Naturalne funkcje sklejane III stopnia

Sprawozdanie do zadania P.2.9

Jan Mazur 281141

Wrocław, 9 grudnia 2016

1 Wstęp

"Interpolacja to metoda numeryczna polegająca na wyznaczaniu w danym przedziale tzw. funkcji interpolacyjnej, która przyjmuje w nim z góry zadane wartości, w ustalonych punktach nazywanych węzłami." [?] Najczęściej stosowana jest interpolacja wielomianami, ponieważ mają one sporo przydatnych własności, co imlikuje istnienie wielu narzędzi matematycznych do ich analizy. Jednakże nie zawsze jest to dobra metoda. Wtedy zastosować można inny sposób interpolacji - interpolację funkcjami sklejanymi. Przedstawię obię metody, skupiając się jednak na interpolacjami funkcjami sklejanymi. Porównam ich błędy w stosunku do funkcji interpolowanej.

Zanim przystąpimy do obliczeń ustalmy funkcję błędu:

Definicja 1.
$$E_N^{(n)} := \max_{x \in D_N} |f(x) - s(x))|$$

Gdzie s jest funkcją interpolacyjną w n+1 parami różnych węzłach z przedziału [a,b], f funkcją interpolowaną a D_N zbiorem parami różnych równoodległych punktów z przedziału [a,b].

2 Interpolacja wielomianowa

Zinterpolujmy funkcję w n+1 punktach wielomianem n-tego stopnia. Zastosujemy algorytm znajdjący wielomian interpolacyjny w postaci Newtona.

Funkcja Runge'go Całkiem fajnie działa. Psuje się na końcach przedziałów. Czasem im więcej punktów tym większy bład - większa norma. To bardzo źle.

3 Funkcje sklejane

Cała ta teoria. Stopnie funkcji. Okresowa, naturalna. Zajmiemy się naturalną.

4 Interpolacja naturalną funkcją sklejaną III stopnia

Macierzowy układ równań. Trójprzekątniowa macierz z dominującą przekątną. Momenty - drugie pochodne. Algorytm rozwiązujący w czasie liniowym.

5 Testy

Wykresiki i liczenie błędów. Wybór punktów interpolacyjnych.

6 Wnioski

Jeśli zwykła interpolacja bardzo odstaje w niektórych miejscach to lepiej interpolować splinem.

Czy punkty równoodległe?

Literatura

- [1] David Kincaid, Ward Cheney "Analiza Numeryczna"
- [2] https://www.math.ntnu.no/emner/TMA4215/2008h/cubicsplines.pdf
- [3] Weisstein, Eric W. "Cubic Spline." From MathWorld-A Wolfram Web Resource. http://mathworld.wolfram.com/CubicSpline.html
- [4] https://en.wikipedia.org/wiki/Spline_interpolation