信号与系统 电子教案

第一章 信号与系统

§1.2 信号的描述和分类

信号的描述

信号的分类

几种典型确定性信号

一、信号的描述

- 信号是信息的一种物理体现。它一般是随时间或位置变化的物理量。
- 信号按物理属性分：电信号和非电信号。它们可以相互转换。本课程讨论电信号—简称“信号”。
- 电信号的基本形式：随时间变化的电压或电流。
- 描述信号的常用方法 (1)表示为时间的函数

  (2)信号的图形表示——波形

“信号”与“函数”两词常相互通用。

一 信号的描述

二 信号的分类

三 几种典型确定性信号

二、信号的分类

- 按实际用途划分：

电视信号，雷达信号，控制信号，通信信号，广播信号……

- 按所具有的时间特性划分：

确定信号和随机信号； 连续信号和离散信号；
周期信号和非周期信号；能量信号与功率信号；
一维信号与多维信号； 因果信号与反因果信号；
实信号与复信号； 左边信号与右边信号；
……

1. 确定信号和随机信号

- **确定性信号**

  可用确定的时间函数表示的信号。

  对于指定的某一时刻t，有确定的函数值$f(t)$。

- **随机信号**

  取值具有不确定性的信号。

  如：电子系统中的起伏热噪声、雷电干扰信号。

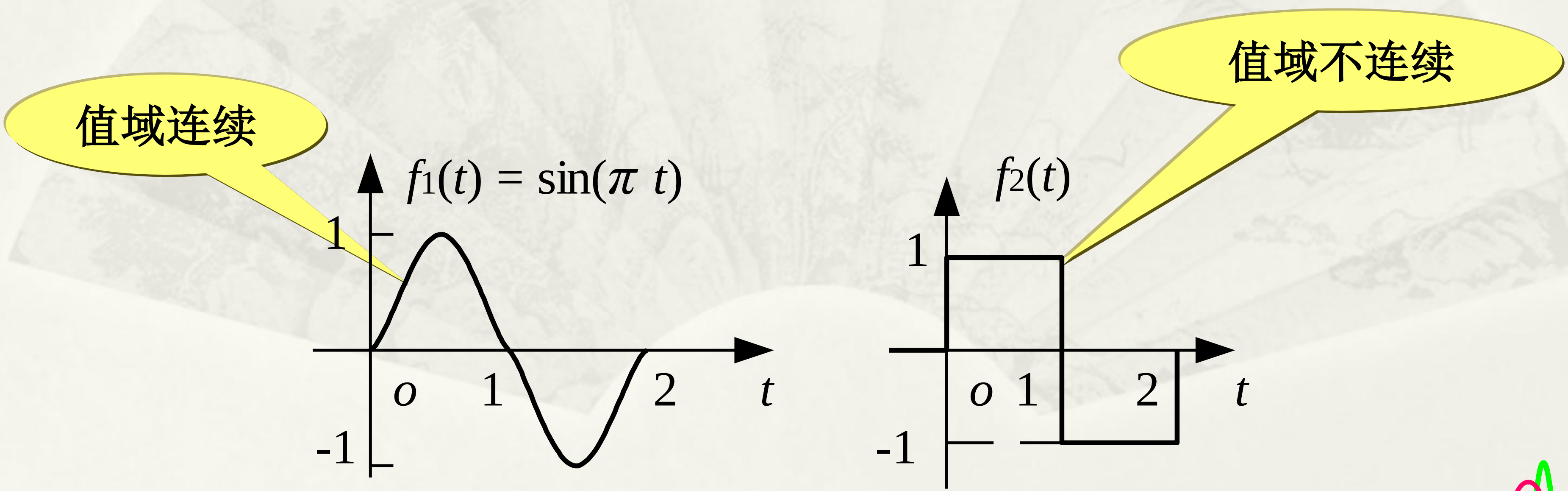
- **伪随机信号**

  貌似随机而遵循严格规律产生的信号（可重复产生）。

2. 连续（时间）信号和离散（时间）信号

● 连续时间信号：在连续的时间范围内（ $-\infty < t < \infty$ ）有定义的信号，简称连续信号。

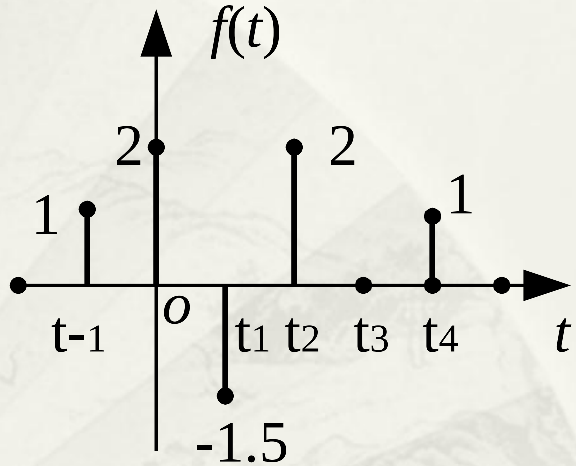
“连续”指函数的定义域——时间是连续的(但可含间断点)，至于值域可连续也可不连续。



● 离散时间信号：

➢定义域——时间是离散的

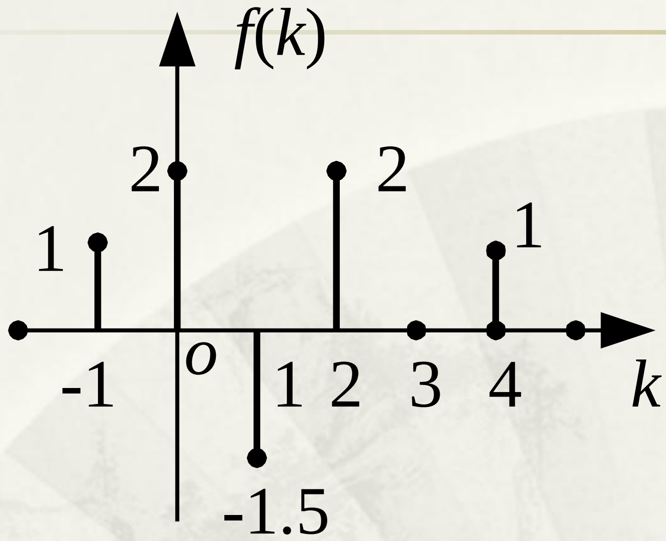
在某些规定的离散瞬间给出函数值，其余时间无定义。如右图的$f(t)$仅在一些离散时刻$t_k(k = 0,\pm1,\pm2,\cdots)$才有定义，其余时间无定义。



➢ 离散点间隔

$T_k= t_{k+1}-t_k$可以相等也可不等。通常取等间隔T，离散信号可表示为$f(kT)$，简写为$f(k)$，这种等间隔的离散信号也常称为序列。其中k称为序号。

离散信号的图形表示：



表达式表示：

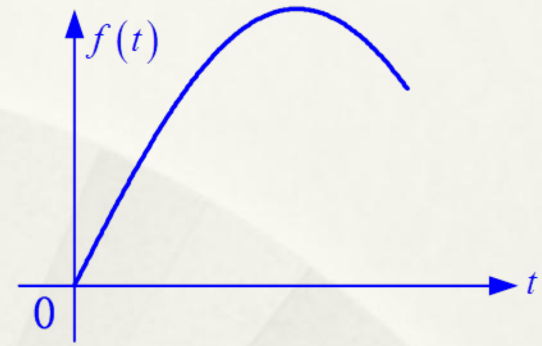
$$f(k)=\begin{cases}1, & k=-1\\ 2, & k=0\\ -1.5, & k=1\\ 2, & k=2\\ 0, & k=3\\ 1, & k=4\\ 0, & \text{其他k}\end{cases}$$

集合形式表示：　$f(k)=\{\cdots, 0, 1, \underset{\substack{\uparrow\\ k=0}}{2}, -1.5, 2, 0, 1, 0, \cdots\}$

通常将对应某序号m的序列值称为第m个样点的“样值”。

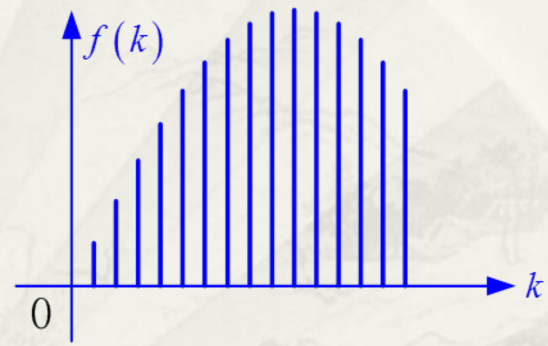
模拟信号、离散时间信号、数字信号的区别:

•**模拟信号：**时间和幅值均为连续



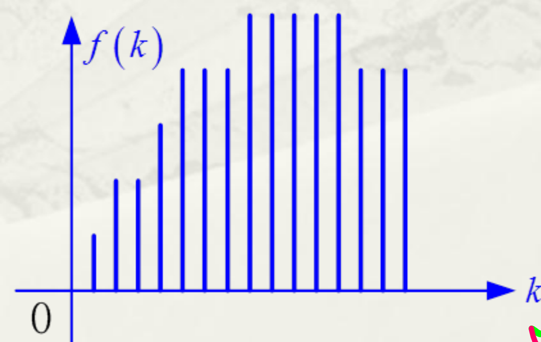
取样

•**离散时间信号：**时间离散，幅值连续



量化 + 编码

•**数字信号：**时间和幅值均为离散



备注：连续信号与模拟信号常通用。

单选题 1分

设置

1. 关于连续时间信号和离散时间信号，下列说法正确的是（ ）

A 若定义域是连续的，就是连续时间信号。

B 若值域是连续的，就是连续时间信号。

C 定义域和值域都是连续的，才是连续时间信号。

D 若值域离散，则就是离散时间信号。

提交

3. 周期信号和非周期信号

定义在$(-\infty，\infty)$区间，每隔一定时间T (或整数N），按相同规律重复变化的信号。

连续周期信号$f(t)$满足：

$$f(t) = f(t + mT)，m = 0,\pm 1,\pm 2,\cdots$$

离散周期信号$f(k)$满足：

$$f(k) = f(k + mN)，m = 0,\pm 1,\pm 2,\cdots$$

满足上述关系的最小T(或整数N)称为该信号的周期。

不具有周期性的信号称为非周期信号。

例1 连续周期信号示例

例：判断下列信号是否为周期信号，若是，确定其周期。

（1）$f_1(t) = \sin 2t + \cos 3t$

（2）$f_2(t) = \cos 2t + \sin\pi t$

解题思路：

两个周期信号$x(t)$，$y(t)$的周期分别为T_1和T_2，若其周期之比T_1/T_2为有理数，则其和信号$x(t)+y(t)$仍然是周期信号，其周期为T_1和T_2的最小公倍数。

例1 连续周期信号示例

例：判断下列信号是否为周期信号，若是，确定其周期。

（1）$f_1(t) = \sin 2t + \cos 3t$

（2）$f_2(t) = \cos 2t + \sin \pi t$

解：（1） $\sin 2t$是周期信号，其角频率和周期分别为

$\omega_1 = 2$ rad/s ， $T_1 = 2\pi/\omega_1 = \pi$ s

$\cos 3t$是周期信号，其角频率和周期分别为

$\omega_2 = 3$ rad/s ， $T_2 = 2\pi/\omega_2 = (2\pi/3)$ s

由于$T_1/T_2 = 3/2$为有理数，故$f_1(t)$为周期信号，其周期为T_1和T_2的最小公倍数2π。

（2）？

例2 离散周期信号示例1

例：判断正弦序列$f(k) = \sin(\beta k)$是否为周期信号，若是，确定其周期。

回忆：离散周期信号$f(k)$满足：

$$f(k) = f(k + mN)，m = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$$

满足上述关系的最小正整数N称为该信号的周期。

解：$f(k) = \sin(\beta k) = \sin(\beta k + 2m\pi)$，$m = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$

$$= \sin\{\beta[k + m(2\pi/\beta)]\}$$

式中β称为数字角频率，单位：rad

$2\pi/\beta$与N的关系？

$$f(k) = \sin\{\beta[k + m(2\pi/\beta)]\} \stackrel{?}{=} \sin[\beta(k + mN)]$$

当$2\pi/\beta$为整数时，正弦序列具有周期$N = 2\pi/\beta$。

当$2\pi/\beta$为有理数时，正弦序列仍具有周期性，但其周期为

$N = M(2\pi/\beta)$，M取使N为整数的最小整数。

当$2\pi/\beta$为无理数时，正弦序列为非周期序列。

单选题 1分

设置

判断下列序列是否为周期信号：$f(k) = \sin(2k)$

A 是

B 否

提交

判断下列序列是否为周期信号：$f(k) = \sin(3\pi k/4)$

A 是，周期为8/3

B 是，周期为8

C 否

提交

例3 离散周期信号示例2

例：判断下列序列是否为周期信号，若是，确定其周期。

$f(k) = \sin(3\pi k/4) + \cos(0.5\pi k)$

解：$\sin(3\pi k/4)$ 和$\cos(0.5\pi k)$的数字角频率分别为

$$\beta_1 = 3\pi/4 \text{ rad}，\quad \beta_2 = 0.5\pi \text{ rad}$$

由于$2\pi/\beta_1 = 8/3$，　$2\pi/\beta_2 = 4$为有理数，故它们的周期分别为$N_1 = 8$，　$N_2 = 4$，

故：$f(k)$ 为周期序列，其周期为N_1和N_2的最小公倍数8。

结论

①单个连续正弦信号一定是周期信号；

②单个正弦序列不一定是周期序列；

③两（多）个连续周期信号之和不一定是周期信号；

④两（多）个周期序列之和一定是周期序列；

设置

6. 下列说法正确的是（）

A 连续正弦信号一定是周期信号。

B 正弦序列不一定是周期序列。

C 两连续周期信号之和不一定是周期信号。

D 两周期序列之和一定是周期序列。

提交

4 (A) 连续信号之能量信号与功率信号

将信号$f(t)$施加于1Ω电阻上，它所消耗的瞬时功率为$|f(t)|^2$，在区间$(-\infty, \infty)$的能量和平均功率定义为

（1）信号的能量E

$$E \overset{\text{def}}{=} \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 \, \mathrm{d}t$$

（2）信号的功率P

$$P \overset{\text{def}}{=} \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |f(t)|^2 \, \mathrm{d}t$$

若信号$f(t)$的能量有界，即 $E < \infty$,则称其为能量有限信号，简称能量信号。此时 $P = 0$

若信号$f(t)$的功率有界，即 $P < \infty$,则称其为功率有限信号，简称功率信号。此时 $E = \infty$

4 (B)离散信号之能量信号与功率信号

（1）信号的能量*E*

$$E = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |f(k)|^2$$

（2）信号的功率*P*

$$P = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{k=-N}^{N} |f(k)|^2$$

若满足 $E = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |f(k)|^2 < \infty$ 的离散信号，称为能量信号。

若满足$P = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{k=-N}^{N} |f(k)|^2 < \infty$ 的离散信号，称为功率信号。

一般规律：

(1) 一般周期信号为功率信号。

(2) 时限信号(仅在有限时间区间不为零的非周期信号)为能量信号。时间无限，但信号随着时间增长而衰减的非周期信号，也是能量信号。

(3) 有一些非周期信号，也是非能量信号。

如$\varepsilon(t)$是功率信号；

(4) 某些信号既非功率信号，又非能量信号

$t\varepsilon(t)$、e^t为非功率非能量信号；

$\delta(t)$是无定义的非功率非能量信号。

5. 一维信号和多维信号

一维信号:

只由一个自变量描述的信号，如语音信号。

多维信号:

由多个自变量描述的信号，如图像信号。

还有其他分类，如：

- 实信号与复信号
- 左边信号与右边信号
- 因果信号和反因果信号

……

一 信号的描述

二 信号的分类

三 几种典型确定性信号

三、几种典型确定性信号

1. 指数信号

2. 正弦信号

3. 复指数信号(表达具有普遍意义)

4. 取样信号(Sampling Signal)

本课程讨论确定性信号。

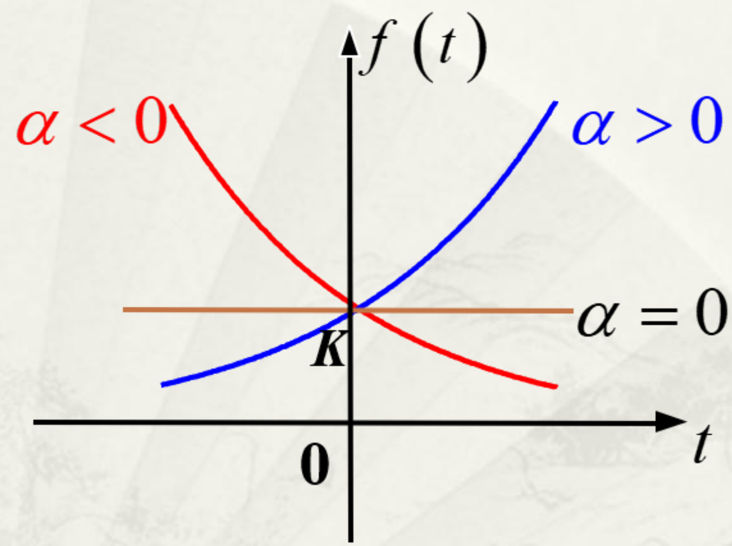
先连续，后离散；先周期，后非周期。

1. 指数信号 $f(t)=Ke^{\alpha t}$

$\alpha=0$ 直流(常数)；

$\alpha>0$ 指数增长；

$\alpha<0$ 指数衰减；



重要特征：指数函数对时间的微分和积分仍然是指数形式。

2. 正弦信号 $f(t) = K\sin(\omega t + \theta)$

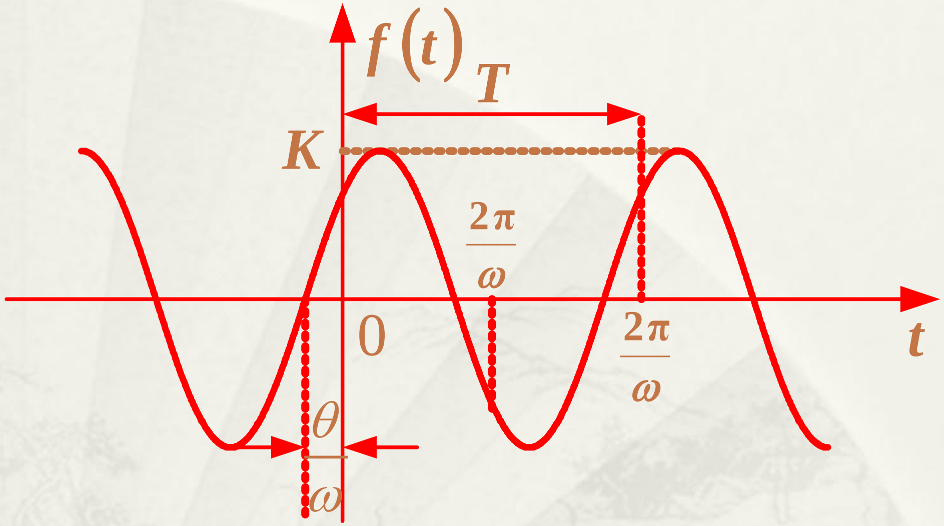
振幅：K

周期：$T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{1}{f}$

频率：f

角频率：$\omega = 2\pi f$

初相：θ



衰减正弦信号： $f(t) = \begin{cases} K e^{-\alpha t}\sin(\omega t) & t \ge 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad \alpha > 0$

3. 复指数信号 $f(t) = Ke^{st} \quad (-\infty < t < \infty)$

$$f(t) = Ke^{st} = Ke^{\sigma t}\cos(\omega t) + \mathrm{j}Ke^{\sigma t}\sin(\omega t)$$

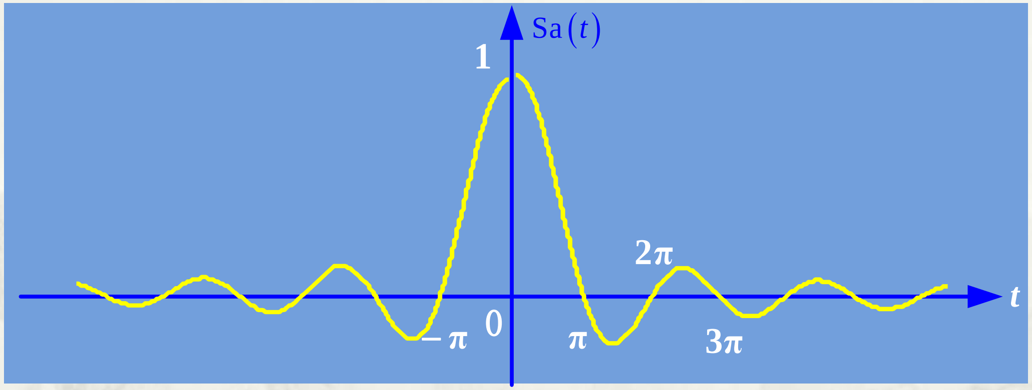
s：复频率

$s = \sigma + \mathrm{j}\omega$ （σ,ω 均为实常数）

σ 量纲为$1/s$， ω 量纲为 rad/s

$$\begin{cases} \sigma = 0, \omega = 0 & \text{直流} \\ \sigma > 0, \omega = 0 & \text{升指数信号} \\ \sigma < 0, \omega = 0 & \text{衰减指数信号} \end{cases} \qquad \left.\begin{cases} \sigma = 0, \omega \neq 0 & \text{等幅} \\ \sigma > 0, \omega \neq 0 & \text{增幅} \\ \sigma < 0, \omega \neq 0 & \text{衰减} \end{cases}\right\}\text{振荡}$$

4. 取样信号 $\mathrm{Sa}(t)=\dfrac{\sin t}{t}$



(1) $\mathrm{Sa}(-t)=\mathrm{Sa}(t)$，偶函数

(2) $t=0$ ，$\mathrm{Sa}(t)=1$，即 $\lim\limits_{t\to 0}\mathrm{Sa}(t)=1$

(3) $\mathrm{Sa}(t)=0$，$t=\pm n\pi$ ，$n=1,2,3,\cdots$

(4) $\displaystyle\int_0^{\infty}\frac{\sin t}{t}\mathrm{d}t=\frac{\pi}{2}$，$\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sin t}{t}\mathrm{d}t=\pi$

(5) $\lim\limits_{t\to\pm\infty}\mathrm{Sa}(t)=0$　　(6) $\mathrm{sinc}(t)=\sin(\pi t)/(\pi t)$

§1.2 信号的描述和分类

信号的描述

信号的分类

几种典型确定性信号