CÂU HỎI, ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

MÔN: XỬ LÝ TÍN HIỆU SỐ

CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP CHƯƠNG 1

Bài 1.1

Cho tín hiệu tương tự

$x_a(t) = 3\cos 50\pi t + 10\sin 300\pi t - \cos 100\pi t$

Hãy xác định tốc độ lấy mẫu Nyquist đối với tín hiệu này?

Bài 1.2

Cho tín hiệu $x_a(t) = 3\cos 100\pi t$

a) Xác định tốc độ lấy mẫu nhỏ nhất cần thiết để khôi phục tín hiệu ban đầu.

b) Giả sử tín hiệu được lấy mẫu tại tốc độ $F_s = 200$ Hz. Tín hiệu rời rạc nào sẽ có được sau lấy mẫu?

Bài 1.3

Tìm quan hệ giữa dãy nhảy đơn vị u(n) và dãy xung đơn vị $\delta(n)$

Bài 1.4

Tương tự bài trên tìm quan hệ biểu diễn dãy chữ nhật $rect_N(n)$ theo dãy nhảy đơn vị u(n).

Bài 1.5

Hãy biểu diễn dãy $\delta(n+1)$

Bài 1.6

Xác định x(n) = u(n-5)-u(n-2)

Bài 1.7

Xác định năng lượng của chuỗi

$$x(n) = \begin{cases} (1/2)^2 & n \ge 0 \\ 3^n & n < 0 \end{cases}$$

Bài 1.8

Hãy xác định năng lượng của tín hiệu $x(n) = Ae^{j\omega_0 n}$

Bài 1.9

Xác định công suất trung bình của tín hiệu nhảy bậc đơn vị u(n)

Bài 1.10

Xác định công suất trung bình của tín hiệu nhảy bậc đơn vị u(n)

Bài 1.11

Hãy xác định công suất trung bình của tín hiệu $x(n) = Ae^{j\omega_0 n}$

Bài 1.12

Đáp ứng xung và đầu vào của một hệ TTBB là:

$$h(n) = \begin{cases} 1 & n = -1 \\ 2 & n = 0 \\ 1 & n = 1 \\ -1 & n = 2 \\ 0 & n \neq \end{cases} \qquad x(n) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 2 & n = 1 \\ 3 & n = 2 \\ 1 & n = 3 \\ 0 & n \neq \end{cases}$$

Hãy xác định đáp ứng ra y(n) của hệ.

Bài 1.13

Tương tự như bài trên hãy tính phép chập $x_3(n) = x_1(n)*x_2(n)$ với:

a) $x_1(n) = \begin{cases} 1 - \dfrac{n}{3} & n \geq 0 \\ 0 & n \neq \end{cases}$; $x_2(n) = rect_2(n-1)$.

b) $x_1(n) = \delta(n+1) + \delta(n-2)$; $x_2(n) = rect_3(n)$.

Bài 1.14

Cho HTTT bất biến có h(n) và x(n) như sau:

$$h(n) = \begin{cases} a^n & n \geq 0 \\ 0 & n \neq \end{cases} \qquad x(n) = \begin{cases} b^n & n \geq 0 \\ 0 & n \neq \end{cases}$$

$0 < a < 1$, $0 < b < 1$, $a \neq b$. Tìm tín hiệu ra (đáp ứng ra)?

Bài 1.15

Hãy xác định xem các hệ có phương trình mô tả quan hệ vào ra dưới đây có tuyến tính không:

a) $y(n) = nx(n)$

b) $y(n) = x^2(n)$

Bài 1.16

Hãy xác định xem các hệ có phương trình mô tả quan hệ vào ra dưới đây có tuyến tính không:

a) $y(n) = x(n^2)$

b) $y(n) = Ax(n) + B$

Bài 1.17

Xác định xem các hệ được mô tả bằng những phương trình dưới đây là nhân quả hay không:

a) $y(n) = x(n) - x(n-1)$

b) $y(n) = ax(n)$

Bài 1.18

Xác định xem các hệ được mô tả bằng những phương trình dưới đây là nhân quả hay không:

a) $y(n) = x(n) + 3x(n+4)$;

b) $y(n) = x(n^2)$;

c) $y(n) = x(2n)$;

d) $y(n) = x(-n)$

Bài 1.19

Xét tính ổn định của hệ thống có đáp ứng xung h(n) = $rect_N$(n).

Bài 1.20

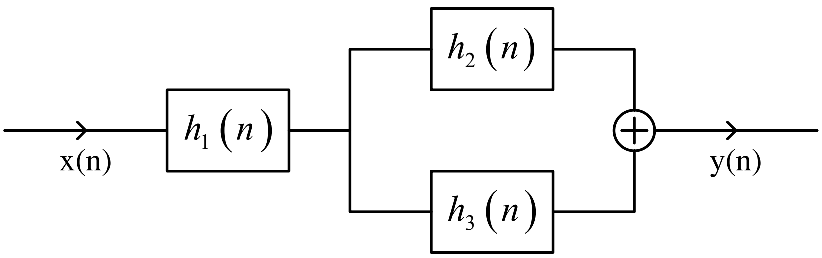
Xác định khoảng giá trị của a và b để cho hệ TT BB có đáp ứng xung

$$h(n) = \begin{cases} a^n & n \geq 0 \\ b^n & n < 0 \end{cases}$$

là ổn định.

Bài 1.21.

Hãy tìm đáp ứng xung h(n) của một hệ thống số được cho bởi sơ đồ sau đây:



Bài 1.22

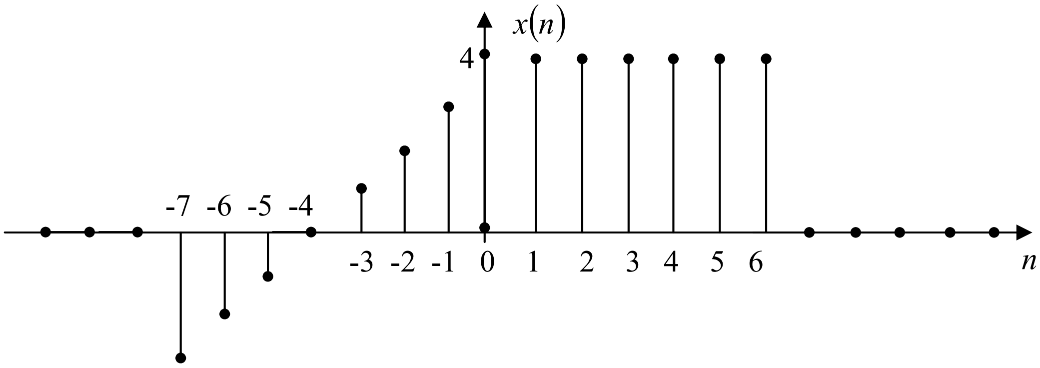
Cho một hệ thống tuyến tính bất biến được mô tả bằng phương trình sai phân sau đây:

$$y(n) = b_0x(n) + b_1x(n-1) + b_2x(n-2) + b_4x(n-4)$$

Hãy biểu diễn hệ thống đó.

Bài 1.23

Hãy biểu diễn bằng đồ thị tín hiệu $y(n) = x(2n)$, ở đây $x(n)$ là tín hiệu được mô tả như sau:.



Bài 1.24

Hãy xác định nghiệm riêng của phương trình sai phân.

$$y(n) = \frac{5}{6}y(n-1) - \frac{1}{6}y(n-2) + x(n)$$

khi hàm cưỡng bức đầu vào $x(n) = 2^n$, $n \geq 0$ và bằng không với n khác.

Bài 1.25

Hãy giải phương trình sai phân tuyến tính hệ số hằng sau

y(n) – 3y(n-1) + 2y(n-2) = x(n) + x(n-2)

Với điều kiện đầu y(-1) = y(-2) = 0 và x(n) = 5^n

Bài 1.26

Cho x(n) = $rect_3$(n)

Hãy xác định hàm tự tương quan R_{xx}(n).

Bài 1.27

Hãy cho biết cách nào sau đây biểu diễn tổng quát một tín hiệu rời rạc bất kỳ x(n)?

a) $x(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(n)\delta(n-k)$

b) $x(n) = \sum_{k=0}^{+\infty} x(k)\delta(n-k)$

c) $x(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)\delta(n-k)$

d) $x(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(n)\delta(k-n)$

Bài 1.28

Hệ thống được đặc trưng bởi đáp ứng xung h(n) nào sau đây là hệ thống nhân quả:

a) h(n) = u(n+1)

b) h(n) = -u(n-1)

c) h(n) = -u(-n-1)

d) h(n) = -u(n+1)

Bài 1.29

Phép chập làm nhiệm vụ nào sau đây:

a) Phân tích một tín hiệu ở miền rời rạc

b) Xác định đáp ứng ra của hệ thống

c) Xác định công suất của tín hiệu

d) Xác định năng lượng tín hiệu

Bài 1.30

Phương trình sai phân tuyến tính hệ số hằng mô tả hệ thống rời rạc nào sau đây:

a) Hệ thống tuyến tính bất biến.

b) Hệ thống tuyến tính.

c) Hệ thống ổn định.

d) Hệ thống bất biến.

ĐÁP ÁN CHƯƠNG I

Bài 1.1.

Do $\omega = 2.\pi f$, tín hiệu trên có các tần số thành phần sau:

$$F_1 = 25 \text{ Hz}, \quad F_2 = 150 \text{ Hz}, \quad F_3 = 50 \text{ Hz}$$

Như vậy, $F_{\max} = 150$ Hz và theo định lý lấy mẫu ta có:

$$F_s \geq 2F_{\max} = 300 \text{ Hz}$$

Tốc độ lấy mẫu Nyquist là $F_N = 2F_{\max}$. Do đó, $F_N = 300$ Hz.

Bài 1.2

a) Tần số của tín hiệu tương tự là $F = 50$ Hz. Vì thế, tốc độ lấy mẫu tối thiểu cần thiết để khôi phục tín hiệu, tránh hiện tượng chồng mẫu là $F_s = 100$ Hz.

b) Nếu tín hiệu được lấy mẫu tại $F_s = 200$ Hz thì tín hiệu rời rạc có dạng

$$x(n) = 3\cos(100\pi/200)n = 3\cos(\pi/2)n$$

Bài 1.3

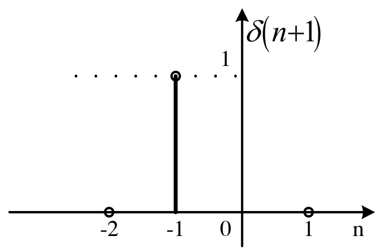
Theo định nghĩa dãy nhảy đơn vị u(n) và dãy xung đơn vị $\delta(n)$ ta có:

$$u(n) = \sum_{k=-\infty}^{n} \delta(k)$$

Bài 1.5

Ta có:

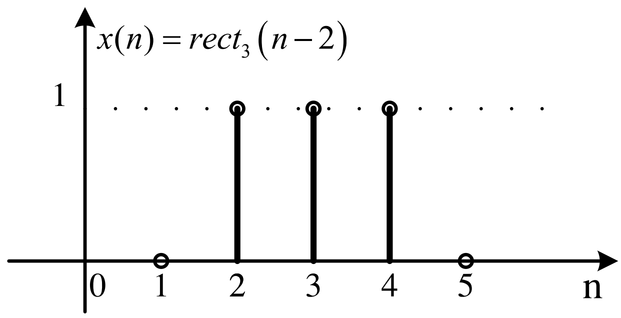
$$\delta(n+1) = \begin{cases} 1 & n+1=0 \rightarrow n=-1 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}$$



Bài 1.6

Ta xác định u(n-2) và u(n-5) sau đó thực hiện phép trừ thu được kết quả

x(n) = u(n-5)-u(n-2) = $rect_3$(n-2)



Bài 1.7

Theo định nghĩa

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)|^2 = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{2n} + \sum_{n=-\infty}^{-1} 3^{2n}$$

$$= \frac{1}{1-\frac{1}{4}} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^{2n} = \frac{4}{3} + \frac{9}{8} - 1 = \frac{35}{24}$$

Vì năng lượng E là hữu hạn nên tín hiệu x(n) là tín hiệu năng lượng.

Bài 1.8

Đáp số: Năng lượng của tín hiệu bằng vô hạn.

Chú ý $\left|Ae^{j\omega_0 n}\right| = \sqrt{A^2[\cos^2(\omega_0 n) + \sin^2(\omega_0 n)]} = A$

Bài 1.9

Xác định công suất trung bình của tín hiệu nhảy bậc đơn vị u(n)

Giải

Ta có:

$$P = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=0}^{N} u^2(n)$$

$$= \lim_{N \to \infty} \frac{N+1}{2N+1} = \lim_{N \to \infty} \frac{1+1/N}{2+1/N} = \frac{1}{2}$$

Do đó, tín hiệu nhảy bậc đơn vị là một tín hiệu công suất.

Bài 1.10

Ta có:

$$P = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=0}^{N} u^2(n)$$

$$= \lim_{N\to\infty} \frac{N+1}{2N+1} = \lim_{N\to\infty} \frac{1+1/N}{2+1/N} = \frac{1}{2}$$

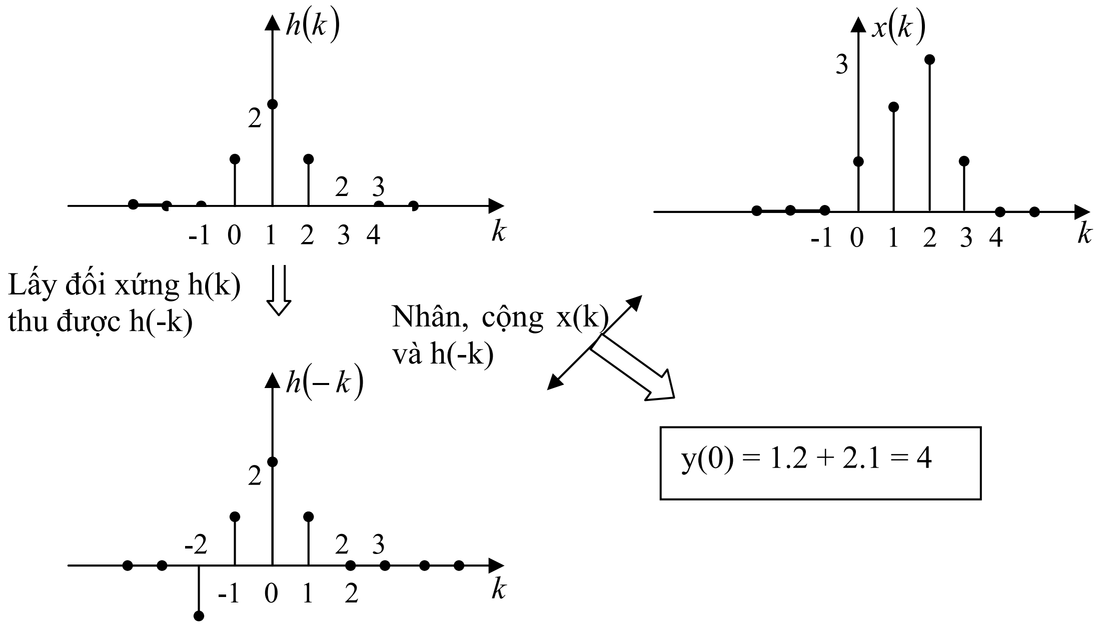
Do đó, tín hiệu nhảy bậc đơn vị là một tín hiệu công suất.

Bài 1.11

$$\text{P}= \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} A^2 = \text{A}^2$$

Bài 1.12

Ta sẽ thực hiện phép chập bằng đồ thị: đổi sang biến k, giữ nguyên x(k), lấy đối xứng h(k) qua trục tung thu được h(-k), sau đó dịch chuyển h(-k) theo từng mẫu để tính lần lượt các giá trị của y(n) cụ thể như hình sau:



Dịch chuyển h(-k) ta có và tính tương tự ta có....y(-2)=0, y(-1)=1, y(0)=4, y(1)=8, y(2)=8, y(3)=3....cuối cùng ta thu được kết quả:

$$y(n) = \left\{ \ldots, 0, 0, 1, \underset{\overline{0}}{4}, 8, 8, 3, -2, -1, 0, 0, \ldots \right\}$$

Bài 1.14

Nhận xét: Hệ thống nhân quả h(n) và x(n) đều nhân quả

$$y(n) = \sum_{k=0}^{n} b^k a^{n-k} = a^n \sum_{k=0}^{n} \left(b.a^{-1}\right)^k$$

Có dạng: $\sum_{k=0}^{n} x^k = \dfrac{1-x^{n+1}}{1-x}$

$$y(n) = \begin{cases} a^n \dfrac{1-\left(b.a^{-1}\right)^{n+1}}{1-\left(b.a^{-1}\right)} & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$$

Bài 1.15

a) Đối với các chuỗi xung đầu vào $x_1(n)$ và $x_2(n)$, tín hiệu ra tương ứng là:

$$y_1(n) = nx_1(n)$$

$$y_2(n) = nx_2(n)$$

Liên hợp tuyến tính hai tín hiệu vào sẽ sinh ra một tín hiệu ra là:

$$\begin{aligned} y_3(n) &= H[a_1x_1(n) + a_2x_2(n)] = n[a_1x_1(n) + a_2x_2(n)] \\ &= a_1nx_1(n) + a_2nx_2(n) \end{aligned}$$

Trong khi đó liên hợp hai tín hiệu ra y_1 y_2 tạo nên tín hiệu ra:

$$a_1y_1(n) + a_2y_2(n) = a_1nx_1(n) + a_2nx_2(n)$$

So sánh 2 phương trình ta suy ra hệ là tuyến tính.

b) Đầu ra của hệ là bình phương của đầu vào, (Các thiết bị điện thường có qui luật như thế và gọi là thiết bị bậc 2).

Đáp ứng của hệ đối với hai tín hiệu vào riêng rẽ là:

$$y_1(n) = x_1^2(n)$$

$$y_2(n) = x_2^2(n)$$

Đáp ứng của hệ với liên hợp tuyến tính hai tín hiệu là:

$$\begin{aligned} y_3(n) &= H[a_1x_1(n) + a_2x_2(n)] = [a_1x_1(n) + a_2x_2(n)]^2 \\ &= a_1^2x_1^2(n) + +2a_1a_2x_1(n)x_2(n) + a_2^2x_2^2(n) \end{aligned}$$

Ngược lại, nếu hệ tuyến tính, nó sẽ tạo ra liên hợp tuyến tính từ hai tín hiệu, tức là:

$$a_1y_1(n) + a_2y_2(n) = a_1x_1^2(n) + a_2x_2^2(n)$$

Vì tín hiệu ra của hệ như đã cho không bằng nhau nên hệ là không tuyến tính.

Bài 1.16

a) Hệ tuyến tính
b) Hệ không tuyến tính.

Bài 1.17

Các hệ thuộc phần a), b) rõ ràng là nhân quả vì đầu ra chỉ phụ thuộc hiện tại và quá khứ của đầu vào.

Bài 1.18

Các hệ ở phần a), b) và c) là không nhân quả vì đầu ra phụ thuộc cả vào giá trị tương lai của đầu vào. Hệ d) cũng không nhân quả vì nếu lựa chọn $n=-1$ thì $y(-1)=x(1)$. Như vậy đầu ra tại $n=-1$, nó nằm cách hai đơn vị thời gian về phía tương lai.

Bài 1.19

$$S_1=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left|h_1(n)\right|=N \qquad (=\sum_{n=0}^{N-1}|1|=N)\rightarrow \text{Hệ ổn định}$$

Bài 1.20

Hệ này không phải là nhân quả. Điều kiện ổn định là :

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}|h(n)|=\sum_{n=0}^{\infty}|a|^n+\sum_{n=-\infty}^{-1}|b|^n$$

Ta xác định được rằng tổng thứ nhất là hội tụ với $|a|<1$, tổng thứ hai có thể được biến đổi như sau:

$$\sum_{n=-\infty}^{-1}|b|^n=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{|b|^n}=\frac{1}{|b|}\left(1+\frac{1}{|b|}+\frac{1}{|b|^2}+\ldots\right)$$
$$=\beta\left(1+\beta+\beta^2+\ldots\right)=\frac{\beta}{1-\beta}$$

ở đây $\beta=1/|b|$ phải nhỏ hơn đơn vị để chuỗi hội tụ . Bởi vậy, hệ là ổn định nếu cả $|a|<1$ và $|b|>1$ đều thoả mãn.

Bài 1.21.

Hướng dẫn

$$h_1(n)=rect_3(n)$$
$$h_2(n)=\delta(n-1)+\delta(n-2)$$
$$h_3(n)=\delta(n-3)$$

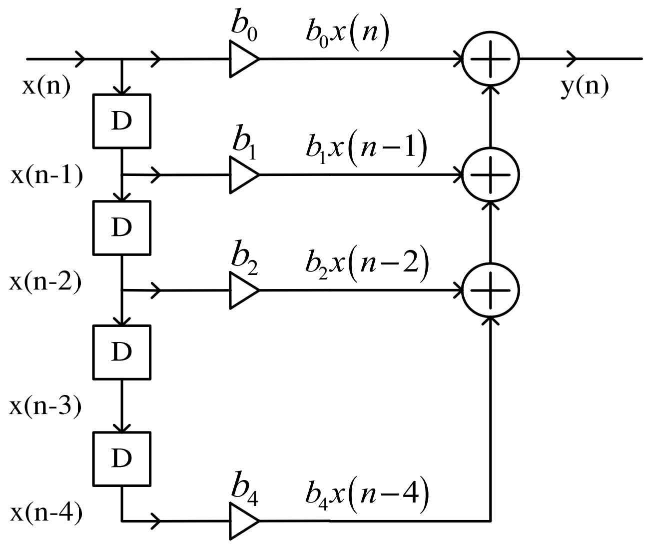
Hướng dẫn:

Thực hiện $h_2(n)+h_3(n)$ rồi sau đó lấy kết quả thu được chập với $h_1(n)$:

$h(n)=h_1(n)*[h_2(n)+h_3(n)]$

Bài 1.22

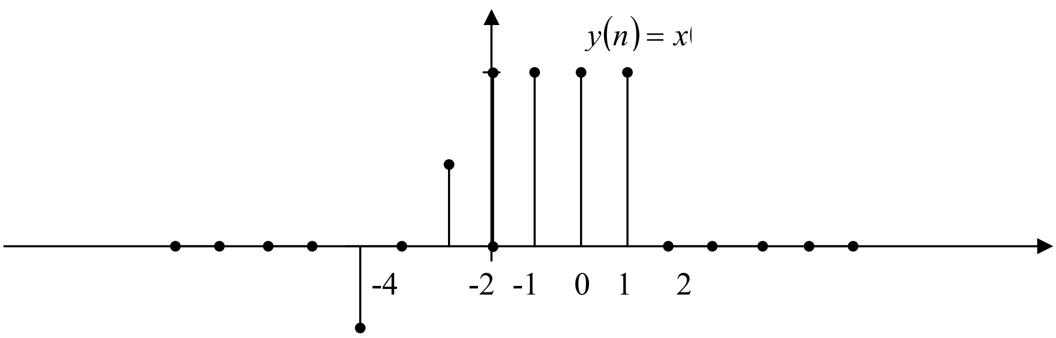
Áp dụng các công cụ thực hiện hệ thống ta vẽ được hệ thống như sau:



Bài 1.23

Ta chú ý rằng tín hiệu $y(n)$ đạt được từ $x(n)$ bằng cách lấy mỗi một mẫu khác từ $x(n)$, bắt đầu với $x(0)$. Chẳng hạn $y(0)=x(0)$, $y(1)=x(2)$, $y(2)=x(4)$,...và $y(-1)=x(-2)$, $y(-2)=x(-4)$,v.v...

Nói cách khác, ta bỏ qua các mẫu ứng với số lẻ trong $x(n)$ và giữ lại các mẫu mang số chẵn. Tín hiệu phải tìm được mô tả như sau:



Bài 1.24

Dạng nghiệm riêng là:

$$y_p(n) = B2^n \qquad n \geq 0$$

Thay $y_p(n)$ vào đầu bài ta có

$$B2^n = \tfrac{5}{6}B2^{n-1} - \tfrac{1}{6}B2^{n-2} + 2^n$$

$$4B = \tfrac{5}{6}(2B) - \tfrac{1}{6}B + 4 \quad \text{và tìm thấy } B = \tfrac{8}{5}$$

Bởi vậy, nghiệm riêng là

$$y_p(n) = \frac{8}{5}2^n \qquad n \geq 0$$

Bài 1.25

Đáp án:

y(n) = (13/50) – (104/75).2^n + (13/6).5^n với $n \geq 0$.

Bài 1.26

Đáp án:

$R_{xx}(-2) = R_{xx}(2) = 1$;

$R_{xx}(-1)= R_{xx}(1)= 2$;

$R_{xx}(0)$.

Lưu ý: hàm tự tương quan bao giờ cũng đạt giá trị cực đại tại n=0.

Bài 1.27

Phương án c)

Bài 1.28

Phương án b)

Bài 1.29

Phương án b)

Bài 1.30

Phương án a)

CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP CHƯƠNG 2

Bài 2.1

Xác định biến đổi z của các tín hiệu hữu hạn sau

a) $x_1(n) = \{1 \quad 2 \quad 5 \quad 7 \quad 0 \quad 1\}$

b) $x_2(n) = \{1 \quad 2 \quad \underset{\uparrow}{5} \quad 7 \quad 0 \quad 1\}$

c) $x_3(n) = \{0 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 5 \quad 7 \quad 0 \quad 1\}$

d) $x_4(n) = \{2 \quad 4 \quad \underset{\uparrow}{5} \quad 7 \quad 0 \quad 1\}$

Bài 2.2

Xác định biến đổi z của các tín hiệu hữu hạn sau

a) $\mathrm{x}_1(\mathrm{n}) = \delta(\mathrm{n} - \mathrm{k}), \quad \mathrm{k} > 0$

b) $\mathrm{x}_2(\mathrm{n}) = \delta(\mathrm{n} + \mathrm{k}), \quad \mathrm{k} > 0$

Bài 2.3

Xác định biến đổi z của tín hiệu:

$$x(n) = \alpha^n u(n) = \begin{cases} a^n & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$$

Bài 2.4

Cho $x(n) = [3(2^n) - 4(3^n)]u(n)$

Xác định X(z).

Bài 2.5

Xác định biến đổi z của tín hiệu:

$$x(n) = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \neq \end{cases}$$

Bài 2.6

Cho $X(z) = \dfrac{z}{z + \dfrac{1}{3}}$

Xác định x(n) bằng phương pháp khai triển thành chuỗi lũy thừa.

Bài 2.7

Cho $H(z) = \dfrac{z+3}{(z^2 + z + 1).(z - \dfrac{1}{2})}$

Xác định điểm cực điêm không hệ thống. Biểu diễn trên mặt phẳng z.

Bài 2.8

Cho $H(z) = \dfrac{3}{(z^2 + z + 1).(z + \frac{1}{4})}$

Xét ổn định hệ thống?

Bài 2.9

Cho tín hiệu $X(z) = \dfrac{z+2}{2z^2 - 7z + 3}$, Hãy xác định x(n) = ?

Bài 2.10

Cho hệ thống có hàm truyền đạt

$$H(z) = \frac{2z+3}{z^2 + \frac{5}{6}z + \frac{1}{6}}$$

a) Xác định điêm cực điểm không của hệ thống.

b) Xét xem hệ thống có ổn định không.

c) Tìm đáp ứng xung h(n) của hệ thống.

Bài 2.11

Cho hệ thống có:

$$H(z) = \frac{z}{2z^2 - 3z + 1}$$

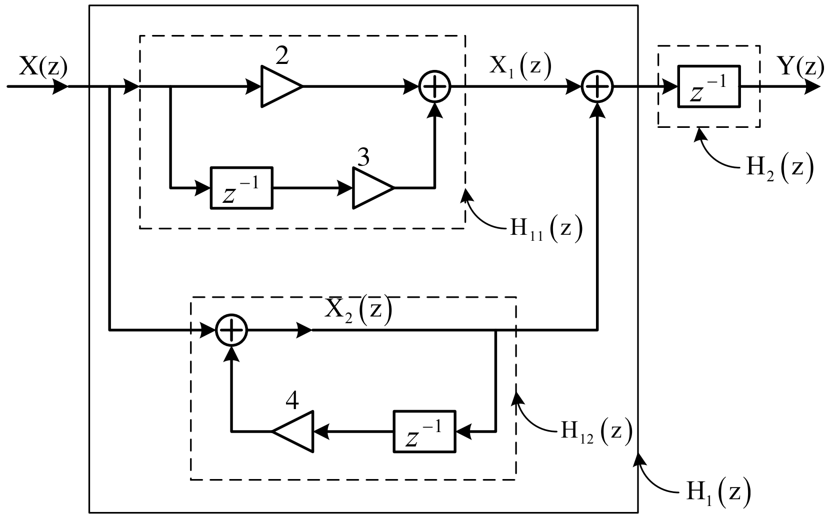
a) Hãy xét xem hệ thống có ổn định không

b) Hãy xác định đáp ứng xung của hệ thống.

c) Xác định h(n) khi $H(z) = \dfrac{z^{2006}}{2z^2 - 3z + 1}$

Bài 2.12

Cho sơ đồ hệ thống:



Hãy xác định hàm truyền đạt H(z)

Bài 2.13

Cho hệ thống có hàm truyền đạt:

$$H(z) = \frac{1}{4 + 3z^{-1} + 2z^{-2} + z^{-3} + z^{-4}}$$

Hãy xét sự ổn định của hệ thống.

Bài 2.14

Tìm hệ thống và đáp ứng mẫu đơn vị của hệ thống được mô tả bằng phương tình sai phân:

$$y(n) = \frac{1}{2} y(n-1) + 2x(n)$$

Bài 2.15

Cho tín hiệu $x(n) = \left(\frac{3}{2}\right)^n u(n)$

Biến đổi z của nó sẽ là:

a) $X(z) = \dfrac{z}{z - \frac{3}{2}}$ với $|z| > \dfrac{3}{2}$

b) $X(z) = \dfrac{1}{1 + \frac{3}{2} z^{-1}}$ với $|z| > \dfrac{3}{2}$

c) $X(z) = \dfrac{1}{1 - \frac{3}{2} z^{-1}}$ với $|z| < \dfrac{3}{2}$

d) $X(z) = \dfrac{z}{z + \frac{3}{2}}$ với $|z| > \dfrac{3}{2}$

Bài 2.16

Cách biểu diễn nào sau đây thường được dùng biểu diễn hàm truyền đạt H(Z) của hệ thống:

a) $H(z)=\dfrac{\sum_{r=0}^{M} b_r z^{-r}}{\sum_{k=1}^{N} a_k z^{-k}}$

b) $H(z)=\dfrac{\sum_{r=0}^{M} b_r z^{-r}}{1+\sum_{k=1}^{N} a_k z^{-k}}$

c) $H(z)=\dfrac{\sum_{r=0}^{M} b_r z^{r}}{1+\sum_{k=1}^{N} a_k z^{k}}$

d) $H(z)=\dfrac{\sum_{r=0}^{M-1} b_r z^{-r}}{1+\sum_{k=1}^{N-1} a_k z^{-k}}$

Bài 2.17

Cho tín hiệu x(n) = $n\,a^n\,u(n)$ hãy cho biết trường hợp nào sau đây là biến đổi X(z) của nó:

a) $\dfrac{z^{-1}}{\left(1-az^{-1}\right)^2}$ với $|z|>|a|$

b) $\dfrac{az^{-1}}{\left(1-az^{-1}\right)^2}$ với $|z|>|a|$

c) $\dfrac{az^{-1}}{\left(1-az^{-1}\right)^2}$ với $|z|<|a|$

d) $\dfrac{az}{\left(1-az^{-1}\right)^2}$ với $|z|>|a|$

Bài 2.18

Phần tử Z^{-1} trong hệ thống rời rạc là phần tử:

a) phần tử trễ

b) phần tử tích phân

c) phần tử vi phân

c) phần tử nghịch đảo

Bài 2.19

Hệ thống số đặc trưng bởi hàm truyền đạt H(z) sẽ ổn định nếu:

a) Tất cả các điểm không (Zero) z_{or} phân bố bên trong vòng tròn đơn vị.

b) Tất cả các điểm cực (Pole) z_{pk} của hệ thống phân bố bên trong vòng tròn đơn vị.

c) Tất cả các điểm cực (Pole) z_{pk} của hệ thống phân bố bên ngoài vòng tròn đơn vị.

d) Tất cả các điểm không (Zero) z_{or} phân bố bên ngoài vòng tròn đơn vị.

Bài 2.20

Phương án nào sau đây thể hiện hàm truyền đạt của hệ thống biểu diễn theo dạng điểm cực và điểm không?

a) $H(z)=G.\dfrac{\sum_{r=1}^{M}\left(z-z_{0r}\right)}{\sum_{k=1}^{N}\left(z-z_{0k}\right)}$

b) $H(z)=G.\dfrac{\sum_{k=1}^{N}\left(z-z_{pk}\right)}{\sum_{r=1}^{M}\left(z-z_{0r}\right)}$

c) $H(z)=G.\dfrac{\prod_{r=1}^{M}(z-z_{0r})}{\prod_{k=1}^{N}(z-z_{pk})}$

d) $H(z)=G.\dfrac{\prod_{r=0}^{M}(z-z_{0r})}{\prod_{k=0}^{N}(z-z_{pk})}$

ĐÁP ÁN CHƯƠNG II

Bài 2.1

Đáp án

a) $X_1(z)=1+2z^{-1}+5z^{-2}+7z^{-3}+z^{-5}$, RC cả mặt phẳng z, trừ $z=0$.

b) $X_2(z)=z^2+2z+5+7z^{-1}+z^{-3}$, RC: cả mặt phẳng z, trừ $z=0$ và $z=\infty$

c) $X_3(z)=z^{-2}+2z^{-3}+5z^{-4}+7z^{-5}+z^{-7}$, RC: cả mặt phẳng z, trừ $z=0$.

d) $X_4(z)=2z^2+4z+5+7z^{-1}+z^{-3}$, RC: cả mặt phẳng z, trừ $z=0$ và $z=\infty$

Bài 2.2

Đáp án:

a) $\mathrm{X}_1(\mathrm{z})=\mathrm{z}^{-\mathrm{k}}$ [nghĩa là, $\delta(\mathrm{n}-\mathrm{k})\overset{\mathrm{ZT}}{\leftrightarrow}\mathrm{z}^{-\mathrm{k}}$], $k>0$, RC: cả mặt phẳng z, trừ $z=0$.

b) $\mathrm{X}_2(\mathrm{z})=\mathrm{z}^{\mathrm{k}}$ [nghĩa là, $\delta(\mathrm{n}+\mathrm{k})\overset{\mathrm{ZT}}{\leftrightarrow}\mathrm{z}^{\mathrm{k}}$], k > 0, RC: cả mặt phẳng z, trừ $z=\infty$.

Bài 2.3

Theo định nghĩa ta có:

$$X(z)=\sum_{n=0}^{\infty}\alpha^n z^{-n}=\sum_{n=0}^{\infty}\left(\alpha z^{-1}\right)^n$$

Nếu $\left|\alpha z^{-1}\right|<1$ hoặc tương ứng $|z|>|\alpha|$, thì chuỗi này hội tụ đến $1/\left(1-\alpha z^{-1}\right)$.

Như vậy, ta sẽ có cặp biến đổi z.

$$\mathrm{x}(\mathrm{n})=\alpha^{\mathrm{n}}\,\mathrm{u}(\mathrm{n})\overset{\mathrm{z}}{\leftrightarrow}\mathrm{X}(\mathrm{z})=\frac{1}{1-\alpha\,\mathrm{z}^{-1}}\qquad \mathrm{RC}:|\mathrm{z}|>|\alpha|$$

Miền hội tụ RC là miền nằm ngoài đường tròn có bán kính $|\alpha|$.

Lưu ý rằng, nói chung, α cần không phải là số thực.

Bài 2.4

Đáp án

$$X(z) = \frac{3}{1-2z^{-1}} - \frac{4}{1-3z^{-1}} \qquad \text{RC}: |z| > 3$$

Bài 2.5

Ta có:

$$X(z) = \sum_{n=0}^{N-1} 1.z^{-n} = 1 + z^{-1} + \ldots + z^{-(N-1)} = \begin{cases} N & z = 1 \\ \dfrac{1-z^{-N}}{1-z^{-1}} & z \neq 1 \end{cases}$$

vì $x(n)$ là hữu hạn, nên RC của nó là cả mặt phẳng z, trừ $z = 0$.

Bài 2.6

Đáp án:

Thực hiện giống ví dụ 2.5 ta có:

$x(n) = (-1/3)^n. u(n)$

Bài 2.7

Điểm cực: $z_{p1,\,p2} = (-1/2) \pm j(3/2)$; $z_{p3} = ½$.

Điểm không: $z_{o1} = -3$

Bài 2.8

Đáp án: Hệ thống không ổn định

Bài 2.9

Ta có:

$$\frac{X(z)}{z} = \frac{z+2}{(2z^2 - 7z + 3)z} \text{ có 3 điểm cực } z_{p1} = \frac{1}{2},\ z_{p2} = 3,\ z_{p3} = 0$$

$$\frac{X(z)}{z} = \frac{z+2}{2\left(z - \frac{1}{2}\right)(z-3)z} = \frac{A_1}{2\left(z - \frac{1}{2}\right)} + \frac{A_2}{z-3} + \frac{A_3}{z}$$

Đều là cực đơn nên:

$$A_1 = \cancel{\left(z - \frac{1}{2}\right)} \frac{z+2}{2\cancel{\left(z - \frac{1}{2}\right)}(z-3)z}\Bigg|_{z=\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}+2}{2\left(\frac{1}{2} - 3\right).\frac{1}{2}} = \frac{\frac{5}{2}}{1\left(-\frac{5}{2}\right)\frac{1}{2}} = -1$$

$$A_2 = \cancel{(z-3)}\frac{z+2}{2\left(z-\frac{1}{2}\right)\cancel{(z-3)}z}\Bigg|_{z=3} = \frac{3+2}{2\left(3-\frac{1}{2}\right).3} = \frac{5}{6.\frac{5}{2}} = \frac{1}{3}$$

$$A_3 = \cancel{z}\frac{z+2}{2\left(z-\frac{1}{2}\right)(z-3)\cancel{z}}\Bigg|_{z=0} = \frac{0+2}{2\left(-\frac{1}{2}\right)(-3)} = \frac{2}{3}$$

Vậy: $\dfrac{X(z)}{z} = \dfrac{-1}{2\left(z-\frac{1}{2}\right)} + \dfrac{\frac{1}{3}}{z-3} + \dfrac{\frac{1}{3}}{z}$

$$X(z) = -\frac{1}{2}\frac{z}{z-\frac{1}{2}} + \frac{1}{3}\frac{z}{z-3} + \frac{1}{3}$$

m = 0 thì

$$x(n) = \left(-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^n u(n) + \frac{1}{3}3^n u(n) + \frac{2}{3}\delta(n)$$

Như vậy đã hoàn thành biến đổi Z ngược.

Bài 2.10

Đáp án:

a) Hệ có 1 điêrm không z_{01} = -3/2; hai điểm cực là z_{p1} = -1/3 và z_{p2} = -1/2

b) Căn cứ vào các điểm cực đều nằm trong vòng tròn đơn vị ta thấy hệ thống ổn định.

c/ Tìm h(n) giống bài tập 2.9

Bài 2.11

Đáp án:

a) Hệ thống không ổn định

b) h(n) = 2.u(n) – 2.$(1/2)^n$ .u(n)

c) Dựa vào kết quả câu b) và tính chất trễ ta có

h(n) = 2.u(n+2006) – 2.$(1/2)^{2006}$u(n+2006)

Bài 2.12

Áp dụng: Trong miền z: song song thì cộng, nối tiếp thì nhân.

Phân tích ra $H_1(z)$, $H_2(z)$, …

$$H(z) = H_1(z).H_2(z)$$

$$H_1(z) = H_{11}(z) + H_{12}(z)$$

$$H_{11}(z) = \frac{X_1(z)}{X(z)}$$

$$X_1(z) = 2X(z) + 3z^{-1}X(z)$$

$$H_{11}(z) = 2 + 3z^{-1}$$

$$H_{12}(z) = \frac{X_2(z)}{X(z)}$$

$$X_2(z) = X(z) + 4z^{-1}X_2(z)$$

$$X(z) = X_2(z)\left(1 - 4z^{-1}\right)$$

$$H_{12}(z) = \frac{1}{1 - 4z^{-1}}$$

$$H_1(z) = 2 + 3z^{-1} + \frac{1}{1 - 4z^{-1}}$$

$$H_2(z) = z^{-1}$$

$$H(z) = \left(2 + 3z^{-1} + \frac{1}{1 - 4z^{-1}}\right)z^{-1}$$

Bài 2.13

Áp dụng tiêu chuẩn Jury. Hệ ổn định

Bài 2.14

Bằng cách tính biến đổi z của phương trình sai phân, ta có:

$$Y(z) = \frac{1}{2}z^{-1}Y(z) + 2X(z)$$

Do vậy hàm hệ thống là:

$$\frac{Y(z)}{X(z)} \equiv H(z) = \frac{2}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}}$$

Hệ thống này có một cực tại $z = \frac{1}{2}$ và một zero tại gốc 0.

Ta có:

$$h(n) = 2\left(\frac{1}{2}\right)^n u(n)$$

Đây là đáp ứng xung đơn vị của hệ thống.

Bài 2.15

Phương án a)

Bài 2.16

Phương án b)

Bài 2.17

Phương án b)

Bài 2.18

Phương án a)

Bài 2.19

Phương án b)

Bài 2.20

Phương án c)

CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP CHƯƠNG 3

Bài 3.1

Xác định biến đổi Fourier của tín hiệu

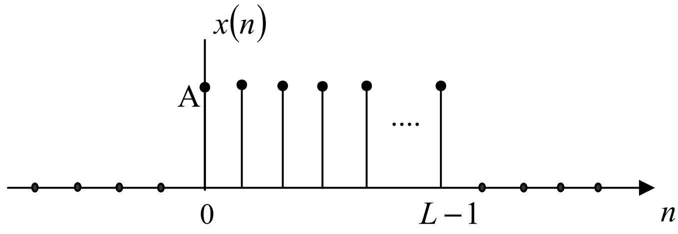
$$x(n) = a^{|n|} \qquad -1 < a < 1$$

Bài 3.2

Tìm biến đổi Fourier và phổ biên độ của dãy

$$x(n) = \begin{cases} A & 0 \le n \le L-1 \\ 0 & \ne \end{cases}$$

với minh hoạ như hình sau



Bài 3.3

Hãy tính phép chập các dãy $x_1(n) * x_2(n)$ với

$$x_1(n) = x_2(n) = \left\{ 1,\ \underset{\substack{\rightarrow \\ 0}}{1},\ 1 \right\}$$

thông qua biến đổi Fourier.

Bài 3.4

Xác định mật độ phổ năng lượng $S_{xx}(e^{j\omega})$ của tín hiệu

$$x(n) = a^n u(n) \quad -1 < a < 1$$

Bài 3.5

Cho $x(n) = a^n u(n)$ với $a = 0.5$ và $a = -0.5$. Hãy biểu diễn mật độ phổ năng lượng $S_{xx}(e^{j\omega})$

Bài 3.6

Cho tín hiệu $x(n) = \left(\frac{3}{4}\right)^n u(n)$. Phổ của tín hiệu sẽ là đáp án nào sau đây:

a) Không tồn tại. b) $X\left(e^{j\omega}\right)=\dfrac{1}{1+\dfrac{3}{4}e^{-j\omega}}$

c) $X\left(e^{j\omega}\right)=\dfrac{1}{1-\dfrac{3}{4}e^{j\omega}}$ d) $X\left(e^{j\omega}\right)=\dfrac{1}{1-\dfrac{3}{4}e^{-j\omega}}$

Bài 3.7

Cho tín hiệu $x(n)=\left(\dfrac{4}{3}\right)^{n}u(n)$. Phổ của tín hiệu sẽ là đáp án nào sau đây:

a) Không tồn tại. b) $X\left(e^{j\omega}\right)=\dfrac{1}{1+\dfrac{4}{3}e^{-j\omega}}$

c) $X\left(e^{j\omega}\right)=\dfrac{1}{1-\dfrac{4}{3}e^{j\omega}}$ d) $X\left(e^{j\omega}\right)=\dfrac{1}{1-\dfrac{4}{3}e^{-j\omega}}$

Bài 3.8

Thành phần tương ứng của $x(n-k)$ khi chuyển sang miền tần số ω sẽ là:

a) $e^{j\omega k}X\left(e^{j\omega}\right)$ b) $e^{j\omega k}X\left(e^{-j\omega}\right)$

c) $e^{-j\omega k}X\left(e^{-j\omega}\right)$ d) $e^{-j\omega k}X\left(e^{j\omega}\right)$

Bài 3.9

Thành phần tương ứng của $x(n)\cos\omega_0 n$ khi chuyển sang miền tần số ω sẽ là:

a) $\dfrac{1}{2}X(\omega+\omega_0)$ b) $\dfrac{1}{2}X(\omega-\omega_0)$

c) $\dfrac{1}{2}X(\omega+\omega_0)+\dfrac{1}{2}X(\omega-\omega_0)$ d) $\dfrac{1}{2}X(\omega+\omega_0)-\dfrac{1}{2}X(\omega-\omega_0)$

Bài 3.10

Thành phần tương ứng của $e^{j\omega_0 n}x(n)$ khi chuyển sang miền tần số ω sẽ là:

a) $X\left(e^{j(\omega+\omega_0)}\right)$ b) $X\left(e^{j(\omega-\omega_0)}\right)$

c) $e^{j\omega_0}X\left(e^{j(\omega-\omega_0)}\right)$ d) $e^{j\omega_0}X\left(e^{j(\omega+\omega_0)}\right)$

Bài 3.11

Khi nào pha của bộ lọc số lý tưởng bằng 0 thì quan hệ giữa đáp ứng tần số và đáp ứng biên độ tần số sẽ là:

a) $\mathrm{H}\left(e^{j\omega}\right)=\left|\mathrm{H}\left(e^{j\omega}\right)\right|$

b) $\mathrm{H}\left(e^{j\omega}\right)=-\left|\mathrm{H}\left(e^{j\omega}\right)\right|$

c) $\mathrm{H}\left(e^{j\omega}\right)=\left|\mathrm{H}\left(e^{j\omega}\right)\right|e^{j\omega}$

d) $\mathrm{H}\left(e^{j\omega}\right)=-\left|\mathrm{H}\left(e^{j\omega}\right)\right|e^{j\omega}$

Bài 3.12

Đáp ứng xung h(n) của bộ lọc số thông thấp lý tưởng pha 0 được biểu diễn ở dạng nào sau đây:

a) $h\left(n\right)=-\dfrac{\omega_c}{\pi}\dfrac{\sin\omega_c n}{\omega_c n}$

b) $h\left(n\right)=\dfrac{\sin\omega_c n}{\pi.n}$

c) $h\left(n\right)=\dfrac{\omega_c}{\pi}\dfrac{\sin\omega_c n}{\omega_c n}$

d) $h\left(n\right)=\dfrac{\omega_c}{\pi}\dfrac{\sin\omega_c n}{n}$

Bài 3.13

Đáp ứng xung h(n) của bộ lọc số thông cao lý tưởng pha 0 được biểu diễn ở dạng nào sau đây:

a) $h\left(n\right)=\delta(n)-\dfrac{\omega_c}{\pi}\dfrac{\sin\omega_c n}{\omega_c n}$

b) $h\left(n\right)=\delta(n)-\dfrac{\sin\omega_c n}{\pi.n}$

c) $h\left(n\right)=\delta(n)+\dfrac{\omega_c}{\pi}\dfrac{\sin\omega_c n}{\omega_c n}$

d) $h\left(n\right)=\delta(n)-\dfrac{\omega_c}{\pi}\dfrac{\sin\omega_c n}{n}$

Bài 3.14

Đáp ứng xung h(n) của bộ lọc số thông dải lý tưởng pha 0 với tần số cắt $\omega_{c1} < \omega_{c2}$ được biểu diễn ở dạng nào sau đây:

a) $h\left(n\right)=\dfrac{\omega_{c2}}{\pi}\dfrac{\sin\omega_{c2} n}{\omega_{c2} n}+\dfrac{\omega_{c1}}{\pi}\dfrac{\sin\omega_{c1} n}{\omega_{c1} n}$

b) $h\left(n\right)=\dfrac{\omega_{c2}}{\pi}\dfrac{\sin\omega_{c2} n}{\omega_{c2} n}-\dfrac{\omega_{c1}}{\pi}\dfrac{\sin\omega_{c1} n}{\omega_{c1} n}$

c) $h\left(n\right)=-\dfrac{\omega_{c2}}{\pi}\dfrac{\sin\omega_{c2} n}{\omega_{c2} n}-\dfrac{\omega_{c1}}{\pi}\dfrac{\sin\omega_{c1} n}{\omega_{c1} n}$

d) $h\left(n\right)=\dfrac{\omega_{c1}}{\pi}\dfrac{\sin\omega_{c1} n}{\omega_{c1} n}-\dfrac{\omega_{c2}}{\pi}\dfrac{\sin\omega_{c2} n}{\omega_{c2} n}$

Bài 3.15

Đáp ứng xung h(n) của bộ lọc số chắn dải lý tưởng pha 0 với tần số cắt $\omega_{c1} < \omega_{c2}$ được biểu diễn ở dạng nào sau đây:

a) $h\left(n\right)=\delta(n)-\dfrac{\omega_{c1}}{\pi}\dfrac{\sin\omega_{c1} n}{\omega_{c1} n}+\dfrac{\omega_{c2}}{\pi}\dfrac{\sin\omega_{c2} n}{\omega_{c2} n}$

b) $h\left(n\right)=\delta(n)-\dfrac{\omega_{c2}}{\pi}\dfrac{\sin\omega_{c2} n}{\omega_{c2} n}-\dfrac{\omega_{c1}}{\pi}\dfrac{\sin\omega_{c1} n}{\omega_{c1} n}$

c) $h(n) = \delta(n) + \frac{\omega_{c2}}{\pi}\frac{\sin\omega_{c2}n}{\omega_{c2}n} - \frac{\omega_{c1}}{\pi}\frac{\sin\omega_{c1}n}{\omega_{c1}n}$

d) $h(n) = \delta(n) - \frac{\omega_{c2}}{\pi}\frac{\sin\omega_{c2}n}{\omega_{c2}n} + \frac{\omega_{c1}}{\pi}\frac{\sin\omega_{c1}n}{\omega_{c1}n}$

Bài 3.16

Chất lượng bộ lọc số tốt khi:

a) + Độ gợn sóng dải thông δ_1, dải chắn δ_2 đều nhỏ.

+ Tần số giới hạn dải thông ω_p, tần số giới hạn dải chắn ω_s cách xa nhau (nghĩa là dải quá độ lớn).

b) + Độ gợn sóng dải thông δ_1, dải chắn δ_2 lớn.

+ Tần số giới hạn dải thông ω_p, tần số giới hạn dải chắn ω_s gần nhau (nghĩa là dải quá độ nhỏ).

c) + Độ gợn sóng dải thông δ_1, dải chắn δ_2 đều nhỏ.

+ Tần số giới hạn dải thông ω_p, tần số giới hạn dải chắn ω_s gần nhau (nghĩa là dải quá độ nhỏ).

d) + Độ gợn sóng dải thông δ_1, dải chắn δ_2 đều lớn.

+ Tần số giới hạn dải thông ω_p, tần số giới hạn dải chắn ω_s cách xa nhau(nghĩa là dải quá độ lớn).

Bài 3.17

Những câu trả lời nào sau đây là đúng:

a) Biến đổi Fuorier là trường hợp riêng của biến đổi Z

b) Biến đổi Z là trường hợp riêng của biến đổi Fourier

c) Biến đổi Fourier là biến đổi Z thực hiện trên vòng tròn đơn vị

d) Biến đổi Fourier hoàn toàn độc lập với biến đổi Z.

Bài 3.18

Các tín hiệu trong miền tần số ω có tính chất:

a) Tuần hoàn với chu kỳ là π

b) Tuần hoàn với chu kỳ là 2π

c) Không phải là tín hiệu tuần hoàn

d) Tuần hoàn khi $\omega \geq 0$.

ĐÁP ÁN CHƯƠNG III

Bài 3.1

Ta phân ra làm 2 trường hợp n < 0 và n > 0 ứng với các tín hiệu $x_1(n)$ và $x_2(n)$ như vậy ta có kết quả:

$$\begin{aligned} X(\omega) &= X_1(\omega) + X_2(\omega) \\ &= \frac{1-a^2}{1-2a\cos\omega + a^2} \end{aligned}$$

Bài 3.2

Vì $x(n)$ là một khả tổng tuyệt đối nên biến đổi Fourier của nó tồn tại. Hơn nữa, $x(n)$ là tín hiệu năng lượng hữu hạn với $E_x = |A|^2 L$. Biến đổi Fourier của tín hiệu này là

$$X\left(e^{j\omega}\right) = \sum_{n=0}^{L-1} A e^{-j\omega n} = A\frac{1-e^{-j\omega L}}{1-e^{-j\omega}}$$

$$X\left(e^{j\omega}\right) = A e^{-j\left(\frac{\omega}{2}\right)(L-1)} \frac{\sin(\omega L/2)}{\sin(\omega/2)}$$

Với $\omega = 0$, biến đổi ta có $X\left(e^{j0}\right) = |A|L$.

Phổ biên độ của $x(n)$ có dạng

$$|X(\omega)| = \begin{cases} |A|L & \omega = 0 \\ |A|\dfrac{\sin(\omega L/2)}{\sin(\omega/2)} & \neq \end{cases}$$

Bài 3.3

Sử dụng biến đổi Fourier, ta có

$$X_1\left(e^{j\omega}\right) = X_2\left(e^{j\omega}\right) = 1 + 2\cos\omega$$

Do đó

$$\begin{aligned} X(e^{j\omega}) &= X_1(e^{j\omega})X_2(e^{j\omega}) = (1+2\cos\omega)^2 \\ &= 3 + 4\cos\omega + 2\cos 2\omega \\ &= 3 + 2(e^{j\omega} + e^{-j\omega}) + (e^{j2\omega} + e^{-j2\omega}) \end{aligned}$$

Biến đổi Fourier ngược ta có:

$$x(n) = \left\{1 \quad 2 \quad \underset{0}{\underset{\rightarrow}{3}} \quad 2 \quad 1\right\}$$

Kết quả này trùng với kết quả nếu ta tính tích chập trên bằng phương pháp đồ thị.

Bài 3.4

Vì $|a| < 1$ nên dãy $x(n)$ là một khả tổng tuyệt đối. Có thể thẩm tra lại bằng cách dùng công thức tổng cấp số nhân, nghĩa là

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)| = \sum_{n=0}^{\infty} |a|^n = \frac{1}{1-|a|} < \infty$$

Vì thế biến đổi Fourier của $x(n)$ tồn tại như vậy:

$$X(\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} a^n e^{-j\omega n} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(ae^{-j\omega}\right)^n$$

Vì $\left|ae^{-j\omega}\right| = |a| < 1$, nên

$$X(\omega) = \frac{1}{1 - ae^{-j\omega}}$$

Phổ mật độ năng lượng là

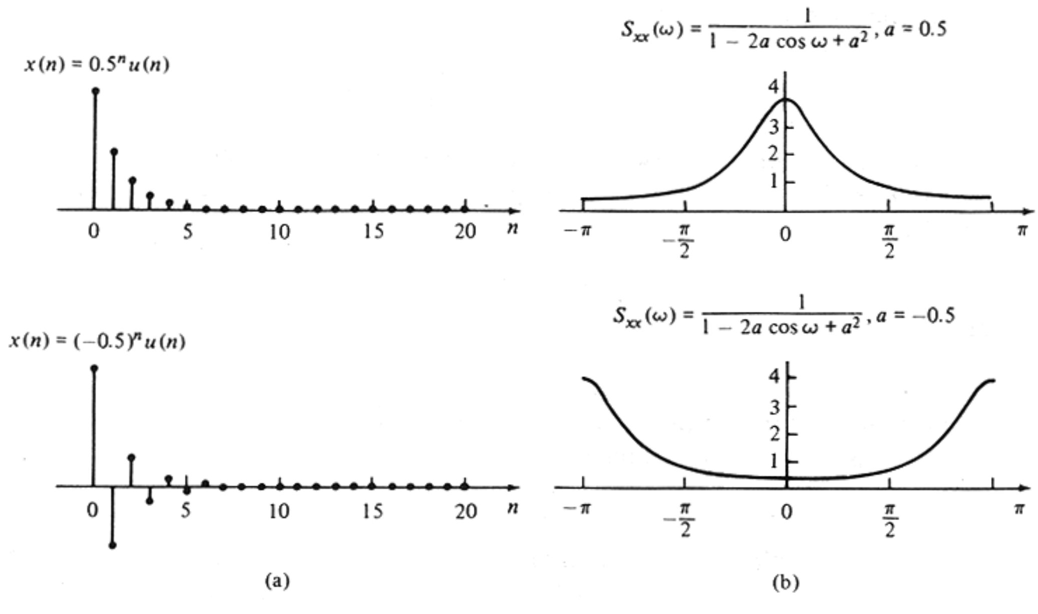
$$S_{xx}(\omega) = |X(\omega)|^2 = X(\omega)X^*(\omega) = \frac{1}{\left(1 - ae^{-j\omega}\right)\left(1 - ae^{j\omega}\right)}$$

hoặc tương đương

$$S_{xx}(\omega) = \frac{1}{2 - 2a\cos\omega + a^2}$$

Bài 3.5

Hình biểu diễn tín hiệu $x(n)$ và phổ tương ứng của nó khi $a = 0.5$ và $a = -0.5$. Nhận xét: khi $a = -0.5$ tín hiệu biến đổi nhanh hơn và phổ lớn hơn ở các tần số cao.



Bài 3.6

Đáp án: Phương án d)

Bài 3.7

Đáp án: Phương án a)

Bài 3.8

Đáp án: Phương án d)

Bài 3.9

Đáp án: Phương án c)

Bài 3.10

Đáp án: Phương án b)

Bài 3.11

Đáp án: Phương án a).

Bài 3.12

Đáp án: Phương án c)

Bài 3.13

Đáp án: Phương án a)

Bài 3.14

Đáp án: Phương án b)

Bài 3.15

Đáp án: Phương án d)

Bài 3.16

Đáp án: Phương án c)

Bài 3.17

Đáp án: Phương án a) và c)

Bài 3.18

Đáp án: Phương án b)

CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP CHƯƠNG 4

Bài 4.1

Cho dãy tuần hoàn $\tilde{x}(n)$

$$\tilde{x}(n) = \begin{cases} 1 & 0 \le n \le 5 \\ 0 & 6 \le n \le 11 \end{cases} \qquad \text{chu kỳ N = 12.}$$

Hãy xác định $\tilde{X}(k)$.

Bài 4.2

Cho dãy tuần hoàn chu kỳ 4 như sau:

$$\tilde{x}(n)_4 = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 2 & n = 1 \\ 4 & n = 2 \\ 3 & n = 4 \end{cases} \quad \text{hãy xác định } \tilde{X}(k)$$

Bài 4.3

Cho:

$$\tilde{x}(n)_4 = \begin{cases} 4 & n = 0 \\ 3 & n = 1 \\ 2 & n = 2 \\ 1 & n = 4 \end{cases} \quad \text{hãy xác định } \tilde{X}(k)$$

Bài 4.4

Cho tín hiệu có chiều dài hữu hạn:

$$\mathrm{x}(\mathrm{n}) = \begin{cases} 1 & 0 \le \mathrm{n} \le \mathrm{L} - 1 \\ 0 & \mathrm{n} \ne \end{cases}$$

Hãy tính biến đổi DFT của dãy x(n) có chiều dài N với $N \ge L$

Bài 4.5

Hãy chứng minh:

$$\sum_{n=0}^{N-1} e^{-j\frac{2\pi}{N}n.r} = \begin{cases} N & r = l.N \\ 0 & n \ne \end{cases}$$

l: nguyên

Bài 4.6

Cho hai dãy

$$x_1(n)_4 = \delta(n-1)$$

$$x(n)_4 = \begin{cases} 1-\dfrac{n}{4} & 0 \le n \le 4 \\ 0 & n \ne \end{cases}$$

Hãy xác định phép chập vòng của 2 dãy trên

Bài 4.7

Biến đổi DFT của một tín hiệu tuần hoàn chu kỳ N $\tilde{x}(n)_N$ sẽ là:

a) $\tilde{X}(k) = \dfrac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\tilde{x}(n).e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$ b) $\tilde{X}(k) = \sum_{n=0}^{N-1}\tilde{x}(n).e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$

c) $\tilde{X}(k) = \sum_{n=0}^{N-1}\tilde{x}(n).e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$ d) $\tilde{X}(k) = \dfrac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\tilde{x}(n).e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$

Bài 4.8

Biến đổi ngược IDFT của một tín hiệu $\tilde{X}(k)$ chu kỳ N sẽ là:

a) $\tilde{x}(n) = \dfrac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\tilde{X}(k).e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$ b) $\tilde{x}(n) = \sum_{k=0}^{N-1}\tilde{X}(k).e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$

c) $\tilde{x}(n) = \sum_{k=0}^{N-1}\tilde{X}(k).e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$ d) $\tilde{x}(n) = \dfrac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\tilde{X}(k).e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$

Bài 4.9

Cặp biến đổi xuôi, ngược DFT đối với dãy có chiều dài $x(n)_N$ sẽ là:

a) $X(k) = \begin{cases} \dfrac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}x(n)W_N^{kn} & 0 \le k \le N-1 \\ 0 & k \ne \end{cases}$ và $x(n) = \begin{cases} \dfrac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}X(k)W_N^{-kn} & 0 \le n \le N-1 \\ 0 & n \ne \end{cases}$

b) $X(k) = \begin{cases} \sum_{n=0}^{N-1}x(n)W_N^{kn} & 0 \le k \le N-1 \\ 0 & k \ne \end{cases}$ và $x(n) = \begin{cases} \dfrac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}X(k)W_N^{-kn} & 0 \le n \le N-1 \\ 0 & n \ne \end{cases}$

c) $X(k) = \begin{cases} \dfrac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}x(n)W_N^{kn} & 0 \le k \le N-1 \\ 0 & k \ne \end{cases}$ và $x(n) = \begin{cases} \dfrac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}X(k)W_N^{-kn} & 0 \le n \le N-1 \\ 0 & n \ne \end{cases}$

d) $X(k) = \begin{cases} \sum_{n=0}^{N-1}x(n)W_N^{kn} & 0 \le k \le N-1 \\ 0 & k \ne \end{cases}$ và $x(n) = \begin{cases} \sum_{k=0}^{N-1}X(k)W_N^{-kn} & 0 \le n \le N-1 \\ 0 & n \ne \end{cases}$

Bài 4.10

Ta có thể tính phép chập tuyến tính hai dãy $x_1(n)$ và $x_2(n)$ có chiều dài $L[x_1(n)]=N_1$ và $L[x_2(n)]=N_2$ thông qua biến đổi DFT nếu ta chọn chiều dài thực hiện biến đổi DFT là:

a) $N \geq N_1 + N_2 - 1$

b) $N \leq N_1 + N_2 - 1$

c) $N < N_1 + N_2 - 1$

d) $N > N_1 + N_2 - 1$

ĐÁP ÁN CHƯƠNG IV

Bài 4.1

Hướng dẫn: Cách làm tương tự ví dụ 4.1

Bài 4.2

Đây là dãy tuần hoàn chu kỳ N=4

Dựa vào biến đổi DFT $\tilde{X}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{x}(n).e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$

Ta có:

$$e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} = e^{-j\frac{2\pi}{4}kn} = e^{-j\frac{\pi}{2}kn} = (e^{-j\frac{\pi}{2}})^{k.n}$$
$$= (-j)^{k.n}$$

Từ đây ta thay vào có:

$$\tilde{X}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{x}(n).(j)^{-kn}$$

Vậy:

$$\tilde{X}(0) = \sum_{n=0}^{3} \tilde{x}(n).(j)^{-0.n} = 10$$

$$\tilde{X}(1) = \sum_{n=0}^{3} \tilde{x}(n).(j)^{-1.n} = -3 + j$$

$$\tilde{X}(2) = \sum_{n=0}^{3} \tilde{x}(n).(j)^{-2.n} = 0$$

$$\tilde{X}(3) = \sum_{n=0}^{3} \tilde{x}(n).(j)^{-3.n} = -3 - j$$

Bài 4.3

Hướng dẫn: Giải tương tự bài trên

Bài 4.4

Đáp án:

$$X(k) = \frac{1 - e^{-j2\pi kn/N}}{1 - e^{-j2\pi k/N}} \qquad k = 0,1,...., N-1$$
$$= \frac{\sin(\pi kL/N)}{N\sin(\pi k/N)} e^{-j\pi k(L-1)/N}$$

Bài 4.6

Đáp án: Cách làm tương tự ví dụ 4.6 và ta có:

$$x_3(n)_4 = x_1(n)_4 (*)_4 x_2(n)_4 = \sum_{m=0}^{3} x_1(m)_4 x_2(n-m)_4 = x_2(n-1)_4$$

Tức $x_3(0)_4 = 1/4$; $x_3(1)_4 = 1$; $x_3(2)_4 = 3/4$; $x_3(3)_4 = 1/2$.

Bài 4.7

Đáp án: Phương án b)

Bài 4.8

Đáp án: Phương án d)

Bài 4.9

Đáp án: Phương án b)

Bài 4.10

Đáp án đúng: a)

CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP CHƯƠNG 5

Bài 5.1

Cho bộ lọc FIR loại 1 với N=7 có đáp ứng xung h(n) được xác định h(0)=1, h(1)=2, h(2)=3, h(3)= 4.

Tìm α và đáp ứng xung h(n)

Bài 5.2

Cho bộ lọc FIR loại 2 với N=6 có đáp ứng xung h(n) được xác định h(0)=1, h(1)=2, h(2)=3. Tìm α và đáp ứng xung h(n).

Bài 5.3

Cho bộ lọc FIR loại 3 với N=7 có đáp ứng xung h(n) được xác định h(0)=1, h(1)=2, h(2)=3. Tìm α và đáp ứng xung h(n).

Bài 5.4

Cho bộ lọc FIR loại 4 với N=6 có đáp ứng xung h(n) được xác định h(0)=1, h(1)=2, h(2)=3. Tìm α và đáp ứng xung h(n).

Bài 5.5

Hãy thiết kế bộ lọc số FIR thông cao pha tuyến tính, dùng cửa sổ Barlett với N = 9, $\omega_c = \dfrac{\pi}{4}$.

Bài 5.6

Hãy thiết kế bộ lọc số FIR thông cao pha tuyến tính, dùng cửa sổ chữ nhật với N = 9, $\omega_c = \dfrac{\pi}{4}$.

Bài 5.7

Hãy thiết kế bộ lọc số FIR thông dải pha tuyến tính, dùng cửa sổ chữ nhật với N = 9, $\omega_{c1} = \dfrac{\pi}{4}$, $\omega_{c2} = \dfrac{\pi}{3}$

Bài 5.8

Hãy thiết kế bộ lọc số FIR chắn dải pha tuyến tính, dùng cửa sổ tam giác Barlett với N = 9, $\omega_{c1} = \dfrac{\pi}{3}$, $\omega_{c2} = \dfrac{\pi}{2}$

Bài 5.9

Chất lượng cửa sổ sẽ tốt khi nào:

a) Bề rộng đỉnh trung tâm $\Delta\omega$ hẹp và tỷ số giữa biên độ đỉnh thứ cấp thứ nhất trên biên độ đỉnh trung tâm: $\lambda = 20\lg\dfrac{\left|W\left(e^{j\omega_s}\right)\right|}{\left|W\left(e^{j0}\right)\right|}$ phải nhỏ.

b) Bề rộng đỉnh trung tâm $\Delta\omega$ lớn và tỷ số giữa biên độ đỉnh thứ cấp thứ nhất trên biên độ đỉnh trung tâm: $\lambda = 20\lg\dfrac{\left|W\left(e^{j\omega_s}\right)\right|}{\left|W\left(e^{j0}\right)\right|}$ phải nhỏ.

c) Bề rộng đỉnh trung tâm $\Delta\omega$ lớn và tỷ số giữa biên độ đỉnh thứ cấp thứ nhất trên biên độ đỉnh trung tâm: $\lambda = 20\lg\dfrac{\left|W\left(e^{j\omega_s}\right)\right|}{\left|W\left(e^{j0}\right)\right|}$ lớn.

d) Bề rộng đỉnh trung tâm $\Delta\omega$ hẹp và tỷ số giữa biên độ đỉnh thứ cấp thứ nhất trên biên độ đỉnh trung tâm: $\lambda = 20\lg\dfrac{\left|W\left(e^{j\omega_s}\right)\right|}{\left|W\left(e^{j0}\right)\right|}$ lớn.

Bài 5.10

Cửa sổ Hanning có chất lượng kém hơn cửa sổ Hamming vì:

a) Bề rộng đỉnh trung tâm của cửa sổ Hanning lớn hơn cửa sổ Hamming

b) Bề rộng đỉnh trung tâm của cửa sổ Hanning nhỏ hơn cửa sổ Hamming

c) Tỷ số giữa biên độ đỉnh thứ cấp thứ nhất trên biên độ đỉnh trung tâm của cửa sổ Hanning lớn hơn cửa sổ Hamming.

d) Tỷ số giữa biên độ đỉnh thứ cấp thứ nhất trên biên độ đỉnh trung tâm của cửa sổ Hanning nhỏ hơn cửa sổ Hamming.

Bài 5.11

Cửa sổ Blackman có độ gợn sóng thấp nhất so với các cửa sổ Hanning, Hamming, tam giác và chữ nhật vì:

a) Bề rộng đỉnh trung tâm của cửa sổ Blackman nhỏ nhất.

b) Bề rộng đỉnh trung tâm của cửa sổ Blackman lớn nhất.

c) Tỷ số giữa biên độ đỉnh thứ cấp thứ nhất trên biên độ đỉnh trung tâm của cửa sổ Blackman lớn nhất.

d) Tỷ số giữa biên độ đỉnh thứ cấp thứ nhất trên biên độ đỉnh trung tâm của cửa sổ Blackman nhỏ nhất.

Bài 5.12

Khi thiết kế bộ lọc số FIR pha tuyến tính thực chất là chúng ta xác định:

a) Các hệ số của bộ lọc

b) Loại cấu trúc bộ lọc

c) Chiều dài của bộ lọc

d) Đặc tính pha của bộ lọc

Bài 5.13

Khi thiết kế bộ lọc FIR bằng phương pháp cửa sổ, nếu bộ lọc chưa đáp ứng được các chỉ tiêu kỹ thuật thì ta phải:

a) Thay đổi loại cửa sổ

b) Tăng chiều dài của cửa sổ

c) Dùng cả phương pháp a) và b)   d) Thay cấu trúc bộ lọc

Bài 5.14

Khi thiết kế, nếu ta tăng chiều dài N của cửa sổ, ta thấy:

a) Độ gợn sóng ở cả dải thông và dải chắn tăng theo.

b) Độ gợn sóng ở cả dải thông và dải chắn giảm đi.

c) Tần số giới hạn dải thông ω_p và tần số giới hạn chắn ω_s gần nhau hơn.

d) Tần số giới hạn dải thông ω_p và tần số giới hạn chắn ω_s xa nhau hơn.

ĐÁP ÁN CHƯƠNG V

Bài 5.1

Ta có FIR loại 1

$$\alpha = \frac{N-1}{2}$$
$$h(n) = h(N-1-n) \qquad (0 \le n \le N-1)$$

Vậy

$$\alpha = \frac{N-1}{2} = \frac{6}{2} = 3;$$

h(0) = h(6) =1 ;   h(1) = h(5) =2;   h(2) = h(4) =3;   h(3) = 4.

Bài 5.2

Ta có FIR loại 2

$$\alpha = \frac{N-1}{2}$$
$$h(n) = h(N-1-n) \qquad (0 \le n \le N-1)$$

Vậy

$\alpha = \frac{N-1}{2}$ vây tâm đối xứng nằm giữa 2 và 3.

h(0) = h(5) =1 ;   h(1) = h(4) =2;   h(2) = h(3) =3.

Bài 5.3

Ta có FIR loại 3

$$\alpha = \frac{N-1}{2}$$
$$h(n) = -h(N-1-n) \qquad (0 \le n \le N-1)$$

Vậy

$$\alpha = \frac{N-1}{2} = 3$$ vây tâm phản đối xứng nằm tại 3.

h(0) = -h(6) =1 ; h(1) = -h(5) =2; h(2) = -h(4) =3; h(3) = h(-3) = 0.

Bài 5.4

Ta có FIR loại 4

$$\alpha = \frac{N-1}{2}$$
$$h(n) = -h(N-1-n) \qquad (0 \le n \le N-1)$$

Vậy

$$\alpha = \frac{N-1}{2}$$ vây tâm phản đối xứng nằm giữa 2 và 3.

h(0) = -h(5) =1 ; h(1) = -h(4) =2; h(2) = -h(3) =3.

Bài 5.5

Công thức bộ lọc thông cao pha không ($\theta(\omega) = 0$):

$$h_{hp}(n) = \delta(n) - \frac{\omega_c}{\pi}\frac{\sin \omega_c n}{\omega_c n}$$

Trong bài này có dịch đi, từ pha không chuyển sang pha tuyến tính

$$\theta(\omega) = -\frac{N-1}{2}\omega = -\frac{9-1}{2}\omega = -4\omega$$

$$h_{hp}(n) = \delta(n-4) - \frac{\omega_c}{\pi}\frac{\sin \omega_c (n-4)}{\omega_c (n-4)} = \delta(n-4) - \frac{1}{4}\frac{\sin\frac{\pi}{4}(n-4)}{\frac{\pi}{4}(n-4)}$$

$$H_d(z) = -\frac{1}{12\sqrt{2}\pi}z^{-1} - \frac{1}{4\pi}z^{-2} - \frac{3}{4\sqrt{2}\pi}z^{-3} + \frac{3}{4}z^{-4} - \frac{3}{4\sqrt{3}\pi}z^{-5} - \frac{1}{4\pi}z^{-6} - \frac{1}{12\sqrt{2}\pi}z^{-7}$$

Hay:

$$y(n) = -\frac{1}{12\sqrt{2}\pi}x(n-1) - \frac{1}{4\pi}x(n-2) - \frac{3}{4\sqrt{2}\pi}x(n-3)$$
$$+\frac{3}{4}x(n-3) - \frac{3}{4\sqrt{3}\pi}x(n-5) - \frac{1}{4\pi}x(n-6) - \frac{1}{12\sqrt{2}\pi}x(n-7)$$

Bài 5.6, Bài 5.7, Bài 5.8 Cách làm tương tự ví dụ trên.

Bài 5.9

Đáp án: Phương án a)

Bài 5.10

Đáp án: Phương án c).

Bài 5.11

Đáp án: Phương án d)

Bài 5.12

Đáp án: Phương án a)

Bài 5.13

Đáp án: Phương án c)

Bài 5.14

Đáp án: Phương án b).

CÂU HỎI ÔN TẬP VÀ BÀI TẬP CHƯƠNG 6

Bài 6.1

Cho hàm truyền đạt bộ lọc tương tự: $H_a(s) = \dfrac{1}{s+1}$

Hãy chuyển sang bộ lọc số bằng phương pháp tương đương vi phân với tthời gian lấy mẫu T=0.1

Bài 6.2

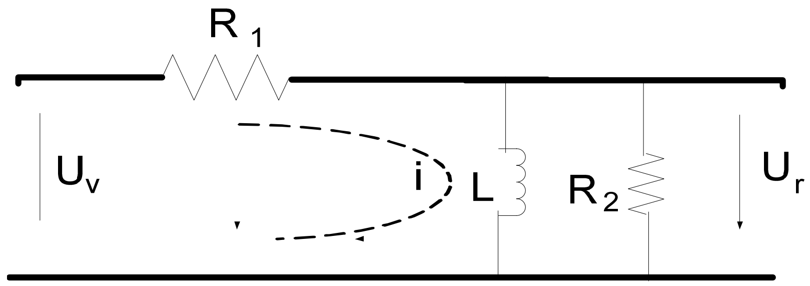
Biến đổi bộ lọc tương tự có hàm hệ thống:

$$H_a(s) = \frac{s+0{,}1}{(s+0{,}1)^2+9}$$

thành bộ lọc số IIR nhờ phương pháp bất biến xung.

Bài 6.3

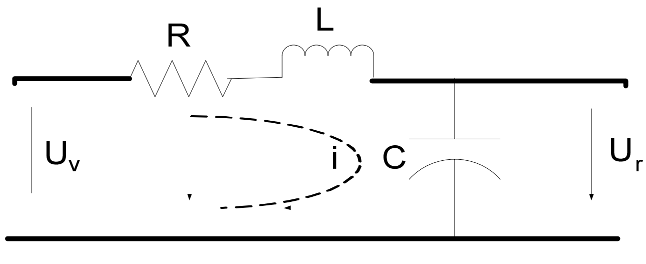
Cho mạch điện sau đây:



Hãy chuyển mạch này thành mạch số bằng phương pháp tương đương vi phân

Bài 6.4

Hãy chuyển bộ lọc tương tự sau sang bộ lọc số bằng phương pháp biến đổi song tuyến.



Bài 6.5

Xác định cấp và các cực của bộ lọc Butterworth thông thấp có độ rộng băng -3dB là 500Hz và độ suy giảm 40dB tại 1000Hz.

Bài 6.6

Bộ lọc Butterworth được mô tả ở dạng như sau

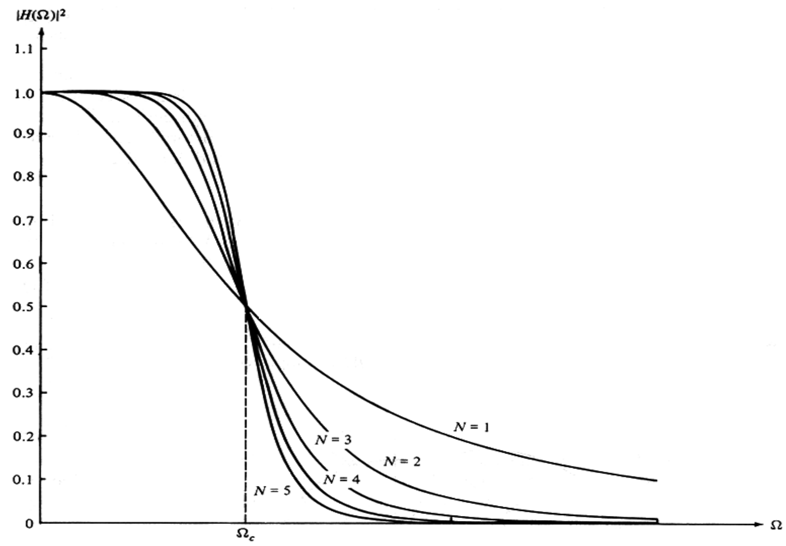
$$H_a(s) = \frac{H_0}{\prod_{k=1}^{n}(s - s_{pk})};$$ với các điểm cực $s_{pk} = e^{j\pi\left(\frac{1}{2}+\frac{2k-1}{2n}\right)}$

Trong đó $H_0 = \prod_{k=1}^{n}(-s_{pk}) = 1$ (chuẩn hóa)

Hãy xác định hàm truyền đạt $H_a(s)$ khi n= 3

Bài 6.7

Đáp ứng biên độ tần số bộ lọc số IIR theo phương pháp Butterworth có dạng:



Hãy cho biết tham số N và tham số Ω_c như hình vẽ là:

a) bậc của bộ lọc và tần số dải chắn

b) chiều dài của bộ lọc và tần số dải thông

c) bậc của bộ lọc và tần số cắt

d) chiều dài của bộ lọc và tần số cắt

Bài 6.8

Khi bậc N của bộ lọc Butterworth tăng lên thì:

a) Chất lương của bộ lọc được cải thiện.

b) Chất lượng của bộ lọc giảm đi

c) Chất lượng không phụ thuộc vào việc tăng bậc N của bộ lọc

d) Chất lượng không bị ảnh hưởng chỉ có tần số cắt thay đổi.

Bài 6.9

Đáp ứng bình phương biên độ tần số của bộ lọc Chebyshev loại I là:

a) $|H(\Omega)|^2 = \frac{1}{1+\in T_N(\Omega/\Omega_c)}$

b) $|H(\Omega)|^2 = \frac{1}{1+\in^2 T_N^2(\Omega/\Omega_c)}$

c) $\left|H(\Omega)\right|^2 = \dfrac{1}{1+\in T_N^2(\Omega/\Omega_c)}$

d) $\left|H(\Omega)\right|^2 = \dfrac{1}{1+\in^2 T_N^2(\Omega_c/\Omega)}$

Bài 6.10

Đáp ứng bình phương biên độ tần số của bộ lọc Elip là:

a) $\left|H(\Omega)\right|^2 = \dfrac{1}{1+\in U^2{}_N\left(\Omega/\Omega_c\right)}$

b) $\left|H(\Omega)\right|^2 = \dfrac{1}{1+\in^2 U^2{}_N\left(\Omega/\Omega_c\right)}$

c) $\left|H(\Omega)\right|^2 = \dfrac{1}{1+\in U_N\left(\Omega/\Omega_c\right)}$

d) $\left|H(\Omega)\right|^2 = \dfrac{1}{1+\in^2 U_N\left(\Omega/\Omega_c\right)}$

ở đây $U_N(x)$ là hàm elíp Jacobian bậc N.

ĐÁP ÁN CHƯƠNG VI

Bài 6.1

Ta có: Ánh xạ chuyển sang miền số theo phương pháp tương đương vi phân là: $s = \dfrac{1-z^{-1}}{T}$

Do vậy ta có: $$H(z) = \frac{1}{\left[(1-z^{-1}/T\right]+1} = \frac{zT/(1+T)}{z-[1/(1+T)]}$$

Hay với T=0.1: $$H(z) = \frac{0{,}09z}{z-0{,}909} = \frac{0{,}09}{1-0{,}909z^{-1}}$$

Bài 6.2

Ta chú ý rằng bộ lọc tương tự có một điểm không tại $s=-0.1$ và một cặp phức biến liên hợp tại:

$$s_{pk} = -0.1 \pm j3$$

Ta tìm $H(z)$ trực tiếp theo khai triển phân thức của $H_a(s)$. Như vậy ta có:

$$H(s) = \frac{\frac{1}{2}}{s+0{,}1-j3} + \frac{\frac{1}{2}}{s+0{,}1+j3}$$

Khi đó:

$$H(z)=\frac{\frac{1}{2}}{1-e^{-0,1T}e^{j3T}z^{-1}}+\frac{\frac{1}{2}}{1-e^{0,1T}e^{-j3T}z^{-1}}$$

Vì hai cực là phức liên hợp, ta có thể kết hợp chúng để tạo ra bộ lọc hai cực đơn với hàm hệ thống:

$$H(z)=\frac{1-e^{0,1T}\cos 3Tz^{-1}}{1-2e^{0,1T}\cos 3Tz^{-1}+e^{0,2T}z^{-1}}$$

Bài 6.3

$$H_a(s)=\frac{u_{\text{ra}}}{u_{\text{vào}}},\ \text{với}\ u_{\text{ra}}=i\frac{R_2sL}{R_2+sL};u_{\text{vào}}=i\left(R_1+\frac{R_2sL}{R_2+sL}\right)$$

$$H_a(s)=\frac{R_2sL}{R_1R_2+R_1sL+R_2sL}=\frac{R_2Ls}{R_1R_2+\left(R_1+R_2\right)Ls}$$

$$H(z)=\frac{R_2L\frac{1-z^{-1}}{T_s}}{R_1R_2+\left(R_1+R_2\right)L\frac{1-z^{-1}}{T_s}}=\frac{R_2L\left(1-z^{-1}\right)}{R_1R_2T_s+\left(R_1+R_2\right)L\left(1-z^{-1}\right)}$$

$$H(z)=\frac{R_2L\left(1-z^{-1}\right)}{R_1R_2T_s+\left(R_1+R_2\right)L-\left(R_1+R_2\right)Lz^{-1}}$$

$$H(z)=\frac{\frac{R_2L}{R_1R_2T_s+\left(R_1+R_2\right)L}\left(1-z^{-1}\right)}{1-\frac{\left(R_1+R_2\right)L}{R_1R_2T_s+\left(R_1+R_2\right)L}z^{-1}}$$

$$M=1\rightarrow b_0=\frac{R_2L}{R_1R_2T_s+\left(R_1+R_2\right)L};\qquad b_1=-b_0$$

$$N=1\ \rightarrow a_1=-\frac{\left(R_1+R_2\right)L}{R_1R_2T_s+\left(R_1+R_2\right)L}$$

Vậy: $y(n)=b_0x(n)+b_1x(n-1)+a_1y(n-1)$

Sau đó ta vẽ sơ đồ cấu trúc bộ lọc số.

Bài 6.4

Tương tự như các bài trên.

Bài 6.5

Các tần số tới hạn chính là tần số -3dB Ω_C và tần số băng chắn Ω_S. Cụ thể, chúng bằng:

$$\Omega_c = 1000\pi$$

$$\Omega_s = 2000\pi$$

Ứng với độ suy giảm 40dB, $\delta_2 = 0.01$. Vì thế, từ (8.2.54) ta có:

$$N = \frac{\log_{10}(10^4 - 1)}{2\log_{10} 2} = 6{,}64$$

Để thoả mãn các chỉ tiêu mong muốn, ta chọn $N = 7$. Các vị trí cực là:

$$s_{pk} = 1000\pi e^{j[\pi/2+(2k+1)\pi/14]} \qquad k = 0, 1, 2, \ldots, 6$$

Bài 6.6

Các điểm cực này đều được phân bố đều trong vòng tròn Butterworth. Khi chuẩn hóa thì các vòng tròn có bán kính là 1, không chuẩn hóa thì bán kính là ω_c.

$$H_a(s) = \frac{1}{(s+1)\left(s - e^{j\frac{2\pi}{3}}\right)\left(s - e^{-j\frac{2\pi}{3}}\right)}$$

$$H_a(s) = \frac{1}{(s+1)\left[s^2 + 1 + s\left(-e^{-j\frac{2\pi}{3}} - e^{j\frac{2\pi}{3}}\right)\right]} = \frac{1}{(s+1)\left[s^2 + 1 + s\left(-2\cos\frac{2\pi}{3}\right)\right]}$$

$$H_a(s) = \frac{1}{(s+1)\left[s^2 - s + 1\right]}$$

Bài 6.7 Đáp án: Phương án c)

Bài 6.8 Đáp án: Phương án a)

Bài 6.9 Đáp án: Phương án b)

Bài 6.10 Đáp án: Phương án d)

CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP CHƯƠNG 7

Bài 7.1

Hãy tính toán DFT với $N = 15$ điểm bằng tích của các DFT 3 điểm và 5 điểm.

Bài 7.2

Chứng minh rằng mỗi số

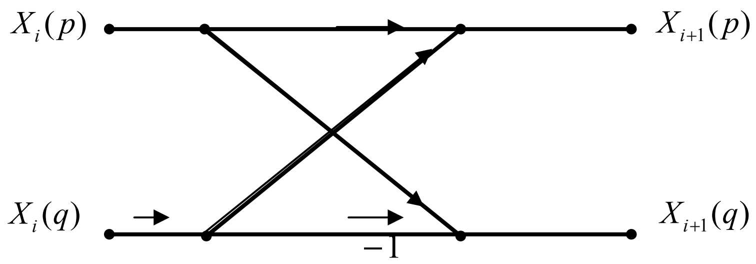
$$e^{j(2\pi/N)k} \qquad 0 \le k \le N-1$$

tương ứng với một căn bậc N của đơn vị. Vẽ những số này ở dạng các pha trong mặt phẳng phức và minh hoạ tính chất trực giao bằng cách sử dụng nhận xét này:

$$\sum_{n=0}^{N-1} e^{j(2\pi/N)kn} e^{-j(2\pi/N)n} = \begin{cases} N & k = l \\ 0 & k \ne l \end{cases}$$

Bài 7.3

Hãy chứng minh rằng với đồ hình dạng cánh bướm như sau



Ta có:
$$\begin{array}{ll} \mathrm{Re}\left|X_{i+1}(p)\right| < 1; & \mathrm{Re}\left|X_{i+1}(p+1)\right| < 1 \\ \mathrm{Re}\left|X_{i+1}(q)\right| < 1; & \mathrm{Re}\left|X_{i+1}(q+1)\right| < 1 \end{array}$$

Nếu:

$\left|X_i(p)\right| < \dfrac{1}{2}$ và $\left|X_i(q)\right| < \dfrac{1}{2}$

Bài 7.4

Vẽ đồ thị lưu đồ tín hiệu có 16 điểm sử dụng thuật toán FFT cơ số 4 chia theo thời gian trong đó dãy đầu vào có trật tự bình thường và các tính toán được thực hiện tại chỗ.

Bài 7.5

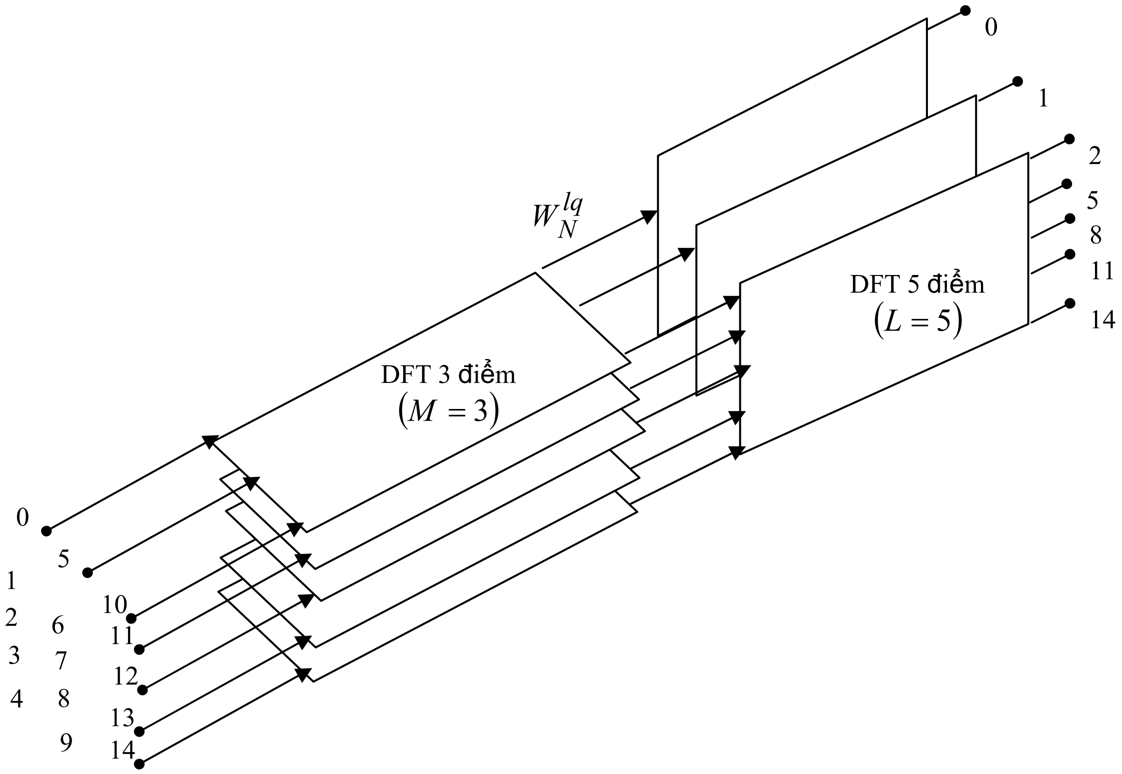
Vẽ đồ thị lưu đồ tín hiệu có 16 điểm sử dụng thuật toán FFT cơ số 4 chia theo thời gian, trong đó dãy vào và dãy ra có trật tự bình thường.

ĐÁP ÁN CHƯƠNG VII

Bài 7.1

Để minh hoạ cho thủ tục tính toán ở trên, chúng ta hãy xem xét việc tính một DFT $N = 15$ điểm. $N = 3 \times 5 = 15$ nên ta chọn $L = 5$ và $M = 3$. Mặt khác chúng ta lưu dãy $x(n)$ 15 điểm theo kiểu cột như sau:

$$
\begin{array}{llll}
\text{Hàng } 1: & x(0,\,0) = x(0) & x(0,\,1) = x(5) & x(0,\,2) = x(10) \\
\text{Hàng } 2: & x(1,\,0) = x(1) & x(1,\,1) = x(6) & x(1,\,2) = x(11) \\
\text{Hàng } 3: & x(2,\,0) = x(2) & x(2,\,1) = x(7) & x(2,\,2) = x(12) \\
\text{Hàng } 4: & x(3,\,0) = x(3) & x(3,\,1) = x(8) & x(3,\,2) = x(13) \\
\text{Hàng } 5: & x(4,\,0) = x(4) & x(4,\,1) = x(9) & x(4,\,2) = x(14)
\end{array}
$$



Tính toán DFT với $N = 15$ điểm bằng tích của các DFT 3 điểm và 5 điểm.

Bây giờ chúng ta tính lần lượt DFT 3 điểm của các hàng. Việc tính toán này dẫn đến mảng 5×3 sau :

$$
\begin{array}{lll}
F(0,\,0) & F(0,\,1) & F(0,\,2) \\
F(1,\,0) & F(1,\,1) & F(1,\,2) \\
F(2,\,0) & F(2,\,1) & F(2,\,2) \\
F(3,\,0) & F(3,\,1) & F(3,\,2) \\
F(4,\,0) & F(4,\,1) & F(4,\,2)
\end{array}
$$

Trong bước tiếp theo cần phải nhân mỗi giá trị $F(l,\ q)$ với hệ số pha $W_N^{lq} = W_{15}^{lq}$, với $0 \le l \le 4$ và $0 \le q \le 2$. Việc tính toán này dẫn đến mảng 5×3 :

Cột 1	Cột 2	Cột 3
$G(0,\ 0)$	$G(0,\ 1)$	$G(0,\ 2)$
$G(1,\ 0)$	$G(1,\ 1)$	$G(1,\ 2)$
$G(2,\ 0)$	$G(2,\ 1)$	$G(2,\ 2)$
$G(3,\ 0)$	$G(3,\ 1)$	$G(3,\ 2)$
$G(4,\ 0)$	$G(4,\ 1)$	$G(4,\ 2)$

Bước cuối cùng là tính toán DFT 5 điểm lần lượt cho 3 hàng. Việc tính toán lần cuối này ta nhận được các giá trị mong muốn của DFT ở dạng :

$$
\begin{array}{lll}
X(0,\ 0) = x(0) & X(0,\ 1) = x(5) & X(0,\ 2) = x(10) \\
X(1,\ 0) = x(1) & X(1,\ 1) = x(6) & X(1,\ 2) = x(11) \\
X(2,\ 0) = x(2) & X(2,\ 1) = x(7) & X(2,\ 2) = x(12) \\
X(3,\ 0) = x(3) & X(3,\ 1) = x(8) & X(3,\ 2) = x(13) \\
X(4,\ 0) = x(4) & X(4,\ 1) = x(9) & X(4,\ 2) = x(14)
\end{array}
$$

Minh hoạ trong hình 9.9 thể hiện các bước tính toán này.

Ta cần quan tâm đến việc dãy dữ liệu được phân chia và kết quả DFT $X(k)$ được lưu trong các mảng một chiều. Khi dãy đầu vào $x(n)$ và dãy đầu ra của DFT $X(k)$ trong các mảng hai chiều được đọc chéo từ hàng 1 sang hàng 5 thì các dãy chúng ta nhận được là :

DÃY ĐẦU VÀO

$$x(0)\ x(5)\ x(10)\ x(1)\ x(6)\ x(11)\ x(2)\ x(7)\ x(12)\ x(3)\ x(8)\ x(13)\ x(14)\ x(9)\ x(14)$$

DÃY ĐẦU RA

$$X(0)\ X(1)\ X(2)\ X(3)\ X(4)\ X(5)\ X(6)\ X(7)\ X(8)\ X(9)\ X(10)\ X(11)\ X(12)\ X(13)\ X(14)$$

Chúng ta thấy rằng dãy đầu vào bị xáo trộn từ các trật tự bình thường trong tính toán DFT. Mặt khác, dãy đầu ra lại tuân đúng với trật tự. Trong trường hợp này việc sắp xếp lại mảng đầu vào phụ thuộc vào việc phân đoạn của mảng một chiều thành mảng hai chiều và trật tự mà theo đó các tính toán DFT được tính. Việc xáo trộn của dãy dữ liệu đầu vào hoặc dãy dữ liệu đầu ra này là một đặc tính chung của hầu hết các thuật toán tính toán FFT.

CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP CHƯƠNG 8

Bài 8.1

Cho bộ lọc có hàm truyền đạt

$$H(z)=\frac{b_0+b_1z^{-1}+b_2z^{-2}}{1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}}$$

Hãy biểu diễn bộ lọc theo dạng trực tiếp

Bài 8.2

Cho bộ lọc có hàm truyền đạt

$$H(z)=\frac{b_0+b_1z^{-1}+b_2z^{-2}}{1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}}$$

Hãy biểu diễn bộ lọc theo dạng chuẩn tắc trực tiếp II

Bài 8.3

Cho hệ thống được mô tả bởi phương trình sai phân sau:

$$2y(n)+y(n-1)=4x(n)+6x(n-1)+x(n-2)$$

Hãy thể hiện hệ thống ở dạng trực tiếp

Bài 8.4

Cho hệ thống được mô tả bởi phương trình sai phân sau:

$$y(n)+0.5y(n-1)+2y(n-2)=2x(n)+3x(n-1)+2x(n-2)$$

Hãy vẽ sơ đồ hệ thống ở dạng chuẩn tắc trực tiếp 2

Bài 8.5

Cho hệ thống với hàm truyền đạt

$$H(z)=\frac{3+2z^{-1}+0.5z^{-2}}{2+2z^{-1}+3z^{-2}+0.5z^{-3}+z^{-4}}$$

Hãy vẽ sơ đồ thực hiện hệ thống ở dạng trực tiếp và chuẩn tắc.

Bài 8.6

Cho hệ thống được mô tả bởi phương trình sai phân sau:

$$2y(n)+5y(n-1)+y(n-2)+y(n-3)=2x(n)+x(n-1)+0.5x(n-2)$$

Hãy vẽ sơ đồ thực hiện hệ thống ở dạng trực tiếp và chuẩn tắc.

Bài 8.7

Cho một lọc dàn 3 tầng với các hệ số $k_1=\frac{1}{4},k_2=\frac{1}{2},k_3=\frac{1}{3}$, hãy tìm các hệ số bộ lọc FIR có cấu trúc dạng trực tiếp.

Bài 8.8

Cho một lọc dàn 5 tầng với các hệ số $k_1 = \frac{1}{4}, k_2 = \frac{1}{2}, k_3 = \frac{1}{3}, k_4 = \frac{1}{4}, k_5 = \frac{1}{2}$, hãy tìm các hệ số bộ lọc FIR có cấu trúc dạng trực tiếp.

Bài 8.9

Tìm các hệ số dàn tương ứng với bộ lọc FIR có hàm hệ thống:

$$H(z) = A_3(z) = 1 + \frac{13}{24}z^{-1} + \frac{5}{8}z^{-2} + \frac{1}{3}z^{-3}$$

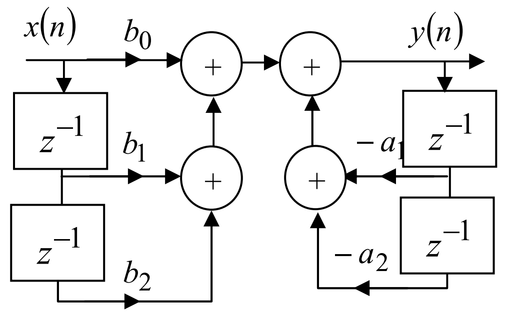
Bài 8.10

Tìm các hệ số dàn tương ứng với bộ lọc FIR có hàm hệ thống:

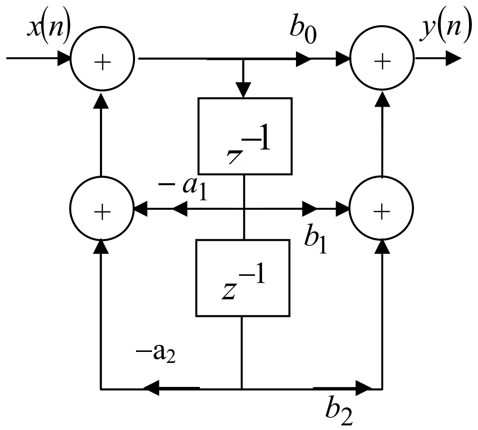
$$H(z) = A_2(z) = 1 + \frac{1}{2}z^{-1} + \frac{1}{8}z^{-2}$$

ĐÁP ÁN CHƯƠNG VIII

Bài 8.1

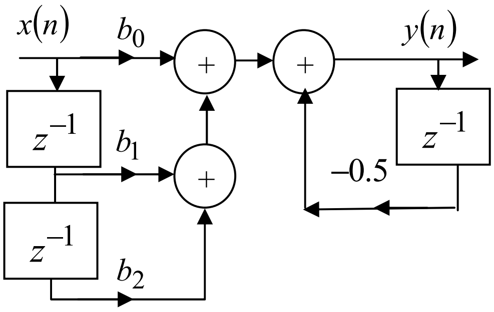


Bài 8.2



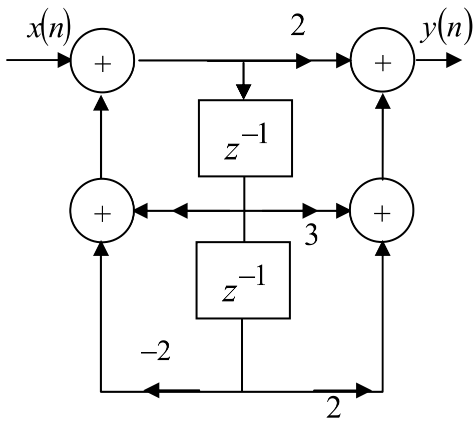
Bài 8.3

Phải đưa về dạng: $y(n) + 0.5y(n-1) = 2x(n) + 3x(n-1) + 0.5x(n-2)$



Bài 8.4

Chuyển như bài 8.2 ta có



Bài 8.5

Cách làm tương tự bài 8.1, 8.2

Bài 8.6

Cách làm tương tự bài 8.1, 8.2

Bài 8.7

Ta giải bài toán theo phương pháp đệ quy với $m=1$. Như vậy, ta có:

$$A_1(z)=A_0(z)+k_1z^{-1}B_0(z)$$
$$=1+k_1z^{-1}=1+\frac{1}{4}z^{-1}$$

Từ đó các hệ số của bộ lọc FIR tương ứng với dàn 1 tầng là $\alpha_1(0)=1$, $\alpha_1(1)=k_1=\frac{1}{4}$. Vì $B_m(z)$ là đa thức nghịch đảo của $A_m(z)$, nên ta có:

$$B_1(z)=\frac{1}{4}+z^{-1}$$

Kế tiếp ta cộng thêm tầng thứ hai vào dàn. Đối với $m=2$, cho:

$$A_2(z)=A_1(z)+k_2z^{-1}B_1(z)$$
$$=1+\frac{3}{8}z^{-1}+\frac{1}{2}z^{-2}$$

Do đó các tham số bộ lọc FIR tương ứng với dàn hai tầng là $\alpha_2(0)=1$, $\alpha_2(1)=\frac{3}{8}$, $\alpha_2(2)=\frac{1}{2}$. Và ta cũng có:

$$B_2(z)=\frac{1}{2}+\frac{3}{8}z^{-1}+z^{-2}$$

Cuối cùng, việc bổ xung thêm tầng thứ 3 vào dàn sẽ dẫn đến đa thức:

$$\begin{aligned} A_3(z) &= A_2(z)+k_3 z^{-1}B_2(z) \\ &= 1+\frac{13}{24}z^{-1}+\frac{5}{8}z^{-2}+\frac{1}{3}z^{-3} \end{aligned}$$

Vì vậy, bộ lọc FIR dạng trực tiếp cần tìm được đặc trưng bởi các hệ số:

$$\alpha_3(0)=1,\ \ \alpha_3(1)=\frac{13}{24},\ \alpha_3(2)=\frac{5}{8}\ \text{và}\ \alpha_3(3)=\frac{1}{3}$$

Bài 8.8

Cách làm tương tự bài 8.7

Bài 8.9

Trước hết ta lưu ý rằng $K_3=\alpha_3(3)=\frac{1}{3}$. Hơn nữa:

$$B_3(z)=\frac{1}{3}+\frac{5}{8}z^{-1}+\frac{13}{24}z^{-2}+z^{-3}$$

Hệ thức giảm bước với $m=3$ có:

$$\begin{aligned} A_2(z) &= \frac{A_3(z)-K_3B_3(z)}{1-K_3^2} \\ &= 1+\frac{3}{8}z^{-1}+\frac{1}{2}z^{-2} \end{aligned}$$

Vì thế $K_2=\alpha_2(2)=\frac{1}{2}$ và $B_2(z)=\frac{1}{2}+\frac{3}{8}z^{-1}+z^{-2}$. Bằng sự lặp lại phép đệ quy hạ tầng bước ta đạt được:

$$\begin{aligned} A_1(z) &= \frac{A_2(z)-K_2B_2(z)}{1-K_2^2} \\ &= 1+\frac{1}{4}z^{-1} \end{aligned}$$

Do đó $K_1=\alpha_1(1)=\frac{1}{4}$

Bài 8.10

Cách làm tương tự bài 8.9

CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP CHƯƠNG 9

Bài 9.1

Cho tín hiệu:

$$x(n) = \begin{cases} 1 - \dfrac{n}{6} & 0 \le n \le 6 \\ 0 & n \ne \end{cases}$$

Hãy xác định tín hiệu khi đi qua bộ phân chia với hệ số M=2

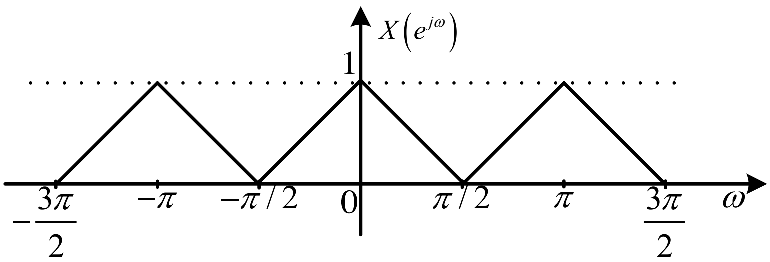
Bài 9.2

$$X(z) = z^{-1} + 2z^{-2} + 3z^{-3} + 2z^{-4} + z^{-5} + 3z^{-6} + 2z^{-7}$$

Hãy xác định tín hiệu $Y_{\downarrow M}(z)$ với M=2

Bài 9.3

Cho phổ tín hiệu



Hãy xác định $Y_{\downarrow 2}(e^{j\omega})$

Bài 9.4

Cho $x(n) = \begin{cases} 1 - \dfrac{n}{3} & 0 \le n \le 6 \\ 0 & n \ne \end{cases}$

Hãy xác định: $y_{\uparrow 2}(n)$

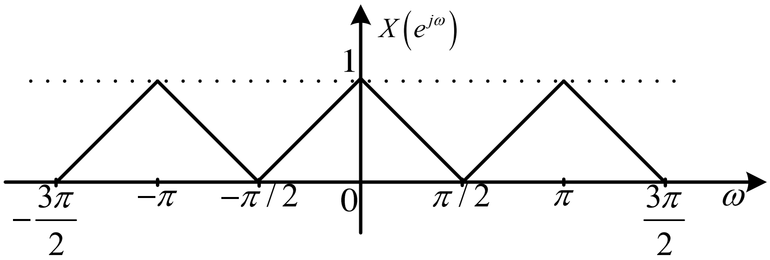
Bài 9.5

Cho tín hiệu $x(n) = \{1, 3, 3, 1\}$. Tín hiệu này qua bộ nội suy với L = 2.

Tìm *X(z) = ?* và $Y_{\uparrow L}(z) = ?$

Bài 9.6

Cho phổ tín hiệu



Hãy xác định $Y_{\uparrow 2}\left(e^{j\omega}\right) = ?$

Bài 9.7

Cho 2 sơ đồ

Sơ đồ 1:

$$X(z) \xrightarrow{\uparrow L} Y_{\uparrow L}(z) \xrightarrow{H(z)} Y_{\uparrow LH}(z)$$

Sơ đồ 2:

$$X(z) \xrightarrow{H(z)} Y_H(z) \xrightarrow{\uparrow L} Y_{H\uparrow L}(z)$$

Hãy chứng minh 2 sơ đồ tương đương.

Bài 9.8

Cho tín hiệu: $X(z) = 1 + 2z^{-1} + 3z^{-2} + 4z^{-3} + 5z^{-4} + 6z^{-5} + 7z^{-6}$

Tín hiệu này đi qua bộ lấy mẫu $\downarrow\uparrow \frac{2}{3}$ và $\uparrow\downarrow \frac{2}{3}$. Tìm $Y_{\downarrow\uparrow\frac{2}{3}}(z) = ?$ và $Y_{\uparrow\downarrow\frac{2}{3}}(z) = ?$

Bài 9. 9

Cho $x(n) = rect_2(n)$

$$h(n) = \begin{cases} 1 - \dfrac{n}{3} & 0 \le n \le 3 \\ 0 & n \ne \end{cases}$$

Tính $y_{H\downarrow 2}(z) = ?$

Bài 9. 10

Cho $x(n) = rect_2(n)$

$$h(n) = \begin{cases} 1 - \dfrac{n}{3} & 0 \le n \le 3 \\ 0 & n \ne \end{cases}$$

Tính $Y_{\uparrow 2H}(z) = ?$

ĐÁP ÁN CHƯƠNG IX

Bài 9.1

Tương tự ví dụ 9.1 ta có: sau khi chuẩn hoá tín hiệu đi qua bộ phân chia là: $y_{\downarrow 2}(n) = x(2.n)$

$y_{\downarrow 2}(0) = 1$; $y_{\downarrow 2}(1) = 2/3$; $y_{\downarrow 2}(2) = 1/3$;

Bài 9.2

Cách làm giống ví dụ 9.2

Bài 9.3

Cách làm giống ví dụ 9.3

Bài 9.4

$$y_{\uparrow 2}(n) = \begin{cases} x\left(\dfrac{n}{L}\right) & n = 0, \pm 1L, \pm 2L, ... \\ 0 & n \neq \end{cases}$$

Ta có: $y_{\uparrow 2}(0) = 1$ $y_{\uparrow 2}(2) = \dfrac{2}{3}$ $y_{\uparrow 2}(3) = \dfrac{2}{3}$

Bài 9.5

$$X(z) = z^{-1} + 3z^{-2} + 3z^{-3} + z^{-4}$$

$$Y_{\uparrow 2}(z) = z^{-2} + 3z^{-4} + 3z^{-6} + z^{-8}$$

Bài 9.6

$$Y_{\uparrow 2}\left(e^{j\omega}\right) = X\left(e^{j2\omega}\right)$$

Ta vẽ ra thấy phổ bị nén lại một nửa giống ví dụ 9.6

Bài 9.7

Sơ đồ 1:

$$X(z) \xrightarrow{\uparrow L} Y_{\uparrow L}(z) \xrightarrow{H(z)} Y_{\uparrow LH}(z)$$

$$Y_{\uparrow L}(z) = X\left(z^{L}\right)$$

$$Y_{\uparrow LH}(z) = Y_{\uparrow L}(z).H(z) = X\left(z^{L}\right).H(z)$$

Sơ đồ 2:

$$X(z) \xrightarrow{H(z)} Y_{H}(z) \xrightarrow{\uparrow L} Y_{H\uparrow L}(z)$$

$$Y_H(z) = X(z)H(z)$$

$$Y_{H\uparrow L}(z) = Y_H(z^L) = X(z^L).H(z^L)$$

Kết luận: 2 sơ đồ tương đương

$$\rightarrow \boxed{\uparrow \mathrm{L}} \rightarrow \boxed{\mathrm{H}(z^L)} \rightarrow \quad \Longleftrightarrow \quad \rightarrow \boxed{\mathrm{H(z)}} \rightarrow \boxed{\uparrow \mathrm{L}} \rightarrow$$

Bài 9.8

Cho tín hiệu: $X(z) = 1 + 2z^{-1} + 3z^{-2} + 4z^{-3} + 5z^{-4} + 6z^{-5} + 7z^{-6}$

Tín hiệu này đi qua bộ lấy mẫu $\downarrow\uparrow \frac{2}{3}$ và $\uparrow\downarrow \frac{2}{3}$. Tìm $Y_{\downarrow\uparrow\frac{2}{3}}(z) = ?$ và $Y_{\uparrow\downarrow\frac{2}{3}}(z) = ?$

Bài 9. 9

$$X(z) = 1 + z^{-1}$$

$$H(z) = 1 + \frac{2}{3}z^{-1} + \frac{1}{3}z^{-2}$$

$$Y_H(z) = X(z).H(z)$$

$$Y_{H\downarrow 2}(z) = \frac{1}{2}\sum_{l=0}^{1} X\left(z^{\frac{1}{2}}e^{-j\frac{2\pi}{2}l}\right).H\left(z^{\frac{1}{2}}e^{-j\frac{2\pi}{2}l}\right)$$

$$Y_{H\downarrow 2}(z) = \frac{1}{2}[\underbrace{X(z^{\frac{1}{2}})H(z^{\frac{1}{2}})}_{Y_H(z^{\frac{1}{2}})} + \underbrace{X(-z^{\frac{1}{2}})H(-z^{\frac{1}{2}})}_{Y_H(-z^{\frac{1}{2}})}]$$

Cứ thế ta tiếp tục tính tương tự như ví 9.10

Bài 9. 10

$$X(z) = 1 + z^{-1}$$

$$Y_{\uparrow 2}(z) = X(z^2) = 1 + z^{-2}$$

$$H(z) = 1 + \frac{2}{3}z^{-1} + \frac{1}{3}z^{-2}$$

$$Y_{\uparrow 2H}(z) = Y_{\uparrow 2}(z).H(z) = X(z^2).H(z)$$

Từ đây ta thực hiện tương tự giống ví dụ 9.14