

Quesito 4 – Sistema di misura della posizione angolare ξ_i

Descrizione del sistema:

Si analizza un sistema di acquisizione dati per misurare la **posizione angolare** ξ_i (in gradi) di meccanismi biella-manovella. Ogni linea di sensing è composta da:

- Sensore angolare S_i
 - Primo blocco di condizionamento c_i : offset Y_1 , guadagno k_1
 - Secondo blocco di condizionamento c_0 : offset Y_0 , guadagno k_0
 - Multiplexer (MUX): accetta segnali in ingresso nel range $[0, 3]$ V
 - ADC: intervallo di ingresso $[-9, 9]$ V, risoluzione $B = 6$ bit
-

1. Sensibilità del sensore

Il sensore è lineare, con:

- Range angolare: $\xi_i \in [180^\circ, 360^\circ]$
- Range di uscita: $V_S \in [-90, 90]$ mV

La sensibilità S è definita come:

$$S = \frac{\Delta V_S}{\Delta \xi} = \frac{90 - (-90)}{360 - 180} = \frac{180 \text{ mV}}{180^\circ} = 1 \text{ mV}/^\circ$$

Risultato:

La sensibilità del sensore è **1 mV/°**.

2. Valori ottimali di k_1 e Y_1

Obiettivo: adattare l'intervallo $[-90, 90] \text{ mV} = [-0,09, 0,09] \text{ V}$ all'intervallo $[0, 3] \text{ V}$ accettato dal MUX.

Trasformazione affine:

$$V_1 = k_1 \cdot V_S + Y_1$$

Condizioni:

$$\begin{cases} V_S = -0,09 \rightarrow V_1 = 0 \\ V_S = +0,09 \rightarrow V_1 = 3 \end{cases}$$

Sistema:

$$\begin{cases} 0 = k_1 \cdot (-0,09) + Y_1 \\ 3 = k_1 \cdot 0,09 + Y_1 \end{cases}$$

Dalla prima equazione:

$$Y_1 = 0,09 \cdot k_1$$

Sostituendo nella seconda:

$$3 = 0,09k_1 + 0,09k_1 = 0,18k_1 \Rightarrow k_1 = \frac{3}{0,18} = 16,67$$

$$Y_1 = 0,09 \cdot 16,67 = 1,5 \text{ V}$$

Risultato:

$$k_1 = 16,67, Y_1 = 1,5 \text{ V}$$

3. Valori ottimali di k_0 e Y_0

Obiettivo: adattare l'intervallo $[0, 3]$ V (uscita di c_i) all'intervallo di ingresso dell'ADC $[-9, 9]$ V

Trasformazione:

$$V_0 = k_0 \cdot V_1 + Y_0$$

Condizioni:

$$\begin{cases} V_1 = 0 \rightarrow V_0 = -9 \\ V_1 = 3 \rightarrow V_0 = +9 \end{cases}$$

Sistema:

$$\begin{cases} -9 = k_0 \cdot 0 + Y_0 \\ +9 = k_0 \cdot 3 + Y_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y_0 = -9 \\ 18 = 3k_0 \end{cases} \Rightarrow k_0 = \frac{18}{3} = 6$$

Risultato:

$$k_0 = 6, Y_0 = -9 \text{ V}$$

4. Risoluzione del sensore

Risoluzione dell'ADC:

$$\Delta V_{\text{ADC}} = \frac{\text{Intervallo}}{2^B} = \frac{18 \text{ V}}{64} = 0,28125 \text{ V}$$

Risoluzione angolare equivalente:

Dato che:

- Intervallo angolare: 180°
- Intervallo ADC: 64 livelli

$$\Delta \xi = \frac{180^\circ}{64} = 2,8125^\circ$$

Risultato:

Risoluzione angolare del sistema: $2,81^\circ$

5. Numero di bit necessario per una risoluzione $< 1^\circ$

Vogliamo:

$$\frac{180^\circ}{2^B} < 1^\circ \Rightarrow 2^B > 180 \Rightarrow B > \log_2(180) \approx 7,49 \Rightarrow B \geq 8$$

Risultato:

Servono **almeno 8 bit** per ottenere una risoluzione angolare $< 1^\circ$.

6. Formula per ottenere ξ_i da V_0

Catena diretta:

$$V_0 = k_0 \cdot (k_1 \cdot V_S + Y_1) + Y_0$$

Invertiamo per ottenere ξ_i , sapendo che:

$$V_S = \text{sensibilità} \cdot (\xi_i - 180^\circ) \Rightarrow V_S = 0,001 \cdot (\xi_i - 180)$$

Componiamo:

1. Inversione:

$$V_S = \frac{1}{k_1} \left(\frac{V_0 - Y_0}{k_0} - Y_1 \right)$$

2. Poi:

$$\xi_i = \frac{V_S}{0,001} + 180$$

Sostituendo:

$$\xi_i = \frac{1}{0,001} \cdot \left[\frac{1}{k_1} \left(\frac{V_0 - Y_0}{k_0} - Y_1 \right) \right] + 180$$

Risultato (formula finale):

$$\xi_i = \left(\frac{1}{0,001 \cdot k_1} \right) \cdot \left(\frac{V_0 - Y_0}{k_0} - Y_1 \right) + 180$$

7. Frequenza minima di campionamento R_S dell'ADC

Dato:

- 3 linee di ingresso
- Il MUX passa da una linea all'altra ogni 20 ms
- Servono almeno 10 campioni per **ciascuna scansione**

Durata di una scansione completa:

$$3 \cdot 20 \text{ ms} = 60 \text{ ms} \Rightarrow \text{Servono } 3 \cdot 10 = 30 \text{ campioni in } 60 \text{ ms}$$

Frequenza di campionamento:

$$R_S = \frac{30}{0,06} = 500 \text{ S/s}$$

Risultato:

Frequenza minima di campionamento dell'ADC: **500 S/s**
