

Задание №2

Численно решите следующую задачу Коши:

$$\begin{cases} \frac{d^2 u}{dt^2} + u = 0 \\ u(t=0) = u_0, \dot{u}(t=0) = v_0 \end{cases}$$

на отрезке $t = [0, 20]$ для $v_0 = 0$ и u_0 , вычисляемого в соответствии с правилом*. Используйте двухслойную схему с перешагиваем. Рассмотрите следующие варианты численного интегрирования:

I. Рассмотрите три значения шага сетки: 1) на границе устойчивости схемы; 2) шаг в два раза меньше предыдущего; 3) шаг в 5 раз меньше границы устойчивости. В следующем за начальным (первом) узле сетки используйте аналитическое (точное) решение

II. Для шага основной сетки в два раза меньше границы устойчивости дополнительно рассмотрите следующие варианты расчета значения функции в следующем за начальным (первом) узле сетки: 1) один шаг по схеме Эйлера; 2) схему Эйлера с шагом в 2 раза меньше шага основной сетки;

Постройте графики численных решений совместно с графиком точного аналитического решения задачи (шкалы на осях обязательны).

Постройте графики локальной ошибки для трёх рассмотренных шагов интегрирования, каждый раз вычисляя значение функции в первом узле по схеме Эйлера с шагом в 10 раз меньше шага основной сетки.

Подготовьте отчет о выполненном задании в виде pdf-файла. В отчете следует отразить постановку задачи, методы ее решения и полученные результаты. На титульном листе рядом с ФИО в скобках укажите вычисленное значение u_0 .

(*) Правило вычисления значения u_0 . Записываете первую букву вашей фамилии и инициалы – ФИО. Значение $u_0 = [\text{код(Ф)} + \text{код(И)} + \text{код(О)}] / 30$. Код буквы выберите из таблицы.

Пример: Иванов Сергей Петрович. $u_0 = [\text{код(И)} + \text{код(С)} + \text{код(П)}] / 30 = (10 + 19 + 17) / 30 = 1.53$

А	1	Ж	80	Н	150	Ф	220	Ы	29
Б	2	З	90	О	160	Х	23	Ь	30
В	3	И	10	П	17	Ц	240	Э	31
Г	40	Й	11	Р	18	Ч	25	Ю	32
Д	50	К	12	С	19	Ш	260	Я	33
Е	60	Л	13	Т	200	Щ	27		
Ё	70	М	140	У	21	Ъ	28		

Таблица кодов букв.