

Il motore a corrente continua

Lezione 05

15 marzo 2015

Ing. Chiara Foglietta

`chiara.foglietta@uniroma3.it`

Fondamenti di Automatica

Ingegneria Elettronica

A.A. 2014 - 2015

Università degli Studi "Roma TRE"



Lezione 05

Chiara Foglietta

Descrizione

Modellistica

Schema a blocchi

Implementazione in
Simulink

Riduzione degli
schemi a blocchi

Descrizione

Modellistica

Schema a blocchi

Implementazione in Simulink

Riduzione degli schemi a blocchi

Il motore elettrico a corrente continua è un componente molto impiegato nei sistemi di controllo come organo di movimento o, come viene detto in questo ambito, come *organo di attuazione* o *attuatore*.

Un motore in corrente continua si comporta come un convertitore tensione-coppia, ovvero converte una grandezza elettrica in una meccanica, generando movimento (ad una parte meccanica in rotazione ad esso collegato).

Lezione 05

Chiara Foglietta

Descrizione

Modellistica

Schema a blocchi

Implementazione in
Simulink

Riduzione degli
schemi a blocchi

3

Volendo schematizzare il motore elettrico in corrente continua, si può osservare che è possibile individuare uno *statore*, che di norma ha la funzione di induttore, e un *rotore* che di norma ha funzione di indotto.

26

Lezione 05

Chiara Foglietta

Descrizione

Modellistica

Schema a blocchi

Implementazione in
SimulinkRiduzione degli
schemi a blocchi

4

Il motore in corrente continua consta di una parte esterna fissa, detta statore, realizzata in ferro omogeneo e sulla quale sono presenti due magneti. Tali magneti possono essere permanenti oppure realizzati attraverso degli avvolgimenti percorsi da corrente. Nel caso di motori di piccole dimensioni la scelta cade obbligatoriamente sulla prima soluzione.

All'interno dello statore c'è il rotore. Tale rotore, realizzato in ferro laminato, ha cavità attraverso cui vengono fatti passare gli avvolgimenti, attraversati da corrente elettrica.

Tale corrente viene detta corrente d'armatura e viene imposta attraverso una tensione d'armatura. Il rotore ruota attorno ad un albero (albero motore) per effetto della forza (di Lorenz) che si genera quando la corrente attraversa gli avvolgimenti del rotore sotto l'azione del campo magnetico esterno.

Chiaramente, se il campo magnetico esterno non varia e il segno della corrente viene invertito, anche il verso della rotazione viene invertito e conseguentemente il segno della coppia generata per effetto della rotazione.

Motore in corrente continua controllato sull'armatura

Lezione 05

Chiara Foglietta

Descrizione

Modellistica

Schema a blocchi

Implementazione in
Simulink

Riduzione degli
schemi a blocchi

6

Si considera il caso in cui il flusso di induzione magnetica sia costante, e si parlerà pertanto di motore in corrente continua ad eccitazione costante; questo tipo di motore è conosciuto anche sotto il nome di motore in corrente continua controllato sull'armatura.

Lezione 05

Chiara Foglietta

Descrizione

Modellistica

Schema a blocchi

Implementazione in
Simulink

Riduzione degli
schemi a blocchi

7

Di seguito sono elencati alcuni simboli:

$T(t)$ è la coppia fornita dal motore per effetto dalla forza di Lorenz indotta;

$T_c(t)$ è la coppia di carico, dovuta al fatto che in generale il motore viene utilizzato per far ruotare una parte meccanica esterna

$i_m(t)$ rappresentano la corrente d'armatura che interessano gli avvolgimenti del rotore;

$v_m(t)$ rappresentano la tensione d'armatura che interessano gli avvolgimenti del rotore;

$e(t)$ è la forza elettromotrice indotta, a cui ci si riferisce, di norma, con il nome di forza contro elettromotrice, dal momento che essa agisce in contrapposizione alla tensione $v_m(t)$

$\theta_m(t)$ rappresenta la posizione angolare dell'albero motore rispetto ad un riferimento esterno fissato

Lezione 05

Chiara Foglietta

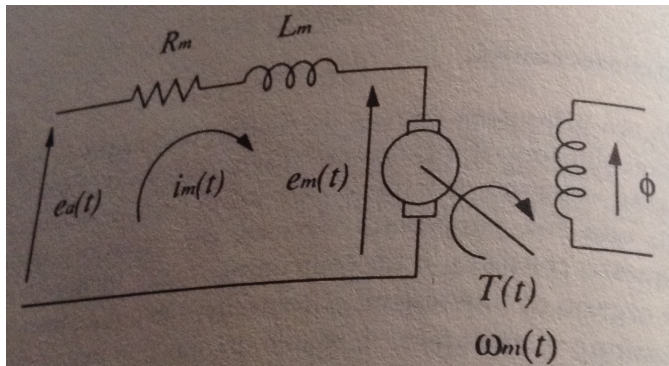
Descrizione

Modellistica

Schema a blocchi

Implementazione in
SimulinkRiduzione degli
schemi a blocchi

8



Lezione 05

Chiara Foglietta

Descrizione

Modellistica

Schema a blocchi

Implementazione in
SimulinkRiduzione degli
schemi a blocchi

9

La coppia motrice $T(t)$ generata dal motore è proporzionale al prodotto tra flusso di induzione ($\phi(t)$) generato dallo statore e corrente elettrica $i_m(t)$ circolante nel rotore, ossia

$$T(t) = k_1 \phi(t) i_m(t)$$

$$T(t) = k_T i_m(t), \quad k_T = k_1 \phi(t)$$

essendo $\phi(t)$ costante.

Ai capi del circuito di rotore, quando esso è in rotazione, nasce una forza contro elettromotrice $e(t)$, che risulta proporzionale al prodotto tra il flusso di induzione $\phi(t)$ generato dallo statore e la velocità angolare del rotore $\omega_m(t)$, ossia

$$e_m(t) = k_2 \phi(t) \omega_m(t)$$

$$e_m(t) = k_b \omega_m(t) = k_b \frac{d}{dt} \theta_m(t), \quad k_b = k_2 \phi(t)$$

essendo $\phi(t)$ costante.

Scegliendo opportunamente le unità di misura, inoltre, è sempre possibile far sì che le costanti k_T e k_b coincidano.

Lezione 05

Chiara Foglietta

Descrizione

Modellistica

Schema a blocchi

Implementazione in
SimulinkRiduzione degli
schemi a blocchi

11

Si consideri poi di applicare la prima legge di Kirchhoff alla maglia rappresentata, ed indicando con $e_a(t)$ la tensione di alimentazione del rotore, variabile nel tempo secondo un'opportuna legge prefissata, si ha:

$$e_a(t) = L_m \frac{d}{dt} i_m(t) + R_m i_m(t) + e_m(t) \quad (1)$$

26

Lezione 05

Chiara Foglietta

Descrizione

Modellistica

Schema a blocchi

Implementazione in
SimulinkRiduzione degli
schemi a blocchi

12

Si consideri infine l'equilibrio dinamico tra coppia motrice generata e coppia resistente; quest'ultima è dovuta all'inerzia del rotore e del carico, all'attrito viscoso generato nei supporti del rotore insieme a quello dovuto all'effetto di ventilazione nell'intraferro tra rotore e statore, nonché all'eventuale contributo in termini di attrito viscoso dovuto al carico.

$$T(t) = J \frac{d}{dt} \omega_m(t) + B \omega_m(t) \quad (2)$$

$$T(t) = k_T i_m(t)$$

$$e_m(t) = k_b \omega_m(t) = k_b \frac{d}{dt} \theta_m(t)$$

$$e_a(t) = L_m \frac{d}{dt} i_m(t) + R_m i_m(t) + e_m(t)$$

$$T(t) = J \frac{d}{dt} \omega_m(t) + B \omega_m(t)$$

Le quattro equazioni danno luogo ad un modello del secondo ordine in cui $e_a(t)$ e quella assunta come uscita $\omega_m(t)$

Lezione 05

Chiara Foglietta

Descrizione

Modellistica

Schema a blocchi

Implementazione in
SimulinkRiduzione degli
schemi a blocchi

14

Dato il modello matematico espresso nel dominio del tempo, l'operazione da compiere è quella della trasformazione secondo Laplace delle equazioni costitutive del modello stesso; nel caso, in esame, nell'ipotesi di condizioni iniziali nulle, si ottiene:

$$Js\Omega_m(s) + B\Omega_m(s) = k_T I_m(s)$$

$$E_m(s) = k_b \Omega_m(s)$$

$$E_a(s) = L_m s I_m(s) + R_m I_m(s) + E_m(s)$$

$$\Omega_m(s) = s\theta_m(s)$$

Lezione 05

Chiara Foglietta

Descrizione

Modellistica

Schema a blocchi

Implementazione in
Simulink

Riduzione degli
schemi a blocchi

15

Il sistema può essere ri-scritto nella seguente maniera:

$$[Js + B] \Omega_m(s) = k_T I_m(s) = T(s)$$

$$E_m(s) = k_b \Omega_m(s)$$

$$E_a(s) - E_m(s) = [L_m s + R_m] I_m(s)$$

$$\Omega_m(s) = s \theta_m(s)$$

26

Considerando che come variabile di ingresso si è assunta la tensione di alimentazione $E_a(s)$, è possibile evidenziare la presenza di un nodo di somma algebrica immediatamente a valle dell'ingresso:

$$E_a(s) - E_m(s) = (L_m s + R_m) I_m(s)$$

A valle del nodo sommatore, la grandezza di errore va moltiplicata per una funzione di trasferimento pari a

$$\frac{1}{L_m s + R_m}$$

ossia la corrente $I_m(s)$

Lezione 05

Chiara Foglietta

Descrizione

Modellistica

Schema a blocchi

Implementazione in
SimulinkRiduzione degli
schemi a blocchi

17

A partire dalla corrente $I_m(s)$, si ottiene la coppia $T(s)$ moltiplicando per una funzione di trasferimento istantanea pari a k_T .

A partire dalla coppia $T(s)$, tramite una funzione di trasferimento dinamica pari a

$$\frac{1}{Js + B}$$

si ottiene la velocità angolare $\Omega(s)$.

26

Lezione 05

Chiara Foglietta

Descrizione

Modellistica

Schema a blocchi

Implementazione in
SimulinkRiduzione degli
schemi a blocchi

18

A partire dalla velocità angolare $\Omega(s)$ si può ottenere la forza contro elettromotrice $E_m(s)$ tramite una funzione di trasferimento istantanea k_b , che rappresenta il segnale di retroazione.

Se come uscita del sistema, ossia come variabile di uscita del motore elettrico controllato sull'armatura, si vuole considerare la posizione, e non la velocità del rotore, è necessario inserire a valle della variabile $\Omega_m(s)$ un blocco che si comporta come un integratore.

26

Lezione 05

Chiara Foglietta

Descrizione

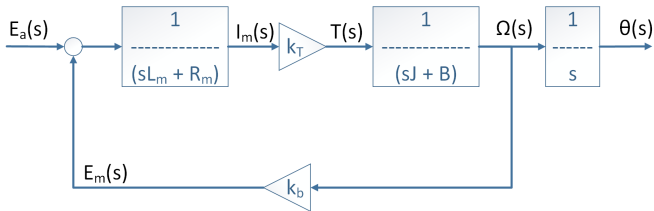
Modellistica

Schema a blocchi

Implementazione in
Simulink

Riduzione degli
schemi a blocchi

19



26

Lezione 05

Chiara Foglietta

Descrizione

Modellistica

Schema a blocchi

**Implementazione in
Simulink**

Riduzione degli
schemi a blocchi

20

26

Lezione 05

Chiara Foglietta

Descrizione

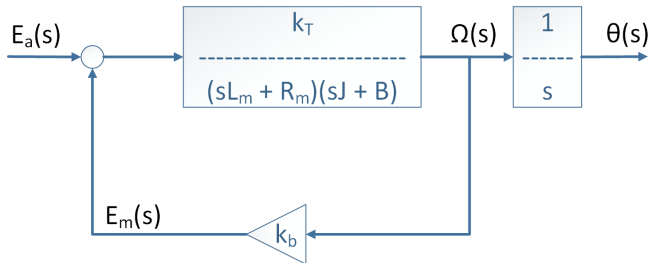
Modellistica

Schema a blocchi

Implementazione in
Simulink

Riduzione degli
schemi a blocchi

21



$$G(s) = \frac{\frac{k_r}{L_m J}}{\left(s + \frac{R_m}{L_m}\right) \left(s + \frac{B}{J}\right)}$$

26

Lezione 05

Chiara Foglietta

Descrizione

Modellistica

Schema a blocchi

Implementazione in
Simulink

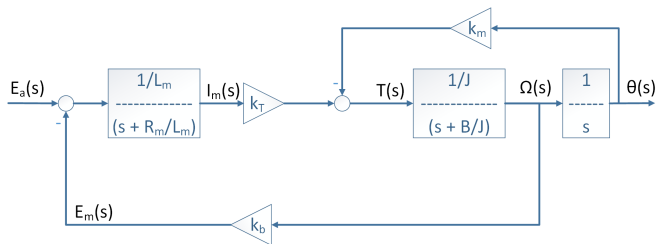
Riduzione degli
schemi a blocchi

22

$$\begin{aligned}\frac{\Omega_m(s)}{E_a(s)} &= \frac{G(s)}{1 + k_b G(s)} = \frac{\frac{k_T}{(L_m s + R_m)(Js + B)}}{1 + \frac{k_T}{(L_m s + R_m)(Js + B)}} \\ &= \frac{k_T}{JL_m s^2 + (BL_m + JR_m)s + BR_m + k_b k_T}\end{aligned}$$

26

Si consideri il modello del motore elettrico in continua controllato sull'armatura. Si supponga ora di vincolare al riferimento l'asse del rotore mediante una molla.



dove k_m è la costante elastica della molla.

Lezione 05

Chiara Foglietta

Descrizione

Modellistica

Schema a blocchi

Implementazione in
SimulinkRiduzione degli
schemi a blocchi

24

Lo schema a blocchi equivale a considerare che all'azione della coppia $T(s)$ sull'albero del rotore, dovuta all'ingresso in tensione $E_a(s)$, si contrapponga una coppia resistente dovuta alla molla, pari al prodotto $\theta(s)k_M$, che porta complessivamente ad una posizione di equilibrio legata al valore dell'ingresso $E_a(s)$.

26

Lezione 05

Chiara Foglietta

Descrizione

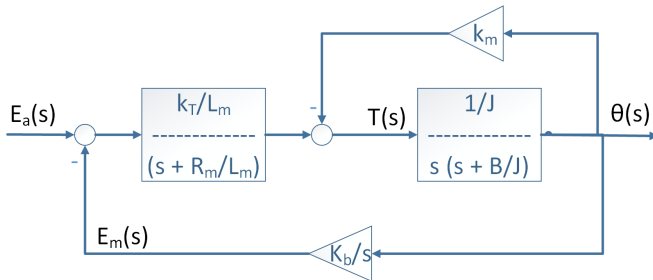
Modellistica

Schema a blocchi

Implementazione in
Simulink

Riduzione degli
schemi a blocchi

25



26

Lezione 05

Chiara Foglietta

Descrizione

Modellistica

Schema a blocchi

Implementazione in
SimulinkRiduzione degli
schemi a blocchi

26

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\frac{G_2(s)}{s + k_m G_2(s)} \cdot \frac{k_T G_1(s) G_2(s)}{s + k_m G_2(s)}}{s(k_b k_T G_1(s) G_2(s) + 1) + k_m G_2(s)}$$

26