{\sigma_i=\text{cost}} \varphi_{spi} = \frac{\sigma_i}{4\pi} \int_0^{L_i} \ln((\xi_p - \xi_i)^2 + (\eta_p)^2) d\xi_i$$

$$\left. \begin{aligned} U_{\xi_{pi}} &= \frac{\partial \varphi_{s_{pi}}}{\partial \xi_p} \\ U_{\eta_{pi}} &= \frac{\partial \varphi_{s_{pi}}}{\partial \eta_p} \end{aligned} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{aligned} U_{\xi_{pi}} &= \frac{\sigma_i}{4\pi} \int_0^{L_i} \frac{2(\xi_p - \xi_i)}{(\xi_p - \xi_i)^2 + (\eta_p)^2} d\xi_i \\ U_{\eta_{pi}} &= \frac{\sigma_i}{4\pi} \int_0^{L_i} \frac{2(\eta_p)}{(\xi_p - \xi_i)^2 + (\eta_p)^2} d\xi_i \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{aligned} U_{\xi_{pi}} &= \frac{\sigma_i}{2\pi} [\ln(r_{pi})]_0^{L_i} \\ U_{\eta_{pi}} &= \frac{\sigma_i}{2\pi} [v_{pi}]_0^{L_i} \end{aligned} \right.$$

سرعت القای هر پنل در وسط خودش

نقطه p به وسط خود پنل انتقال داده می شود در نتیجه :

برای نقطه ی control point داریم : $(\xi_p, \eta_p) = (\frac{L_i}{2}, 0)$

بنابراین :

$$U_{\xi_{pi}} \left(\frac{L_i}{2} \right) = 0$$

10

$$U_{\eta_{pi}} = \frac{\sigma_i}{4\pi} [v_{pi}]_0^{L_i}$$

حال برای محاسبه ی $U_{\eta_{pi}}$ اگر از سمت بالا به وسط پنل نزدیک شد برابر $\frac{\sigma_i}{2}$ و اگر از پایین نزدیک شد برابر $-\frac{\sigma_i}{2}$ خواهد شد.

اول پنل i+1 آخر پنل i ام است پس می توان به جای $r_{pi}(L_i)$ از $r_{pi+1}(0)$ استفاده کرد و همچنین می توان به جای $v_{pi}(L_i)$ از $v_{pi+1}(0)$ استفاده کرد که دارای خطا می باشد ولی چون پنل ها کوچک فرض شده است، خطا بسیار کم خواهد بود.

و در آخر:

$$U_{\xi_{pi}} = \frac{\sigma_i}{2\pi} \left[\ln \left(\frac{r_{pi}(0)}{r_{pi+1}(0)} \right) \right]$$

11

$$U_{\eta_{pi}} = \frac{\sigma_i}{2\pi} [v_{pi+1}(0) - v_{pi}(0)]$$

حال برای جریان vortex:

$$\Psi = \frac{\Gamma}{2\pi} \ln(r) \Rightarrow \Psi_{pi} = \int_i^{i+1} \frac{\Gamma(r_{pi})}{2\pi} \ln(r_{pi}) d\xi_i$$

12

Commented [kp1]:

برای محاسبه ی r_{p_i} به این صورت نوشته می شود:

$$r_{p_i} = \sqrt{(\xi_p - \xi_i)^2 + (\eta_p - \eta_i)^2} \xrightarrow{\eta_i=0} r_{p_i} = \sqrt{(\xi_p - \xi_i)^2 + (\eta_p)^2} \quad 13$$

با جایگذاری r_{p_i} در Ψ و انجام مراحل :

$$\begin{cases} U_{\eta_{p_i}} = \frac{\Gamma}{2\pi} [\text{Ln}(r_{p_i})]_0^{L_i} \\ U_{\xi_{p_i}} = \frac{\Gamma}{2\pi} [v_{p_i}]_0^{L_i} \end{cases} \quad 14$$

و مانند چشمه می توان گفت:

$$\begin{cases} U_{\eta_{p_i}} = \frac{\Gamma}{2\pi} \left[\text{Ln} \left(\frac{r_{p_{i+1}}(0)}{r_{p_i}(0)} \right) \right] \\ U_{\xi_{p_i}} = \frac{\Gamma}{2\pi} [v_{p_{i+1}}(0) - v_{p_i}(0)] \end{cases} \quad 15$$

Commented [kp2]: 3 ام شخص

Commented [kp3R2]:

سرعتی که پنل در وسط خود القا می کند :

$$\begin{cases} U_{\eta_{pi}}(\frac{L_i}{2}, 0) = 0 \\ U_{\xi_{pi}}(\frac{L_i}{2}, 0) = \pm \frac{\Gamma}{2\pi} \end{cases} \quad 16$$

سرعت های به دست آمده در راستای ξ و راستای η هر پنل است باید آن ها را در راستای x و y اصلی به دست آورده شود سپس با هم جمع شوند :

$$\begin{cases} U_{spi} = U_{s\xi_{pi}} \cos(\theta_i) - U_{s\eta_{pi}} \sin(\theta_i) \\ V_{spi} = U_{s\xi_{pi}} \sin(\theta_i) + U_{s\eta_{pi}} \cos(\theta_i) \\ U_{v_{pi}} = U_{v\xi_{pi}} \cos(\theta_i) - U_{v\eta_{pi}} \sin(\theta_i) \\ V_{v_{pi}} = U_{v\xi_{pi}} \sin(\theta_i) + U_{v\eta_{pi}} \cos(\theta_i) \end{cases} \quad 17$$

حال نقطه ی p به وسط پنل j ام انتقال داده می شود در نتیجه :

$$\begin{cases} U_{sii} = U_{s\xi_{ij}} \cos(\theta_i) - U_{s\eta_{ij}} \sin(\theta_i) \\ V_{sii} = U_{s\xi_{ij}} \sin(\theta_i) + U_{s\eta_{ij}} \cos(\theta_i) \\ U_{v_{ii}} = U_{v\xi_{ij}} \cos(\theta_i) - U_{v\eta_{ij}} \sin(\theta_i) \\ V_{v_{ii}} = U_{v\xi_{ij}} \sin(\theta_i) + U_{v\eta_{ij}} \cos(\theta_i) \end{cases} \quad 18$$

برای control point هر پنل می توان نوشت :

$$V_i = \left[U_{\infty} + \sum_{i=1}^N U_{s_{ij}} + \sum_{i=1}^N U_{v_{ij}} \right] \hat{i} + \left[V_{\infty} + \sum_{i=1}^N V_{s_{ij}} + \sum_{i=1}^N V_{v_{ij}} \right] \hat{j} \quad 19$$

بردار عمود و مماس بر هر پنل در دستگاه مختصات اصلی به صورت زیر می باشد :

$$\begin{cases} n_i = -\sin(\theta_i)\hat{i} + \cos(\theta_i)\hat{j} \\ t_i = \cos(\theta_i)\hat{i} + \sin(\theta_i)\hat{j} \end{cases} \quad 20$$

براساس آنچه که قبلا بیان شد دارای $N+1$ مجهول وجود دارد که برای به دست آوردن آن ها باید $N+1$ معادله ساخته شود که N معادله آن از رابطه ی زیر به دست می آید :

از آنجایی که بدنه خود یک Stream line است، سرعت عمود بر آن صفر است پس :

$$V_i \cdot n_i = 0$$

$$\rightarrow \left[U_\infty + \sum_{i=1}^N U_{s_{ij}} + \sum_{i=1}^N U_{v_{ij}} \right] (-\sin(\theta_i))\hat{i} + \left[V_\infty + \sum_{i=1}^N V_{s_{ij}} + \sum_{i=1}^N V_{v_{ij}} \right] (\cos(\theta_i))\hat{j} = 0 \quad 21$$

چون N پنل وجود دارد پس N معادله به شکل بالا به دست می آید که پس از ساده سازی می توان به شکل زیر نشان داد :

$$\sum_{i=1}^N A_{i,j} \sigma_i + A_{i,N+1} \Gamma = b_i \quad 22$$

معادله ی $N+1$ ام از شرط Kutta به دست می آید. یکی از پیامدهای شرط کاتانه این است که سرعت مماسی در نزدیکی لبه فرار (TE) در دو طرف ایرفویل با هم برابر است :

$$U_1 \cos(\theta_1) + V_1 \sin(\theta_1) = -U_N \cos(\theta_N) - V_N \sin(\theta_N) \quad 23$$

که با ساده سازی و جایگذاری به شکل زیر در می آید :

$$\sum_{i=1}^N A_{N+1,i} \sigma_i + A_{N+1,N+1} \Gamma = b_{N+1} \quad 24$$

حال با اضافه کردن این معادله به N معادله ی قبلی ماتریس زیر به وجود می آید :

$$\begin{bmatrix} A_{11} & \cdots & A_{1,N+1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{N+1,1} & \cdots & A_{N+1,N+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \vdots \\ \Gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_{N+1} \end{bmatrix} \quad 25$$

با حل دستگاه بالا $\sigma_1, \dots, \sigma_N, \Gamma$ به دست می آید.

نیروی لیفت از 2 حالت بدست می آید:

(1) شرط کاته

(2) انتگرال گیری فشار بر روی سطح

حال می توان C_p , Lift, C_l را از روابط زیر به دست آورد :

$$C_p = 1 - \frac{V^2}{U_\infty^2}$$

$$L = \rho U_\infty \Gamma$$

$$C_l = \frac{2\Gamma}{U_\infty c}$$

26

نمودارها و تحلیل نتایج

در زیر نتایج به دست آمده به صورت نمودار ارائه شده است که توضیح هر کدام در زیر آن آمده است:

- NACA 0012
- Re = 6e6
- M=0.2

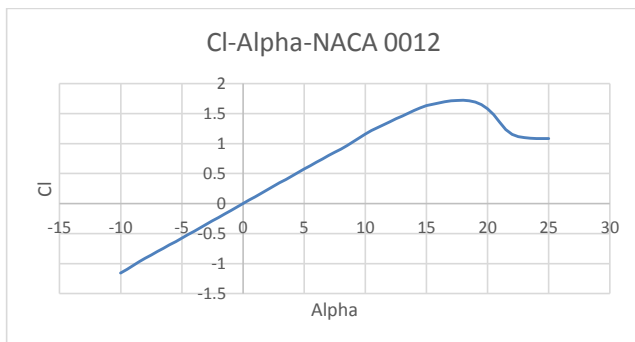


Figure 1- C_l vs. Alpha

نمودار ضریب نیروی برآ بر حسب تغییرات آلفا برای NACA 0012 رسم شده است. این ایرفول متقارن است و همانطور که در نمودار نیز مشهود است در زاویه حمله 0 درجه دارای ضریب نیروی برآ صفر است. نمودار به صورت خطی ادامه پیدا میکند و طبق نمودار در زاویه حمله نزدیک به 18 درجه استال رخ می دهد و پس از آن C_l کاهش میابد. تحلیل اینکه این استال شدید رخ میدهد و یا استال آرامی خواهد داشت به کمک این نمودار نتیجه مطلوبی به دست نمی دهد چراکه این نمودار به کمک نرم افزار Xfoil رسم شده است که نمیتواند نیروهای لزج را پیش بینی کند و یا دست کم این کار را با خطا انجام می دهد.

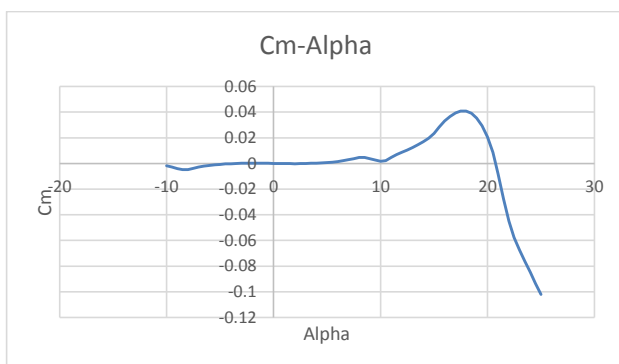


Figure 2- C_m vs. α

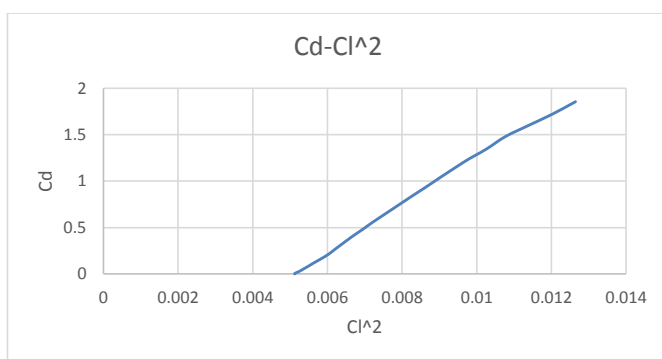


Figure 3- C_d vs. C_l^2

- NACA 23012
- $Re = 5e6$
- $M=0.2$

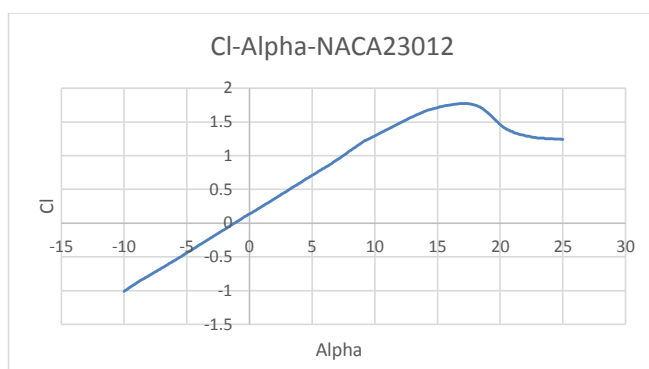


Figure 4- C_l vs. α

نمودار ضریب نیروی برآ بر حسب زاویه حمله برای ایرفویل پنج رقمی NACA 23012 رسم شده است. این ایرفویل متقارن نیست و لذا در زاویه حمله صفر درجه هم دارای ضریب C_l مثبت است. نمودار این بالواره به صورت خطی ادامه می یابد تا اینکه در زاویه حمله نزدیک به 16 درجه وارد مرحله استال می شود.

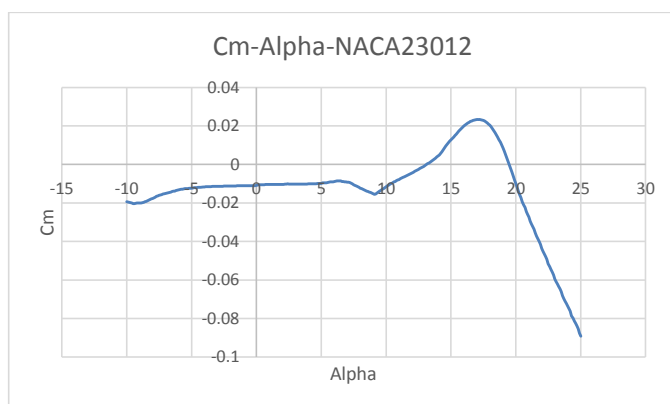


Figure 5- C_m vs. α

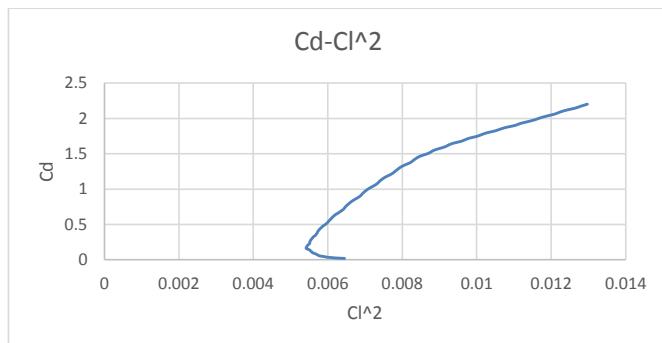


Figure 6- C_d vs. C_l^2

- NACA 4412
- $Re = 5e6$
- $M=0.2$

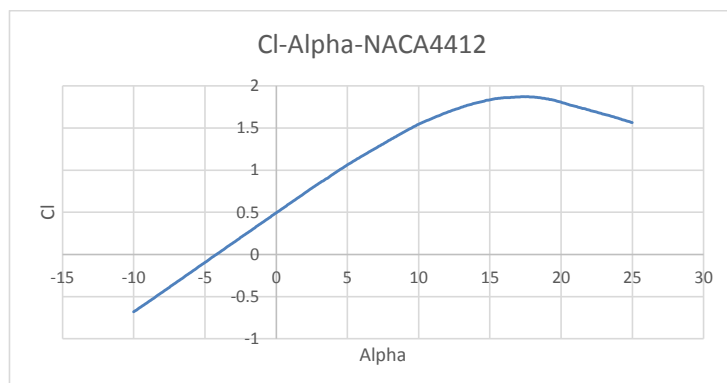


Figure 7- C_l vs. α

نمودار ضریب نیروی برآ بر حسب زاویه حمله برای ایرفویل چهار رقمی و نامتقارن NACA 4412 مطابق شکل است. به دلیل عدم تقارن این بالواره در زاویه حمله صفر دارای C_l مثبت است و استال این بالواره هم در زاویه نزدیک به 17 درجه رخ می دهد.

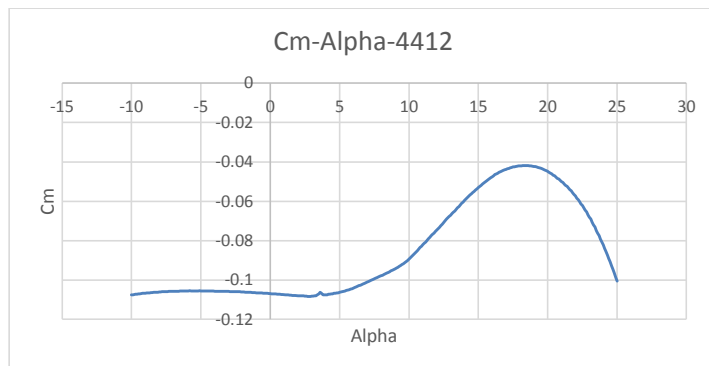


Figure 8- C_m vs. α

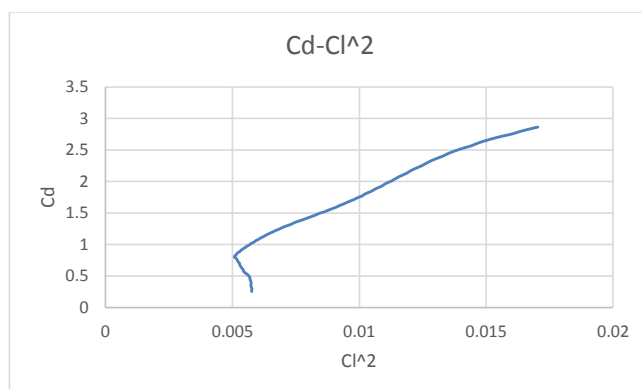


Figure 9- C_d vs. C_l^2

- Selig 1223
- Re=1e6
- M=0.2

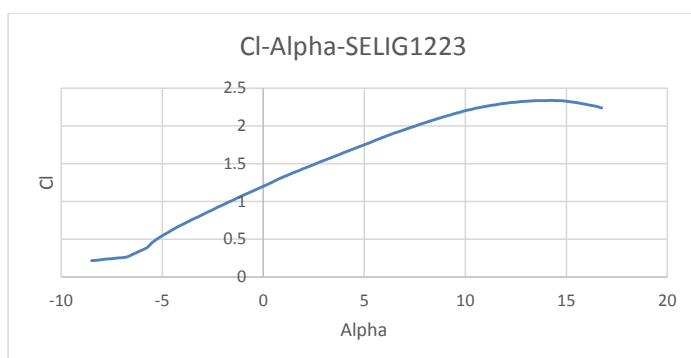


Figure 10- C_l vs. α

نمودار ضریب نیروی برآ بر حسب زاویه حمله برای ایرفویل نامتقارن Selig 1223 مطابق شکل 10 است. به دلیل عدم تقارن این بالواره در زاویه حمله صفر دارای C_l مثبت است و استال این بالواره نیز در زاویه نزدیک به 14° درجه رخ می دهد.

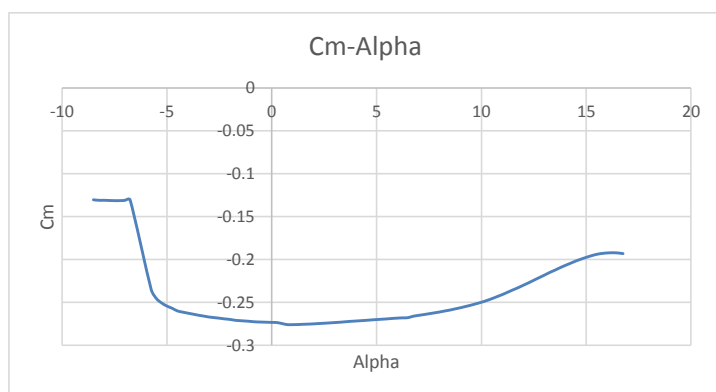


Figure 11- C_m vs. α

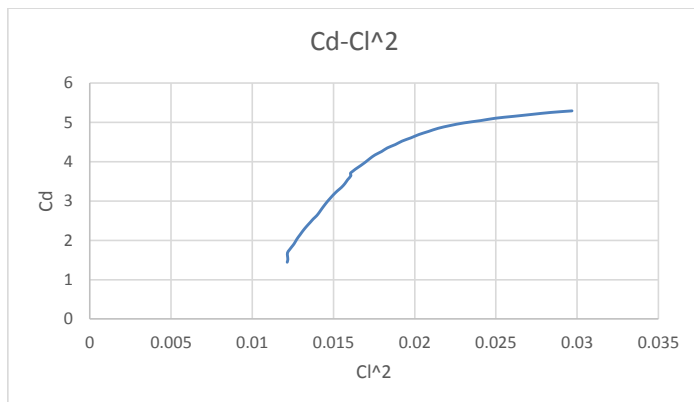


Figure 12- C_d vs. C_l^2

- C_l -Alpha \rightarrow Methods Comparison

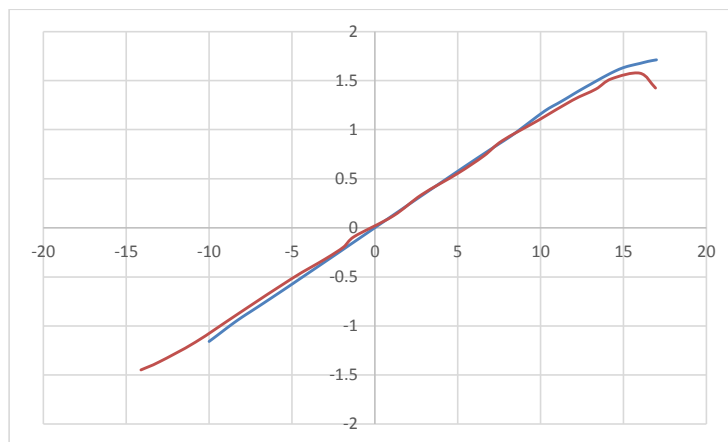


Figure 13- C_l vs. Alpha Comparison

نمودار C_l بر حسب زاویه حمله برای بالواره NACA 0012 به کمک دو روش مطابق شکل رسم شده است. دیتای به دست آمده از نرم افزار Xfoil دقت کمتری نسبت به بقیه دارد و با توجه به اینکه این نرم افزار ابتدایی است و نمی تواند نیروها و تاثیرات ویسکوز را مدل سازی کند، همانطور هم که از شکل مشخص است نتوانسته است که از زاویه استال و فرایند آن پیش بینی درستی داشته باشد. این روش برای C_l حدی در نظر نمی گیرد ولی روش تجربی برای C_l مقدار بیشینه ای را تخمین زده است که با داده های به دست آمده در آزمایشگاه های ناسا که گزارش های آن به پیوست قرار میگیرد، مطابقت دارد. ماکزیمم ضریب نیروی برآ برای این بالواره طبق شکل در حدود 1.4 است؛ همچنین بر اساس همان داده های ضمیمه، ایرفویل NACA 0012 در زاویه حمله نزدیک به

15 درجه استال میکند که با نتایج از روش نرم افزار Xfoil مطابقت دارد. نکته دیگر این است که برای این ایرفویل از هر دو روش نمودار تا قبل از رسیدن به زاویه حمله استال نمودار خطی به دست آمده است و در زاویه حمله صفر درجه هم می توان دید که ضریب C_l صفر است.

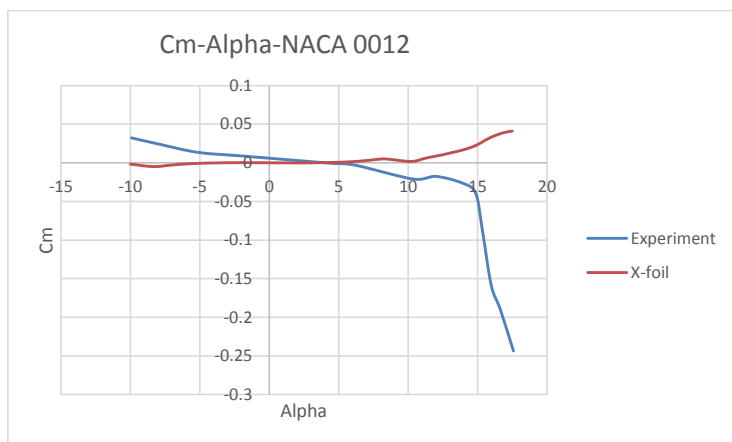


Figure14- C_m vs. Alpha Comparison

نتیجه گیری

برای نمودار $Cd-C_l^2$ رسم شده برای تک تک بالواره ها یک نتیجه گیری کلی می توان داشت که نمودار حاصل یک خط راست است و مقدار ضریب نیروی پسا با افزایش توان دو ضریب نیروی برآ افزایش می یابد.

برای یک جمع بندی کوتاه نمودار زیر ارائه می شود:

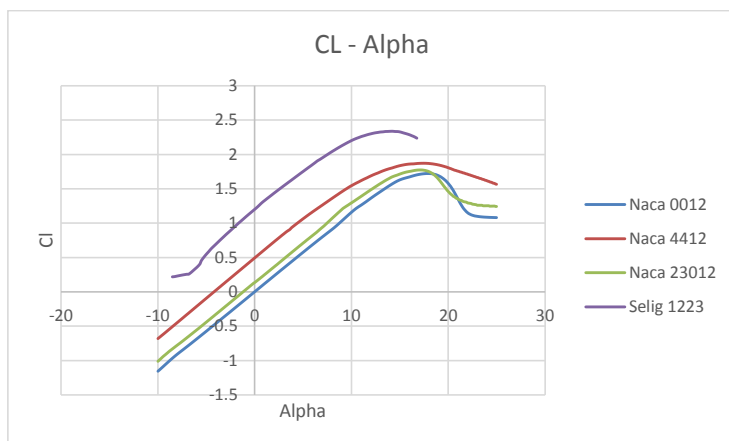


Figure 15- C_L vs. Alpha- All in One

نمودار فوق داده های مربوط به چهار ایرفویل مختلف را بر اساس داده های نرم افزار Xfoil نشان می دهد. همانطور که در شکل نشان داده شده است، دو بالواره NACA 0012 و NACA 23012 دارای ماکزیمم C_L تقریباً یکسان هستند و این ماکزیمم C_L برای NACA 4412 بیشتر و برای بالواره Selig 1223 از NACA 4412 نیز بیشتر است. در زاویه حمله صفر NACA 0012 دارای C_L صفر است و بعد از آن به ترتیب NACA 23012 و NACA 4412 و Selig 1223 دارای C_L مثبت هستند. نکته ای که به وضوح در نمودارها قابل مشاهده است زاویه استال است که برای سه بالواره از خانواده NACA تقریباً در حدود 15-16 درجه است ولی استال بالواره Selig 1223 زودتر از آنها اتفاق می افتد. به عنوان یک مقایسه کلی میتوان گفت که از نظر C_L بیشینه Selig فاصله زیادی با سه ایرفویل دیگر دارد اما زودتر استال می کند و با توجه کاربرد از هر کدام می توان استفاده کرد. برای کاربردهای کلی با توجه به داده ها به نظر می رسد که بالواره NACA 4412 بالواره متعادلی هم به لحاظ زاویه استال و هم به لحاظ C_L ماکزیمم می باشد.

همچنین نمودار فوق نشان می دهد که روند کاهش C_L برای ایرفویل NACA 4412 پس از استال نسبت به سایر ایرفویل ها آرام تر بوده است و این پدیده ای مطلوب از نظر ویژگی های آیرودینامیکی پرنده می باشد.

پیوست:

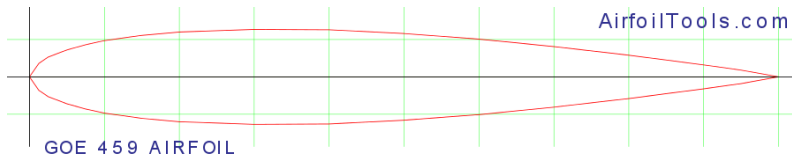


Figure 16 NACA0012

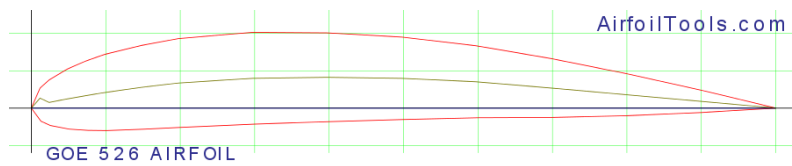


Figure 17 NACA 4412

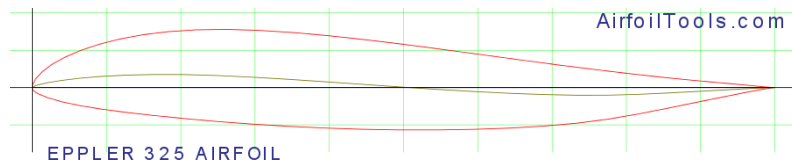


Figure 18 NACA 23012

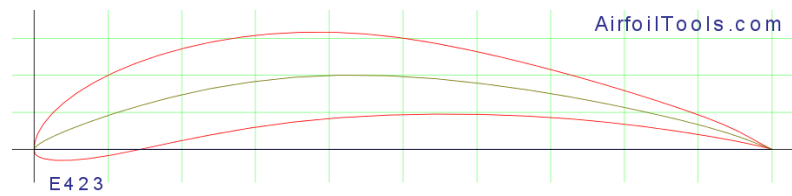


Figure 19 Selig 1223

منابع:

- [1] Richard L.Fearn, Airfoil Aerodynamics using Panel methods, The Mathematica Journal 10:4 , Wolfram Media ,2008.
- [2] Larry L. Erickson ,Ames Research Center and Moffett Field, California , NASA Technical Paper 2995, , “Panel Methods—An Introduction” ,1995.
- [3] Patrick R. Hammer, low reynolds number aerodynamic flows , University of Dayton ,Dayton, OH , August 2011.
- [4] Prof. S. Tavoularis, The Vortex Panel Method, MCG 434.
- [5] Anderson,John p. ,Modern Compressible Flow, 2nd Ed. ,Mc GrawHill, New York,1990.
- [6] Katz , J And Plotkin , A. , Low Speed Aerodynamics From Wing Theory to Panel Method, Mc GrawHill, New York,1991.
- [7] www.airfoiltools.com