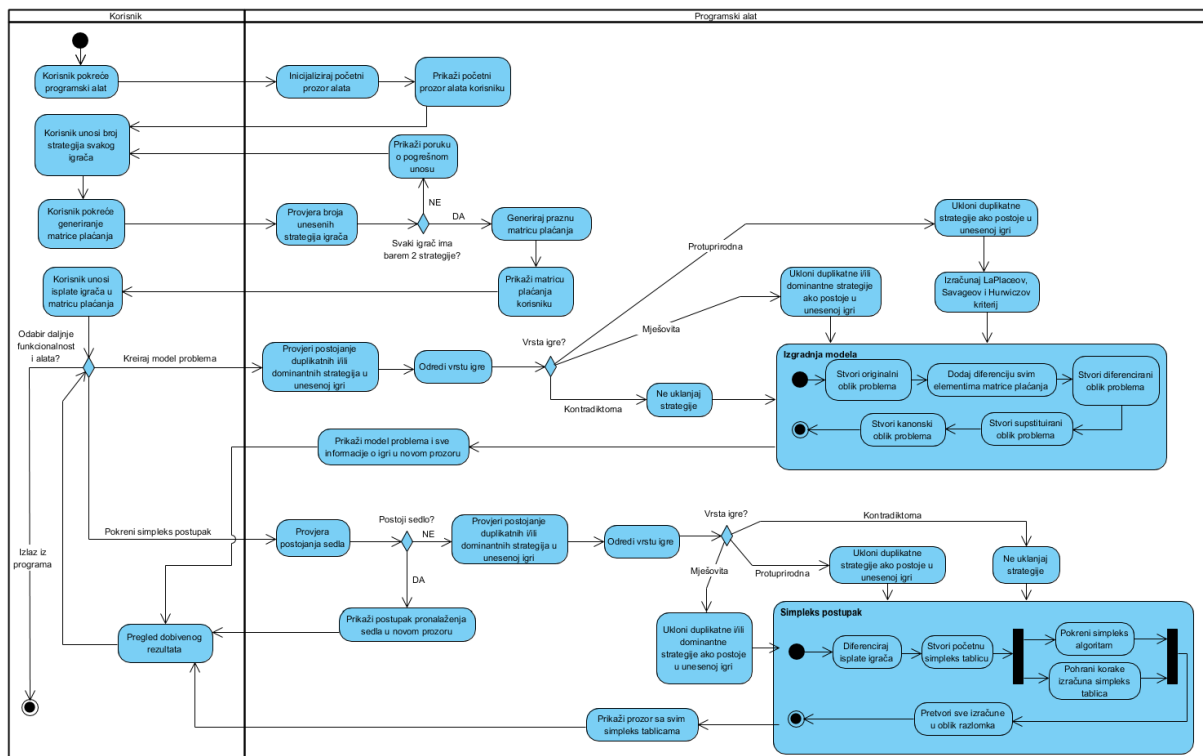


1. Programski alat za rešavanje problema

U ovom poglavlju rada prikazat će se izrađeni programski alat za rješavanje problema teorije igara pomoću simpleks algoritma. Za opisivanje samog funkcioniranja alata i njegove interakcije s korisnikom koristi se dijagram aktivnosti. Upotrebom takve vrste dinamičkog dijagrama opisano je unutarnje ponašanje izrađenog alata kroz aktivnosti i prijelaze između mogućih stanja alata. Na sljedećoj slici prikazan je dijagram aktivnosti izrađenog programskog alata.



Slika 1. Dijagram aktivnosti izrađenog programskog alata (izvor: vlastita izrada autora)

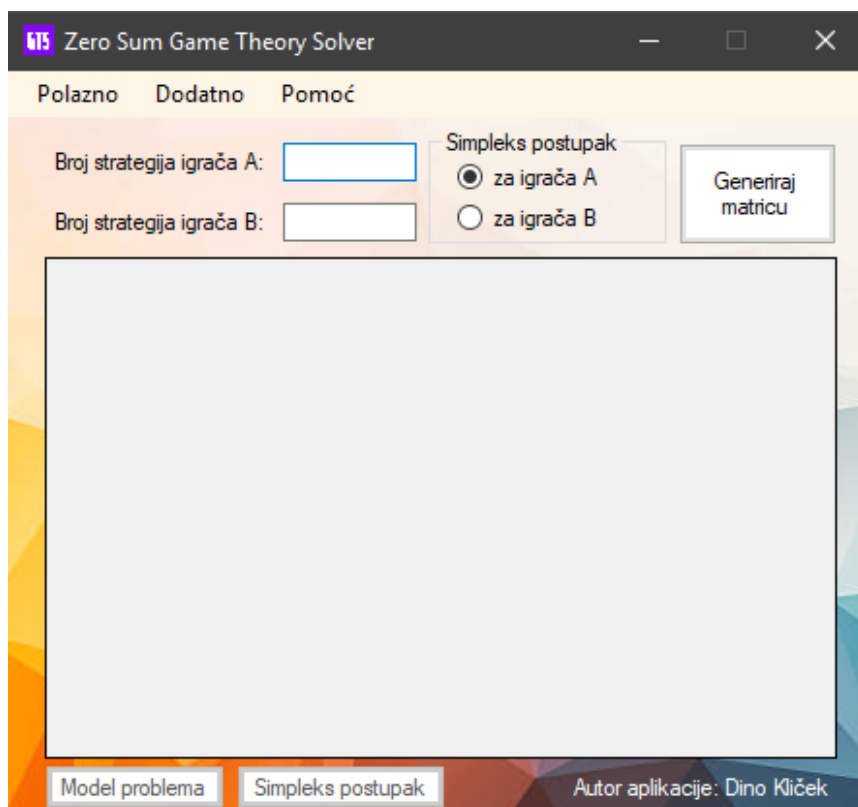
Dijagram aktivnosti na slici 3. prikazuje interakciju korisnika s alatom, a ujedno i sam radni tok alata preko aktivnosti. Prema dijagramu alat nakon pokretanja prikazuje početni prozor u kojem korisnik unosi broj strategija svakog igrača, a temeljem kojih alat generira matricu plaćanja ukoliko svaki od igrača ima na raspolaganju barem dvije strategije. Nadalje korisnik unosi isplate igrača u matricu plaćanja. Vrijednosti isplata igrača ograničene su samo na domenu cijelih brojeva. Programski alat zatim nudi dvije glavne funkcionalnosti, a to su kreiranje modela unesenog problema i njegovo rješavanje simpleks algoritmom. Korisnik prema želji odabire jednu od prethodno spomenutih funkcionalnosti. Ukoliko odabere kreiranje modela problema, programski alat prvo provjerava postojanje duplikatnih i/ili dominantnih strategija kako bi odredio vrstu igre. Ova provjera radi se kako bi se odredila vrsta igre jer uklanjanjem duplikatnih i dominantnih strategija mijenja se početni rang igre ili preostanu sve

isplate s istim predznakom. Važno je u suštini znati o kakvoj je igri riječ radi narednog postupka. Ukoliko se radi o kontradiktornoj igri tada ona kao takva nema previše smisla i zna se pobjednik igre. Stoga se kod nje ne uklanjaju nikakve strategije već se radi sa onakvim problemom kakav je i unesen. Kod preostalih vrsta kao kod protuprirodnih igara uklanjaju se samo prethodno prepoznate duplikatne strategije. Kod takvih igara odmah se izračunavaju objašnjeni Laplaceov, Savageov i Hurwiczov kriteriji prema koji korisniku daju optimalne strategije s aspekta teorije odlučivanja. Na kraju, kod mješovitih igara uklanjaju se i duplikatne i dominantne strategije prije izgradnje samog modela problema. Izgradnja modela je u dijagramu aktivnosti prikazana kao aktivnost koja se sastoji od nekoliko podaktivnosti. Prva od njih je stvaranje originalnog oblika problema, a koji se nadalje transformira u diferencirani oblik problema radi prethodno dodane diferencije svim isplatama igrača u matrici plaćanja. Nakon toga slijedi stvaranje supstituiranog i u konačnici kanonskog oblika problema. Na taj način kreirani su svi oblici problema koji se prikazuju korisniku u novom prozoru zajedno sa dodatnim informacijama poput uklonjene strategije, izračunati kriteriji i slično.

Druga važna funkcionalnost je rješavanje problema simpleks algoritmom. Odabirom te opcije, prema dijagramu aktivnosti, programski alat prvo provjerava postojanje sedla unesene igre. Ukoliko sedlo postoji tada se korisniku otvara novi prozor u kojem mu se objašnjava postupak pronalaženja sedla kao i sam rezultat igre. Ne postojanje sedla uzrokuje isti postupak određivanja vrste igre i uklanjanja strategija kao i kod izgradnje modela. Dakle, svaka vrsta igre nosi za sobom neke specifičnosti na koje je potrebno obratiti pozornost prije simpleks algoritma. Simpleks postupak sačinjen je također od nekoliko podaktivnosti. Prvo se dodaje diferencija svim isplatama za osiguranje pozitivnosti svih ćelija u kreiranoj početnoj simpleks tablici. Kada se kreira početna tablica pokreće se simpleks algoritam koji traži optimalno rješenje problema. Usporedno se pohranjuje se svaki korak izračuna simpleks algoritma. Nakon što simpleks algoritam završi, svi decimalni brojevi u dobivenim tablicama iteracije kao i koracima izračuna pretvaraju se u razlomak. Tek tada se korisniku prikazuje upotreba simpleks algoritma za dobivanje optimalne mješavine strategija svakog igrača. Programski alat izrađen je tako da korisnik može birati jednu od prethodne dvije objašnjene funkcionalnosti koje su međusobno neovisne. Tako može samo dobiti modele problema njegovim svođenjem na linearno programiranje ili dobiti optimalno rješenje pomoću simpleks algoritma ili oboje. Iz razloga dobivanja takve fleksibilnosti alata u dijagramu aktivnosti pojedine aktivnosti se ponavljaju. Programski alat također omogućava promjenu isplate dobitaka i rješavanje nove igre u bilo kojem trenutku bez potrebe za gašenjem i ponovnim aktiviranjem alata. Sve prethodno opisano preko dijagrama aktivnosti praktično je na zadacima prikazano u sljedećim potpoglavljima.

1.1. Generiranje matrice plaćanja i unos isplata igrača

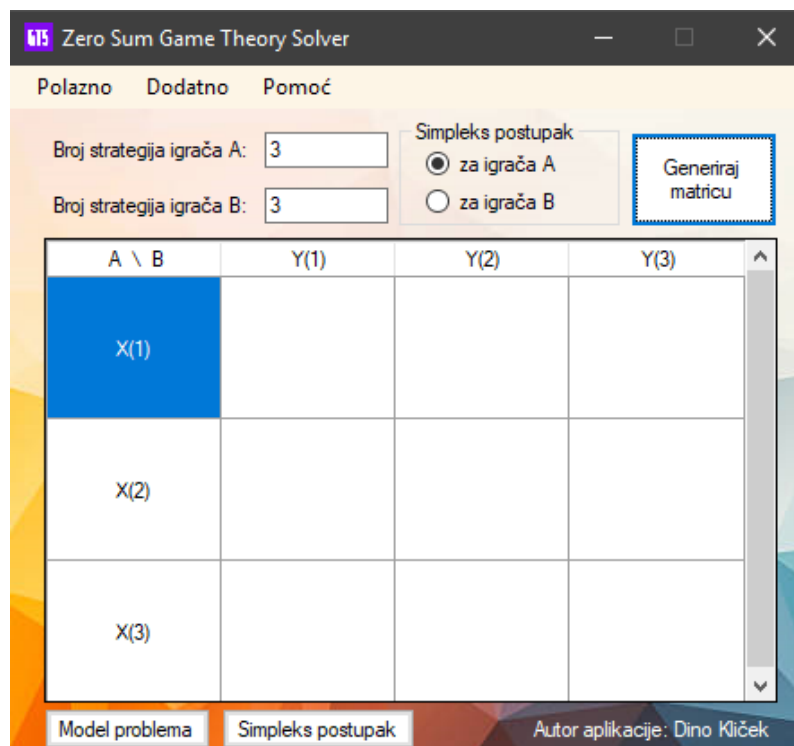
Pokretanjem programskog alata korisniku se otvara početni prozor prikazan na slici 4. Taj prozor sastoji se od dva polja za unos broja strategija igrača A i igrača B. Desno od tih polja za unos omogućeno je biranje igrača za kojeg korisnik želi sprovesti simpleks postupak. Naravno, neovisno o odabranom igraču vrijednost igre i njihove optimalne strategije bit će iste, no alat time pruža korisniku uvid u različito svođenje igre i njezino rješavanje za svakog igrača.



Slika 2. Početni prozor alata

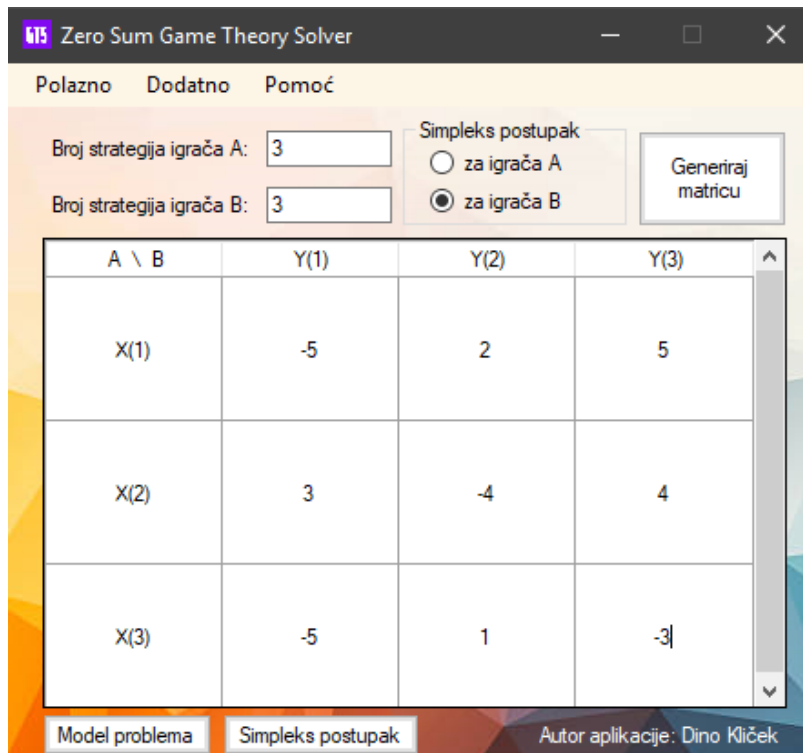
Početni prozor prema slici 4. sadrži također tri gumba. Prvi gumb „Generiraj matricu“ omogućava kreiranje prazne matrice plaćanja željenog ranga korisnika unutar sivog pravokutnika. Zatim u donjem dijelu početnog prozora postoje dva gumba. Gumb „Model problema“ služi za stvaranje modela unesenog problema, dok gumb „Simpleks postupak“ vodi korisnika do prikaza rješenja problema dobivenog pomoću simpleks algoritma. Svaki od ta dva gumba pokreće novi prozor aplikacije u kojemu se prikazuju rezultati pojedine funkcionalnosti.

Unosom broja strategija svakog igrača zapravo se određuje rang matrice plaćanja. Nakon unosa tih brojeva i pritiskom na gumb „Generiraj matricu“ kreira se nova prazna matrica plaćanja. Kako bi se provjerio ispravnost rada alata koristit će se opisani problem i definirana matrica plaćanja (38). Prema toj matrici plaćanja svaki igrač na raspolaganju ima tri strategije. Dakle, u programski alata unosi se broj 3 u prazna polja strategija igrača i pritiskom na gumb „Generiraj matricu“ dobiva se matrica plaćanja prikazana na slici 5.



Slika 3. Generiranje matrice ranga 3x3

Nakon generiranja matrice plaćanja omogućava se unos isplata igrača. Sljedeća slika prikazuje spremnu matricu plaćanja za pokretanje daljnjih funkcionalnosti alata.

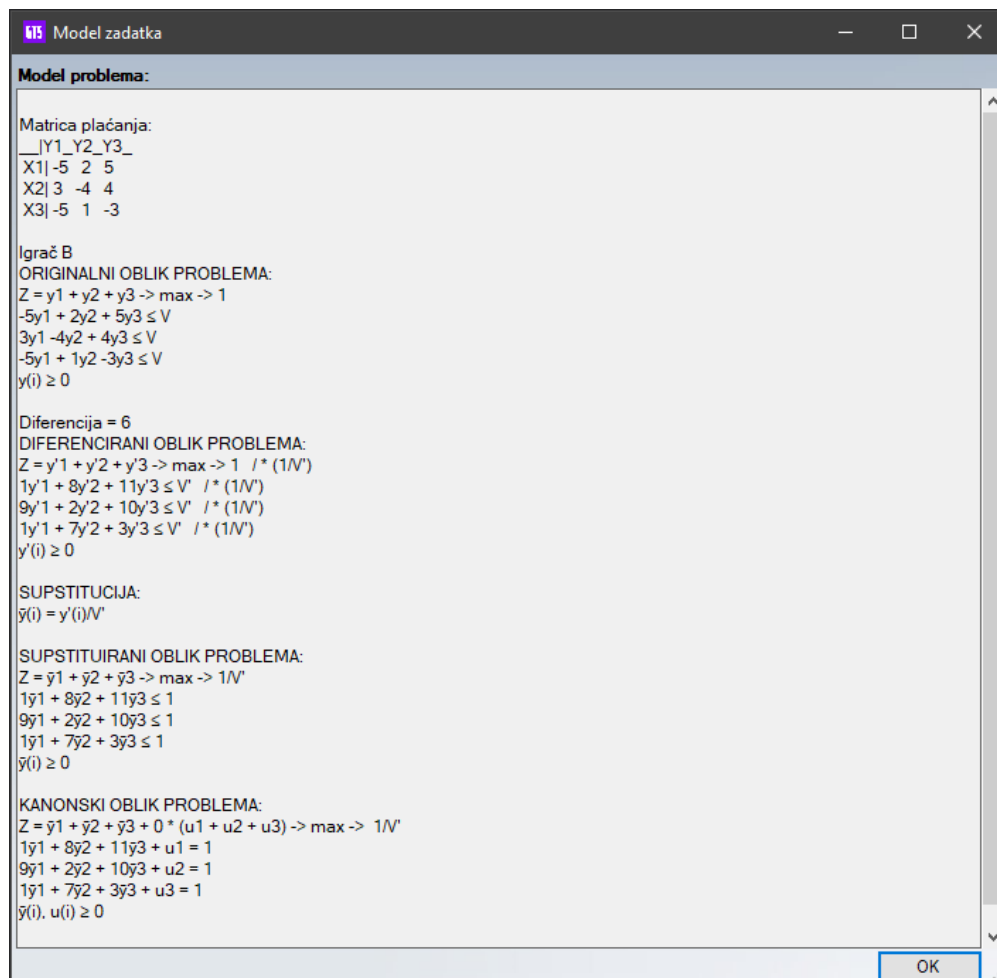


Slika 4. Upisane isplate igrača u matricu plaćanja

U nastavku slijedi opis i prikaz izrade modela unesene matrice plaćanja kao i njezino rješavanje uz pomoć programskog alata.

1.2. Izrada modela problema uz pomoć programskog alata

Prilikom svođenja matrične igre, odnosno matrice plaćanja na linearni problem programski alat radi sljedeće. Prvo napiše igru u njenom originalnom obliku. Zatim zbog nepostojanja ograničenja varijable V dodaje diferenciju čime originalni oblik prelazi u diferencirani oblik problema. Sve nejednadžbe diferenciranog oblika množi s $\frac{1}{V}$ kako bi se dobio broj na desnoj strani nejednadžbi. Za pojednostavljenje oblika dobivenim takvim množenjem uvodi se supstitucija kojom se dobiva supstituirani oblik problema. Na kraju, stvara kanonski oblik problema radi dobivanja početnog bazičnog rješenja, odnosno mogućnosti rješavanja problema pomoću simpleks algoritma. Slika 7. prikazuje cjelokupni pisani postupak koji alat generira prilikom izrade modela zadane matrice plaćanja.



Slika 5. Generirani model zadanog problema u alatu

Uspoređujući respektivno generirane oblike problema alata na slici 7. s napisanim relacijama (39), (40), (41) i (42) može se vidjeti da izrađeni programski alat radi dobro i bez pogreške. U ovom prozoru, kako će biti kasnije prikazano, mogu se pojaviti i neke dodatne informacije poput vrste igre, oznaka obrisanih strategija, izračunatih kriterija teorije odlučivanja i slično.

1.3. Prikaz rješenja problema uz pomoć programskog alata

Korisnik na početnom prozoru, kako je prikazano na slici 6., može odmah odabrati pokretanje simpleks postupka za unesenu matricu plaćanja bez da prije stvori modele problema. Pritiskom na gumb „Simpleks postupak“ programski alat prvo provjerava postojanje sedla. Kako matrica plaćanja (38) ne sadrži sedlo, odnosno kako se radi o miješanoj igri tako programski alat tu igru rješava simpleks algoritmom kroz nekoliko iteracija kako je prikazano na slici 8.

Simpleks postupak problema

Simpleks tablice iteracija:

Q	Var	Kol	y1	y2	y3	u1	u2	u3	Kontrola	Rezultat
0	u1	1	1	8	11	1	0	0	22	
0	u2	1	9	2	10	0	1	0	23	
0	u3	1	1	7	3	0	0	1	13	
	Z-Q	0	-1	-1	-1	0	0	0	-3	
0	u1	1	1	8	11	1	0	0	22	1/11
0	u2	1	9	2	10	0	1	0	23	1/10
0	u3	1	1	7	3	0	0	1	13	1/3
	Z-Q	0	-1	-1	-1	0	0	0	-3	
Tablica 1. iteracije										
1	y3	1/11	1/11	8/11	1	1/11	0	0	2	
0	u2	1/11	89/11	-58/11	0	-10/11	1	0	3	
0	u3	8/11	8/11	53/11	0	-3/11	0	1	7	
	Z-Q	1/11	-10/11	-3/11	0	1/11	0	0	-1	
1	y3	1/11	1/11	8/11	1	1/11	0	0	2	1
0	u2	1/11	89/11	-58/11	0	-10/11	1	0	3	1/89
0	u3	8/11	8/11	53/11	0	-3/11	0	1	7	1
	Z-Q	1/11	-10/11	-3/11	0	1/11	0	0	-1	
Tablica 2. iteracije										
1	y3	8/89	0	70/89	1	9/89	-1/89	0	116/89	
1	y1	1/89	1	-58/89	0	-10/89	11/89	0	33/89	
0	u3	64/89	0	127/24	0	-17/89	-8/89	1	175/26	
	Z-Q	9/89	0	-77/89	0	-1/89	10/89	0	-59/89	
1	y3	8/89	0	70/89	1	9/89	-1/89	0	116/89	4/35
1	y1	1/89	1	-58/89	0	-10/89	11/89	0	33/89	
0	u3	64/89	0	127/24	0	-17/89	-8/89	1	175/26	25/184
	Z-Q	9/89	0	-77/89	0	-1/89	10/89	0	-59/89	
Tablica 3. iteracije										
1	y2	4/35	0	1	89/70	9/70	-1/70	0	5/2	
1	y1	3/35	1	0	29/35	-1/35	4/35	0	2	
0	u3	4/35	0	0	-323/48	-61/70	-1/70	1	-13/2	
	Z-Q	1/5	0	0	11/10	1/10	1/10	0	3/2	

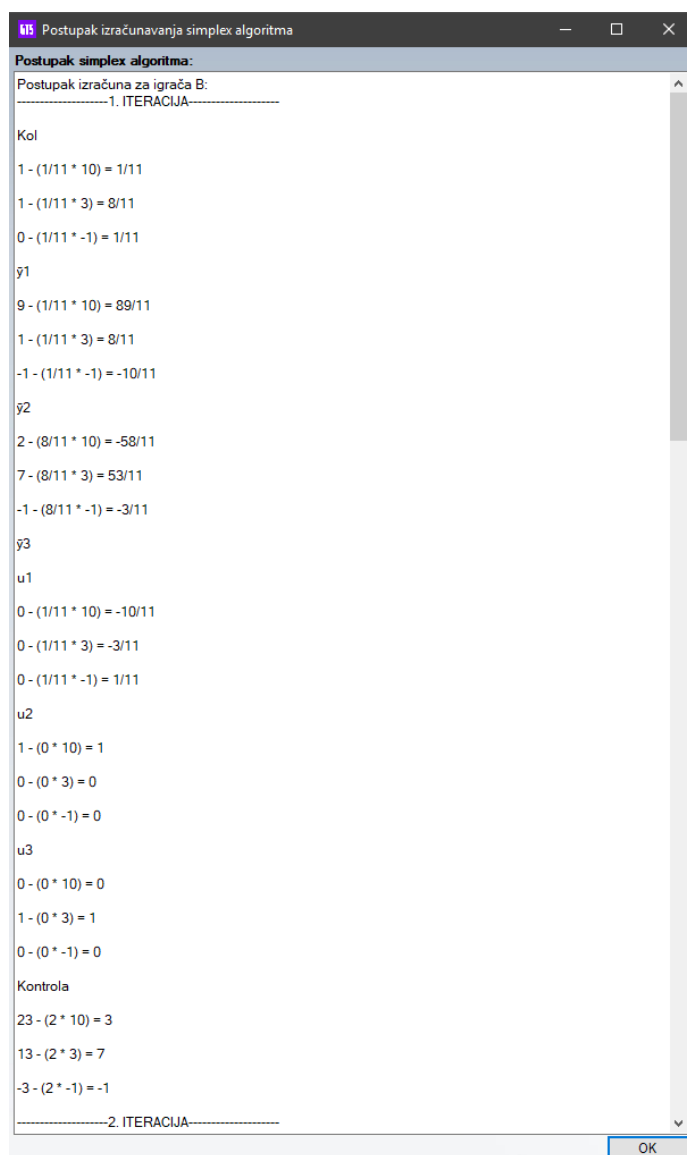
Rješenje zadatka:
Vrijednost zadane igre: -1
Vjerojatnosti igranja strategija pojedinog igrača:
Igrač A: X1 = 50%, X2 = 50%, X3 = 0%
Igrač B: Y1 = 42,86%, Y2 = 57,14%, Y3 = 0%

Prikaz izračuna

OK

Slika 6. Prikaz simpleks tablica i rješenja dobivenog simpleks algoritmom

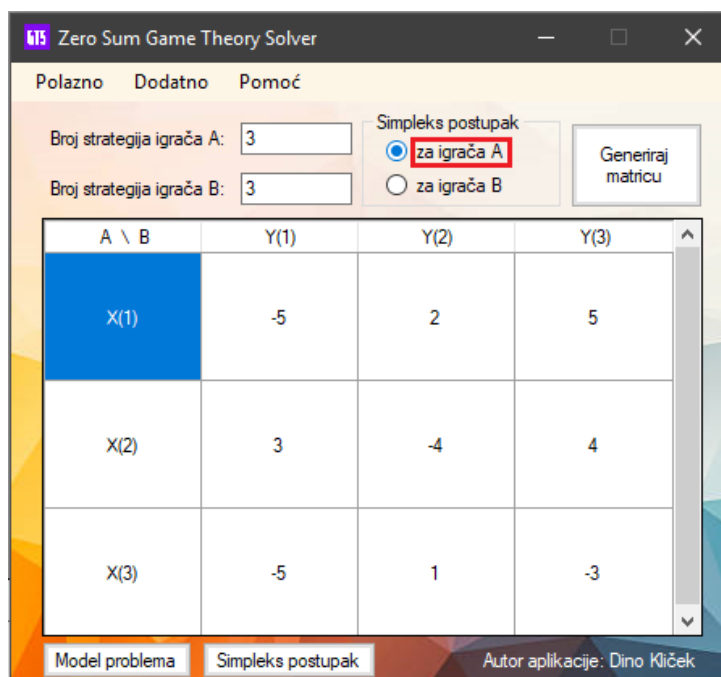
Na slici 8. prikazan je prozor alata koji opisuje primjenu simpleks algoritma i potrebne njegove tri iteracije za pronalazak optimalnog rješenja problema. Ispod svih tablica iteracija nalazi se rješenje zadatka koje govori o konačnoj vrijednosti igre i određuje optimalnu mješavine strategija svakog igrača. Usporedbom dobivenog rješenja preko programskog alata i onog dobivenog ručnog, vidi se da razlike ne postoje. Dakle, izrađeni alat i ovom funkcionalnošću služi dobro vlastitoj svrsi, a ujedno korisniku detaljno prezentira simpleks algoritam kroz svaku njegovu iteraciju. U svakoj tablici iteracije zelenom bojom označeni su vodeći stupci i vodeći redci, dok su crvenom označeni stožerni elementi. Ovaj prozor alata ujedno sadrži u donjem desnom dijelu gumb „Prikaz izračuna“ čijim pritiskom se dobiva novi prozor prikazan na slici 9.



Slika 7. Prikaz izračuna prve simpleks iteracije

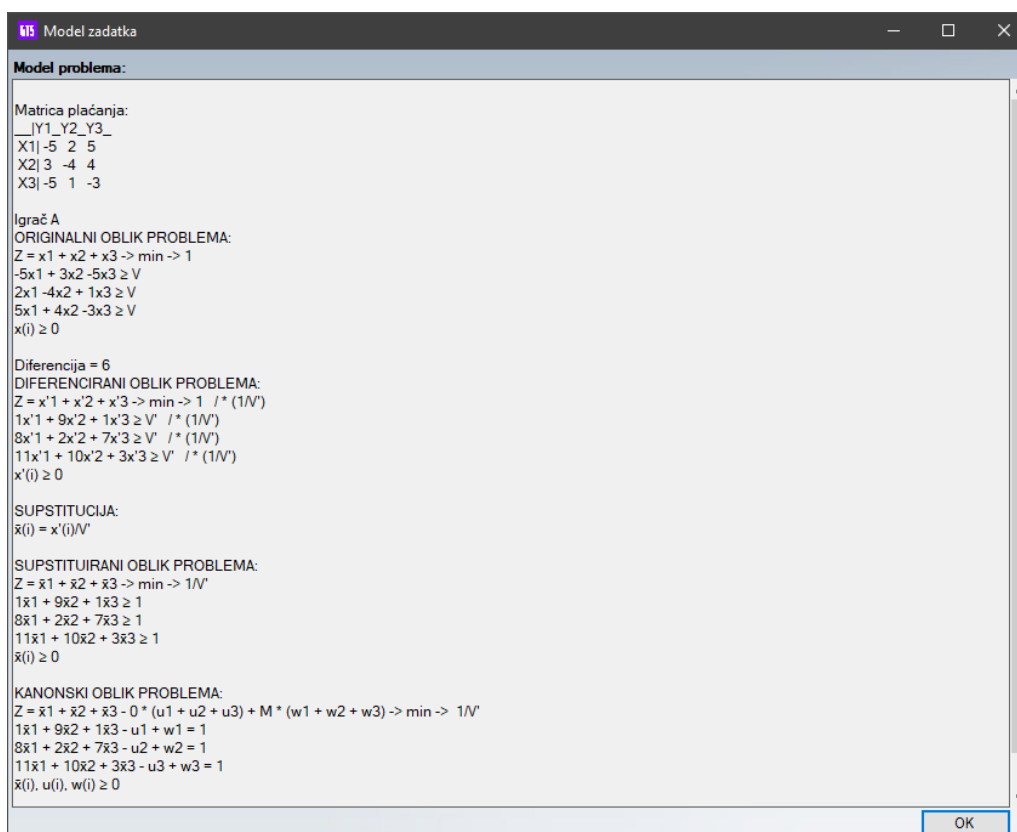
Prikazanim izračunima na slici 9. korisnik može pratiti transformaciju koeficijenata, odnosno popunjavanje svake tablice simpleks iteracije. Također, transformacijom decimalnih brojeva u razlomke daje se ljepši i razumljiviji prikaz korisniku.

Programski alat, kako je već napisano, omogućuje izgradnju modela problema i njegovo rješavanje i za drugog igrača. Mijenjanje s igrača B na igrača A za kojeg se sada želi riješiti isti problem radi se jednostavnim odabirom kako je prikazano na sljedećoj slici.



Slika 8. Odabir rješavanja problema za igrača A

Ponovnim pritiskom na gumb „Model problema“ dobivaju se generirani modeli problema za igrača A, no oni nisu isti kao za igrača B što prikazuje slika 11.



Slika 9. Dobiveni modeli problema za igrača A

Prema prethodnom prozoru alata vidljivo je drugačije stvaranje originalnog, odnosno standardnog problema za minimum gdje se koeficijenti strukturnih varijabli uzimaju iz stupaca matrice plaćanja. Daljnji postupak jednak je kao i kod igrača B sve do kanonskog oblika koji je također promijenio svoj oblik problema. Ovaj kanonski oblik sadržava i varijable w koje se nazivaju artifičijalne varijable, a uglavnom imaju samo kalkulatívni značaj kako bi se dobilo početno bazično rješenje pošto dopunske varijable sada sadrže negativni predznak. Kako se radi o dualnim problemima igrača A i igrača B tako rješenja dobivena simpleks algoritmom moraju biti jednaka. Odabirom rješavanja problema simpleks algoritmom za igrača A dobiva se prozor alata prikazan na sljedećoj slici.

Simpleks tablica iteracija:													
	Var	Kol	x1	x2	x3	u1	u2	u3	w1	w2	w3	Kontrola	Rezultat
M	w1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	12	
M	w2	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	18	
M	w3	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	25	
M	zj	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	55	
M	b	3	20	21	11	-1	-1	-1	1	1	1		
M	w1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	12	1/5
M	w2	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	18	1/2
M	w3	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	25	1/10
M	zj	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	55	
M	b	3	20	21	11	-1	-1	-1	1	1	1		
Tabela 1. iteracija													
M	w1	1/10	49/10	0	17/10	-1	0	9/10	1	0	9/10	-21/2	
M	w2	4/5	29/5	0	32/5	0	-1	1/5	0	1	-1/5	13	
M	w3	1/10	11/10	1	3/10	0	0	-1/10	0	0	1/10	5/2	
M	zj	1/10	1/10	0	-7/10	0	0	-1/10	0	0	1/10	-1/2	
M	b	9/10	-31/10	0	47/10	-1	-1	11/10	1	1	-11/10	5/2	
M	w1	1/10	49/10	0	17/10	-1	0	9/10	1	0	9/10	-21/2	
M	w2	4/5	29/5	0	32/5	0	-1	1/5	0	1	-1/5	13	1/5
M	w3	1/10	11/10	1	3/10	0	0	-1/10	0	0	1/10	5/2	1/3
M	zj	1/10	1/10	0	-7/10	0	0	-1/10	0	0	1/10	-1/2	
M	b	9/10	-31/10	0	47/10	-1	-1	11/10	1	1	-11/10	5/2	
Tabela 2. iteracija													
M	w1	5/16	-194/25	0	0	-1	-17/64	61/64	1	17/64	-61/64	-303/43	
M	w2	1/8	29/32	0	1	0	-5/32	1/32	0	5/32	-1/32	65/32	
M	w3	1/16	53/64	1	0	0	3/64	-7/64	0	3/64	7/64	121/64	
M	zj	3/16	47/64	0	0	0	-7/64	-5/64	0	7/64	5/64	59/64	
M	b	5/16	-194/25	0	0	-1	-17/64	61/64	1	17/64	-61/64	-303/43	
M	w1	5/16	-194/25	0	0	-1	-17/64	61/64	1	17/64	-61/64	-303/43	20/61
M	w2	1/8	29/32	0	1	0	-5/32	1/32	0	5/32	-1/32	65/32	4
M	w3	1/16	53/64	1	0	0	3/64	-7/64	0	3/64	7/64	121/64	
M	zj	3/16	47/64	0	0	0	-7/64	-5/64	0	7/64	5/64	59/64	
M	b	5/16	-194/25	0	0	-1	-17/64	61/64	1	17/64	-61/64	-303/43	
Tabela 3. iteracija													
M	w1	20/61	-332/43	0	0	64/61	-17/61	1	64/61	17/61	-1	-207/28	
M	w2	7/61	70/61	0	1	2/61	9/61	0	-2/61	9/61	0	138/61	
M	w3	6/61	-1/61	1	0	-7/61	1/61	0	7/61	-1/61	0	66/61	
M	zj	13/61	8/61	0	0	-5/61	-8/61	0	5/61	8/61	0	21/61	
M	b	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
M	w1	20/61	-332/43	0	0	64/61	-17/61	1	64/61	17/61	-1	-207/28	
M	w2	7/61	70/61	0	1	2/61	9/61	0	-2/61	9/61	0	138/61	1/10
M	w3	6/61	-1/61	1	0	-7/61	1/61	0	7/61	-1/61	0	66/61	
M	zj	13/61	8/61	0	0	-5/61	-8/61	0	5/61	8/61	0	21/61	
M	b	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Tabela 4. iteracija													
M	w1	11/10	0	0	323/40	-29/35	-49/70	1	29/35	49/70	-1	274/35	
M	w2	1/10	1	0	61/70	1/35	9/70	0	-1/35	9/70	0	69/35	
M	w3	1/10	0	1	1/70	-4/35	1/70	0	4/35	-1/70	0	39/35	
M	zj	1/5	0	0	-4/35	3/35	-4/35	0	3/35	4/35	0	3/35	
M	b	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

Rješenje zadatka:
Vrijednost zadane igre -1
Vrijednost igre strategije igrača A: 11 = 42,86%, 12 = 57,14%, 13 = 0%
Igrač B: 11 = 42,86%, 12 = 57,14%, 13 = 0%

Prikaz izračuna

OK

Slika 10. Konačno rješenje simpleks algoritma za igrača A

Uspoređujući dobiveno rješenje igrača A s prethodno dobivenim rješenjem igrača B na slici 8. može se zaključiti da razlika u konačnom rješenju ne postoji. Stoga programski alat zadovoljava i uvjete teorema dualnosti prema kojem oba problema moraju imati jednake vrijednosti optimalnih rješenja. Jedina zamjetna razlika javlja se u iteracijama simpleks algoritma. Kod problema minimuma algoritam promatra u prvom koraku najveću vrijednost reda d_j , dok u drugoj fazi promatra najveću pozitivnu vrijednost c_j . Ostali koraci algoritma jednaki su onima u iteraciji simpleks algoritma za maksimum. Također, kao i kod igrača B moguće je vidjeti svaki korak izračuna simpleks iteracija kojih u ovom slučaju ima ukupno četiri.

1.4. Pregled dodatnih mogućnosti alata

Programski alat nosi sa sobom i dodatne manje funkcionalnosti poput pronalaženja sedla igre, a isto tako određivanje protuprirodne ili kontradiktorne igre. Unosom matrice plaćanja (5) u programski alat može se vidjeti na koji način barata s takvim vrstama igre. Sljedeća slika prikazuje unesenu matricu plaćanja koja sadrži sedlo u početni prozor alata.

A \ B	Y(1)	Y(2)	Y(3)
X(1)	8	-1	-6
X(2)	6	5	3
X(3)	-3	-4	-4

Slika 11. Upisana matrica plaćanja koja sadrži sedlo

Pokretanjem rješavanja upisane matrice plaćanja pomoću simpleks algoritma alat korisniku prikazuje novi prozor kao na slici 14.

Otkrivanje sedla:

Matrica plaćanja:

```
__Y1_Y2_Y3__
X1| 8  -1  -6
X2| 6   5   3
X3| -3  -4  -4
```

Minimumi reda: -6 3 -4
Maksimum minimuma reda - MAXMIN: 3

Maksimumi stupca: 8 5 3
Minimum maksimuma stupca - MINMAX: 3

Kako je MAXMIN reda = MINMAX stupca postoji sedlo.

Vrijednost ove igre iznosi 3 u korist igrača A.

OK

Slika 12. Prikaz rješenja i postupka pronalaženja sedla

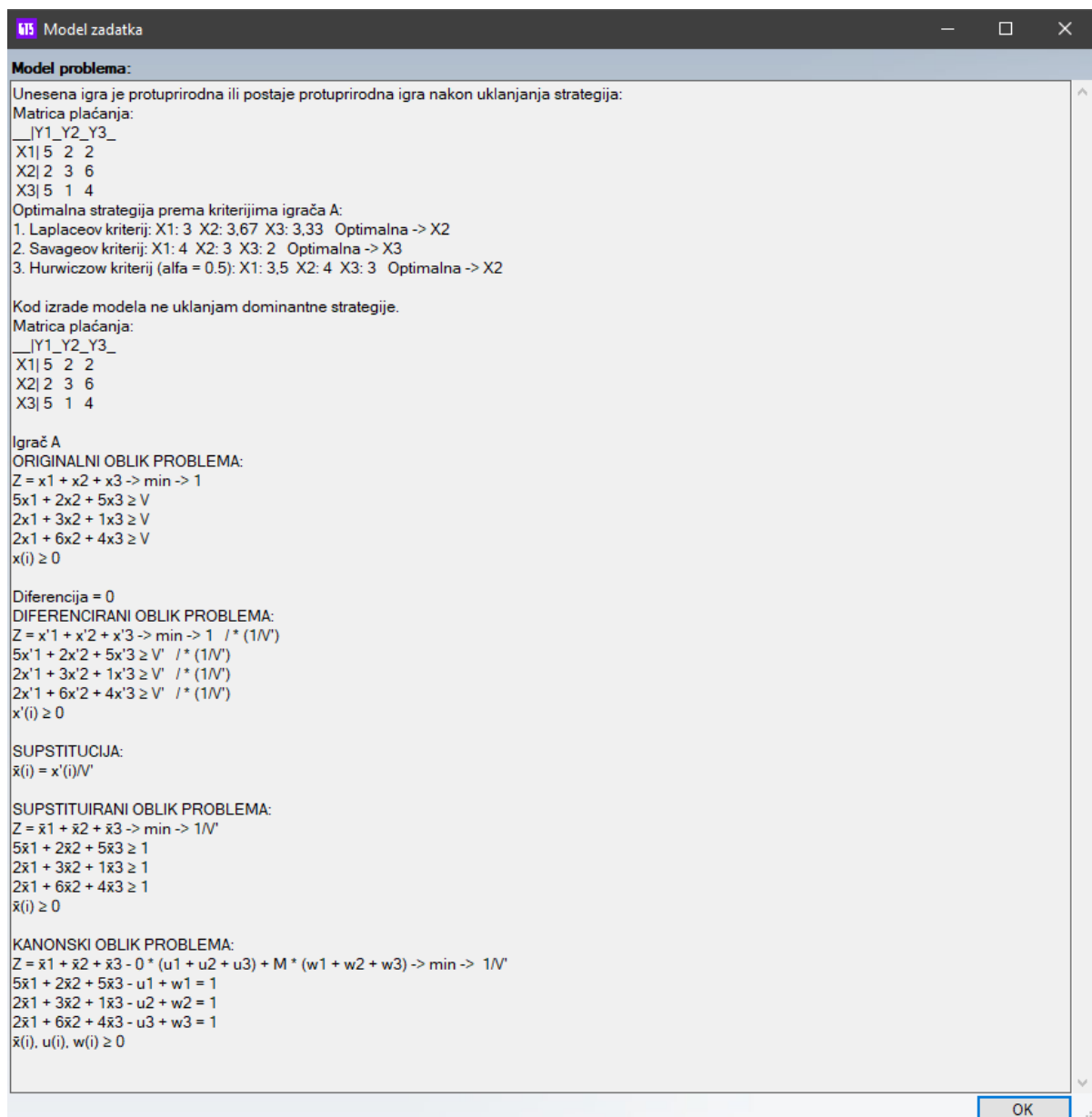
U prethodnom prozoru programski alat korisniku objašnjava metodu sedla pronalaženjem vrijednosti koja je maksimalna u minimum vrijednostima redova, kao i pronalaženje vrijednosti koja je minimalna u maksimum vrijednostima stupaca u matrici plaćanja. Dobivena vrijednost sedla iznosi 3, a to odgovara dobivenom rezultatu i ručnog postupka iz drugog poglavlja rada.

Jedan od najčešćih specijalnih slučajeva koji se javljaju u teoriji igara su protuprirodne igre. Primjer takve igre dan je matricom plaćanja (9) i prema njoj se unaprijed zna koji igrač dobiva, a koji gubi. Unosom takve matrične igre u programski alat dobiva se sljedeći početni prozor.

A \ B	Y(1)	Y(2)	Y(3)
X(1)	5	2	2
X(2)	2	3	6
X(3)	5	1	4

Slika 13. Unesena protuprirodna matrična igra

Protuprirodne igre mogu se rješavati uz pomoć linearnog programiranja, odnosno simpleks algoritma iako se zna konačni pobjednik igre. No, kako je kod njih bilo opisano, takve igre se češće promatraju i izračunavaju metodama razvijenih s aspekta teorije odlučivanja. Programski alat tako dodatno sadržava izračunavanje optimalne strategije s obzirom na kriterij Laplacea, Savagea i Hurwicza. Taj izračun radi se prije generiranja modela problema, no prikazuje se u istoj formi gdje i modeli. Slika 16. prikazuje tako sva tri izračunata kriterija i najoptimalniju strategiju za igrača A prema pojedinom kriteriju. Također, alat nadalje generira model unesene igre jer ga je moguće riješiti pomoću simpleks algoritma.



Slika 14. Prikaz izračunatih kriterija odabira strategija i dobivenih modela problema

Prema prethodnoj slici vidljivo je kako prema Laplaceovom i Hurwiczovom kriteriju najoptimalnija strategija igrača A je x_2 , dok kao najoptimalnija strategija prema Savageovom kriteriju je x_3 . Zanimljivo je usporediti takav rezultat odabira strategija s onima koje se dobe kao najoptimalnije pomoću simpleks algoritma. Stoga, upotreba simpleks algoritma na ovoj protuprirodnoj igri daje rezultate prikazane na sljedećoj slici.

Simpleks postupak problema

Simpleks tablica iteracija:

	x_1	x_2	x_3	u_1	u_2	u_3	w_1	w_2	w_3	Kontrola	Rezultat
M	1	2	5	-1	0	0	1	0	0	13	
M	2	3	1	0	-1	0	0	1	0	7	
M	3	4	0	0	0	-1	0	0	1	13	
Z-Q	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	-3	
D ₁	3	9	11	-1	-1	-1	1	1	1	33	
M	1	2	5	-1	0	0	1	0	0	13	1/2
M	2	3	1	0	-1	0	0	1	0	7	1/3
M	3	4	0	0	0	-1	0	0	1	13	
Z-Q	0	-1	-1	0	0	0	0	0	0	-3	1/6
D ₁	3	9	11	-1	-1	-1	1	1	1	33	
Tablica 1. iteracije											
M	2/3	13/3	0	11/3	-1	0	1/3	1	0	-1/3	26/3
M	1/2	1	0	-1	0	-1	1/2	0	1	-1/2	1/2
I	1/6	1/3	1	2/3	0	0	-1/6	0	0	1/6	13/6
Z-Q	1/6	-2/3	0	-1/3	0	0	-1/6	0	0	1/6	-5/6
D ₁	7/6	16/3	0	8/3	-1	-1	5/6	1	1	5/6	55/6
M	2/3	13/3	0	11/3	-1	0	1/3	1	0	-1/3	26/3
M	1/2	1	0	-1	0	-1	1/2	0	1	-1/2	1/2
I	1/6	1/3	1	2/3	0	0	-1/6	0	0	1/6	13/6
Z-Q	1/6	-2/3	0	-1/3	0	0	-1/6	0	0	1/6	-5/6
D ₁	7/6	16/3	0	8/3	-1	-1	5/6	1	1	5/6	55/6
Tablica 2. iteracije											
I	2/13	1	0	11/13	-3/13	0	1/13	3/13	0	-1/13	2
M	5/26	0	0	24/13	3/13	-1	11/26	-3/13	1	-11/26	-3/2
I	3/26	0	1	5/13	1/13	0	-5/26	-1/13	0	5/26	3/2
Z-Q	7/26	0	0	3/13	-2/13	0	-3/26	2/13	0	3/26	1/2
D ₁	9/26	0	0	24/13	3/13	-1	11/26	-3/13	1	-11/26	-3/2
I	2/13	1	0	11/13	-3/13	0	1/13	3/13	0	-1/13	2
M	5/26	0	0	24/13	3/13	-1	11/26	-3/13	1	-11/26	-3/2
I	3/26	0	1	5/13	1/13	0	-5/26	-1/13	0	5/26	3/2
Z-Q	7/26	0	0	3/13	-2/13	0	-3/26	2/13	0	3/26	1/2
D ₁	9/26	0	0	24/13	3/13	-1	11/26	-3/13	1	-11/26	-3/2
Tablica 3. iteracije											
I	1/11	1	0	13/11	-3/11	2/11	0	3/11	-2/11	0	25/11
I	3/11	0	0	48/11	9/11	26/11	1	-6/11	25/11	-1	39/11
I	3/11	0	1	5/11	2/11	-5/11	0	-2/11	5/11	0	9/11
Z-Q	4/11	0	0	-3/11	-1/11	-3/11	0	1/11	3/11	0	1/11
D ₁	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Rješenje zadatka:
 Vrijednost zadane igre: 2,75
 Vjerojatnost igranja strategije protivnog igrača:
 Igrač A: $x_1 = 25\%$, $x_2 = 75\%$, $x_3 = 0\%$
 Igrač B: $y_1 = 25\%$, $y_2 = 75\%$, $y_3 = 0\%$

Slika 15. Dobiveno rješenje protuprirodne igre simpleks algoritmom

Prema slici 17. simpleks algoritam za minimum prošao je kroz ukupno tri iteracije i pritom dao sljedeće rješenje. Konačna vrijednost igre iznosi 2,75 u korist igrača A, dok preporučena vjerojatnost odigravanja strategije x_1 iznosi 25%, a strategije x_2 75%. Dakle, rješenja protuprirodnih igara dobivena bilo preko kriterija teorije odlučivanja ili simpleks algoritmom se u većini slučajeva slažu, pa tako i ovdje gdje se naginje odabiru druge strategije x_2 .

Drugi najčešći specijalni slučaj koji se javlja u teoriji igara su kontradiktorne igre čija je glavna karakteristika da imaju rang manji od 2×2 . Takva igra predstavljena je matricom plaćanja (11), dok slika 18. prikazuje njezin unos u programski alat.

Zero Sum Game Theory Solver

Polazno Dodatno Pomoć

Broj strategija igrača A: 2

Broj strategija igrača B: 2

Simpleks postupak

☒ za igrača A

☐ za igrača B

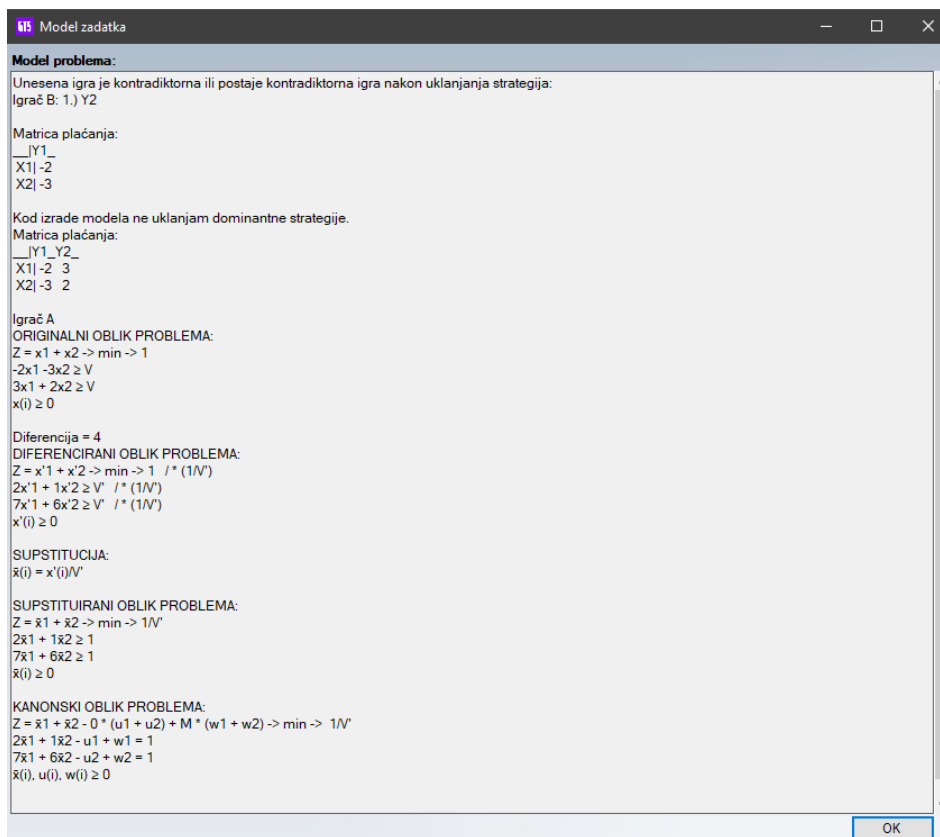
Generiraj matricu

A \ B	Y(1)	Y(2)
X(1)	-2	3
X(2)	-3	2

Model problema Simpleks postupak Autor aplikacije: Dino Kliček

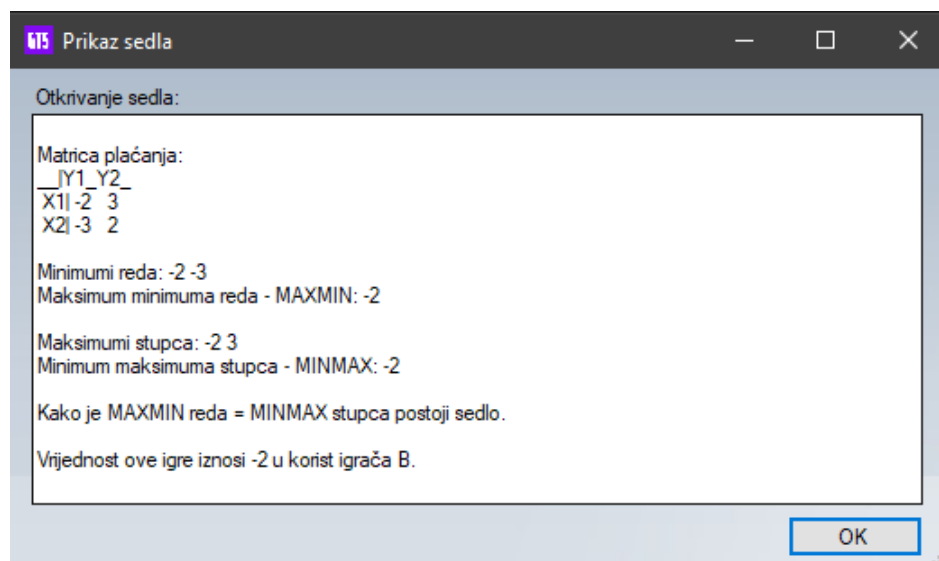
Slika 16. Upisana kontradiktorna matična igra

Jedna od dosad neviđenih funkcionalnosti alata je i uklanjanje duplikatnih te dominantnih strategija. Informacije o uklonjenim strategijama prikazuju se u istom prozoru gdje i generirani modeli problema kao što se može vidjeti na sljedećoj slici.



Slika 17. Prikaz objašnjenja dobivanja kontradiktorne igre i dobivenih modela

Prema prethodnom prozoru objašnjeno je kako uklanjanjem dominantne strategije y_2 igrača B dolazi do pojave kontradiktorne igre. Stoga, kako bi ovaj problem bio rješiv ne uklanjaju se dominantne strategije. Njegovo rješavanje svodi se svejedno na metodu sedla kao što slika 20. prikazuje. Time se ponovno potvrđuje ispravan rad izrađenog programskog alata.



Slika 18. Sedlo kao rješenje kontradiktorne igre