

Tema Bazele Electrotehnicii

Dinu Ion-Irinel

Grupa 315CA, CTI, UPB
ion_irinel.dinu@stud.acs.upb.ro

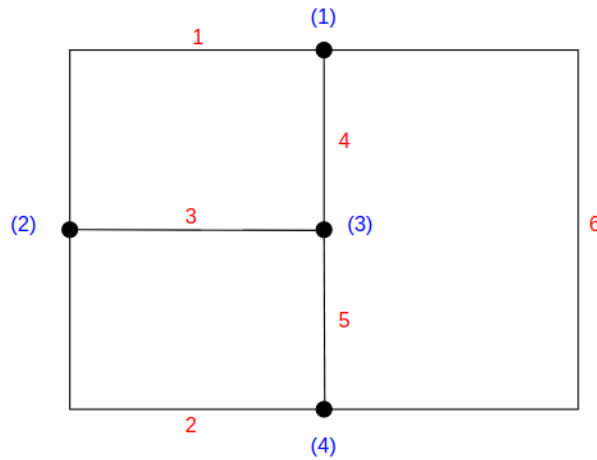
May 31, 2021

Contents

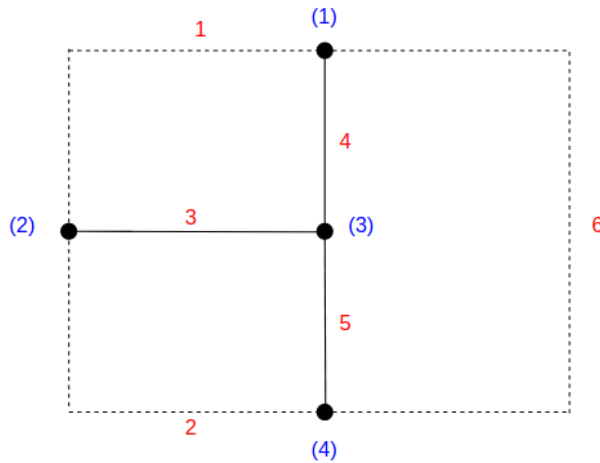
1	Generarea unui Circuit	3
1.1	Generarea grafului de curenti	4
1.2	Generarea grafului de tensiuni	5
1.3	Bilant de Puteri	6
1.4	Alegerea elementelor de circuit	6
1.5	Alegerea unui arbore normal	8
2	Metode sistematice eficiente	9
2.1	Analiza eficientei metodelor sistematice	9
2.2	Rezolvarea sistemului	10
3	Generatorul echivalent de tensiune / curent	12
3.1	Reprezentarea circuitului initial	12
3.2	Graficul intensitatii curentului in functie de rezistenta	15
3.3	Graficul tensiunii in functie de rezistenta	16
3.4	Graficul puterii in functie de rezistenta	17
3.5	Caracteristicile rezistorului liniar si ale generatorului	19
3.6	Diode semiconductoare	21
4	Surse Comandate	25
4.1	Sursa de tensiune comandata in tensiune	25
4.2	Simularea circuitului folosind ltspice	26
5	Rezolvarea circuitelor de c.a. folosind instrumente software numerice	28
5.1	Reprezentare schema echivalenta in complex	28
6	Latex	31
6.1	Redactarea Proiectului	31
7	Bibliografie	32

1 Generarea unui Circuit

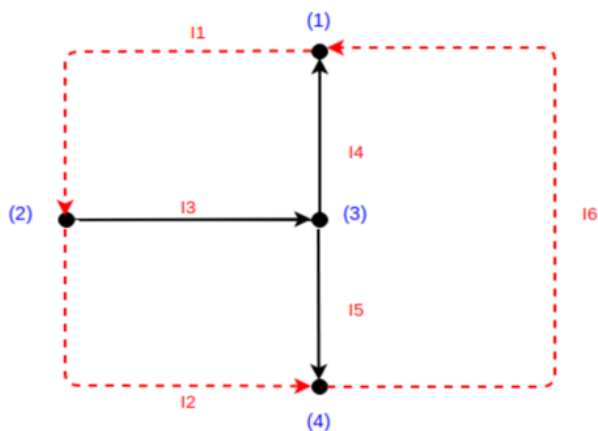
In cadrul rezolvarii am ales sa generez doua grafuri, unul pentru curenti (G_i) si unul pentru tensiuni(G_u). Ambele grafuri apartin unui circuit electric liniar rezistiv, fara surse comandate, cu cel putin o sursa de tensiune si cel putin o sursa de curent. Topologia circuitului a fost aleasa astfel incat graful circuitului sa aiba cel putin 3 ochiuri. O parte din valori, curenti in coarde respectiv tensiuni in ramuri au fost alese in mod arbitrar iar celelalte au fost determinate.



Graful si arborele circuitului



1.1 Generarea grafului de curenti



Graful initial de intensitati G_i

Alegem $I_1 = 2A$; $I_2 = 4A$; $I_6 = 6A$

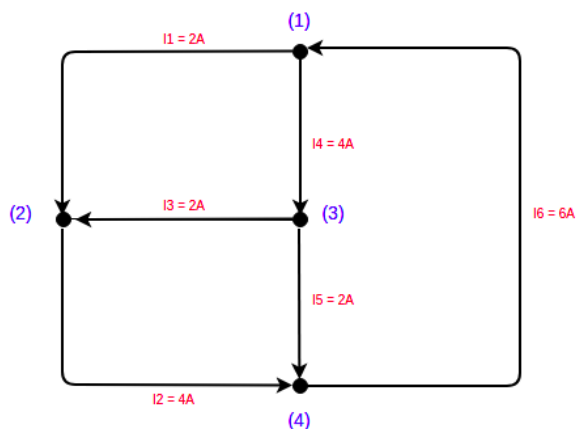
Aplicand Legea I a lui Kirchhoff pentru curentii din coarde, vom determina valorile intensitatilor care nu se cunosc:

Pentru nodul 2: $I_1 = I_3 + I_2$; $I_3 = I_1 - I_2$; $I_3 = 2 - 4 = -2A$

Pentru nodul 4: $I_6 = I_2 + I_5$; $I_5 = I_6 - I_2$; $I_5 = 6 - 4 = 2A$

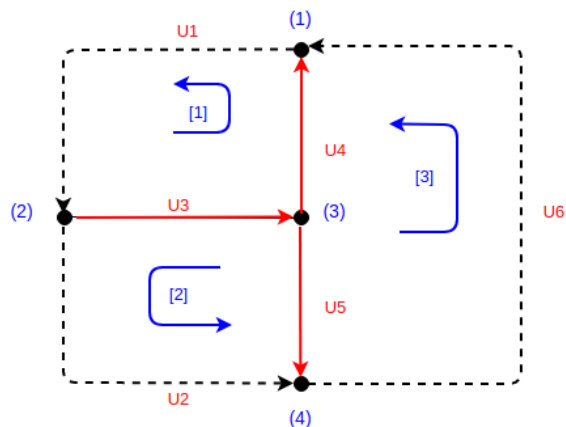
Pentru nodul 1: $I_1 = I_4 + I_6$; $I_4 = I_1 - I_6$; $I_4 = 2 - 6 = -4A$

Pentru usurinta urmatoarelor calcule voi alege sensul curentilor in sens pozitiv.



Graful final de intensitati - G_i

1.2 Generarea grafului de tensiuni



Graful initial de tensiuni G_u

Alegem $U_3 = 10V$; $U_4 = 12V$; $U_5 = 6V$

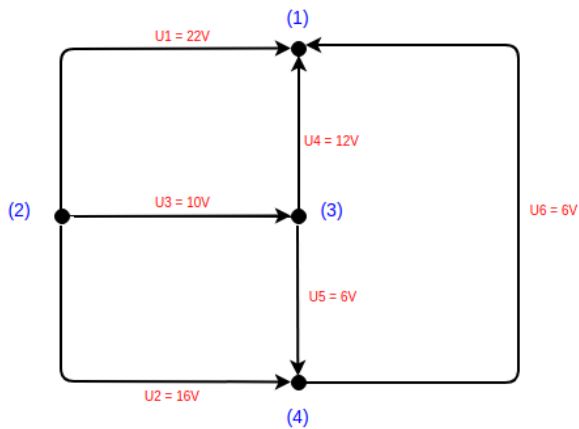
Aplicand Legea a-II-a a lui Kirchhoff pentru tensiunile din ramuri, vom determina valorile tensiunilor care nu se cunosc:

$$[1] U_1 = -U_3 - U_4 = -10 - 12 = -22V$$

$$[2] U_2 = U_3 + U_5 = 10 + 6 = 16V$$

$$[3] U_6 = -U_5 + U_4 = -6 + 12 = 6V$$

Pentru usurinta urmatoarelor calcule voi alege sensul tensiunilor in sens pozitiv.



Graful final de tensiuni - G_u

1.3 Bilant de Puteri

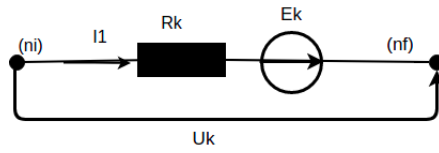
Voi verifica daca teorema lui Tellegen este indeplinita calculand atat puterea generata cat si puterea receptata folosind perechea de grafuri.

$$\begin{aligned}P_r &= I_2 * U_2 + I_5 * U_5 + I_6 * U_6 \\P_r &= 4 * 16 + 2 * 6 + 6 * 6 \\P_r &= 64 + 12 + 36 = 112W\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P_g &= I_1 * U_1 + I_3 * U_3 + I_4 * U_4 \\P_g &= 2 * 22 + 2 * 10 + 4 * 12 \\P_g &= 44 + 20 + 48 = 112W\end{aligned}$$

Cum $P_r = P_g$, teorema lui Tellegen este respectata.

1.4 Alegerea elementelor de circuit



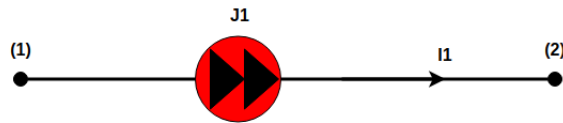
Voi alege o latura standard si voi exprima relatiile care o reprezinta:

$$U_k = R_k * I_k - E_k$$

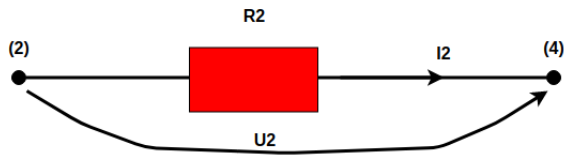
$$I_k = (U_k + E_k) / R_k$$

$$I_k = (V_i - V_f + E_k) / R_k$$

Pe baza celor enuntate mai sus voi alege elemente pentru fiecare latura.



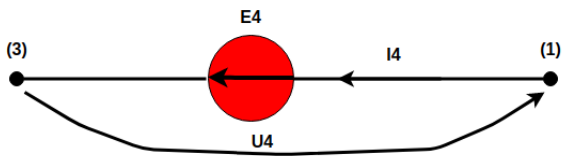
Latura cuprinsa intre nodul (1) si nodul (2) Conform definitie $J_1 = I_1 = 2A$



Latura cuprinsa intre nodul (2) si nodul (4):

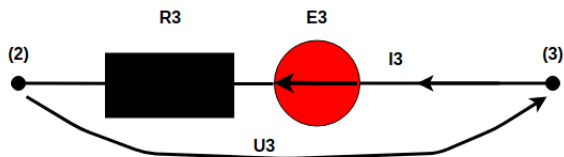
Comform definitie $R_2 = U_2/I_2 = 16V/4A = 4\Omega$

In mod similar am procedat si pentru latura cuprinsa intre nodurile (4) si (1) si am obtinut $R_6 = U_6/I_6 = 6V/6A = 1\Omega$



Latura cuprinsa intre nodul (3) si nodul(1):

Comform definitie $E_4 = U_4 = 12V$



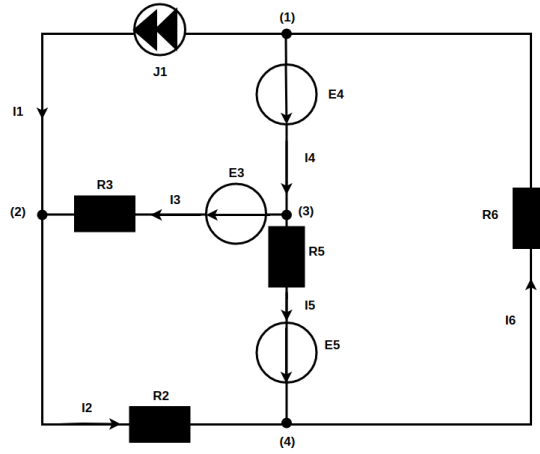
Latura cuprinsa intre nodul (2) si nodul(3):

$U_3 = -R_3 * I_3 - E_3; E_3 = R_3 * I_3 + U_3$

Alegem valoare de 2Ω pentru R_2 si astfel obtinem $E_3 = 2 * 2 + 10 = 14V$

Similar, am procedat pentru latura cuprinsa intre nodul (3) si nodul(4):

Am ales valoarea de 5Ω pentru R_5 si am obtinut $E_5 = 4V$.



Verific bilantul de puteri:

$$P_r = I_k^2 * R_k$$

$$P_r = I_3^2 * R_3 + I_2^2 * R_2 + I_5^2 * R_5 + I_6^2 * R_6$$

$$P_r = 4 * 2 + 16 * 4 + 4 * 5 + 36 * 1$$

$$P_r = 8 + 64 + 20 + 36 = 128 \text{ W}$$

$$P_g = I_3 * E_3 + I_5 * E_5 + I_4 * E_4 + I_1 * U_1$$

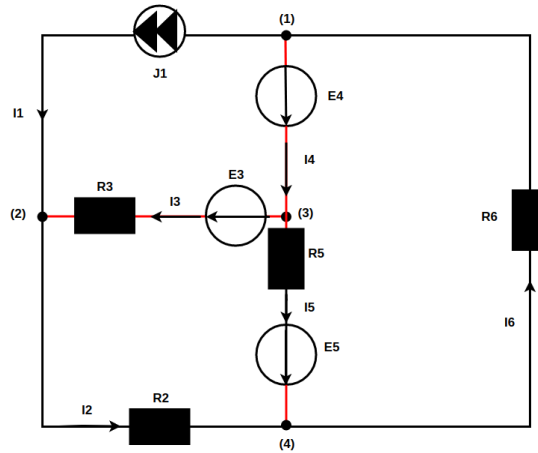
$$P_g = 2 * 14 + 2 * 4 + 4 * 12 + 2 * 22$$

$$P_g = 28 + 8 + 48 + 44 = 128 \text{ W}$$

Cum $P_r = P_g$, suma de puteri este egala.

1.5 Alegerea unui arbore normal

Circuitul este realizat corect dacă conține un arbore normal, format din toate sursele ideale de tensiune(SIT-urile) si nicio sursă ideală de curent(SIC).



2 Metode sistematice eficiente

2.1 Analiza eficientei metodelor sistematice

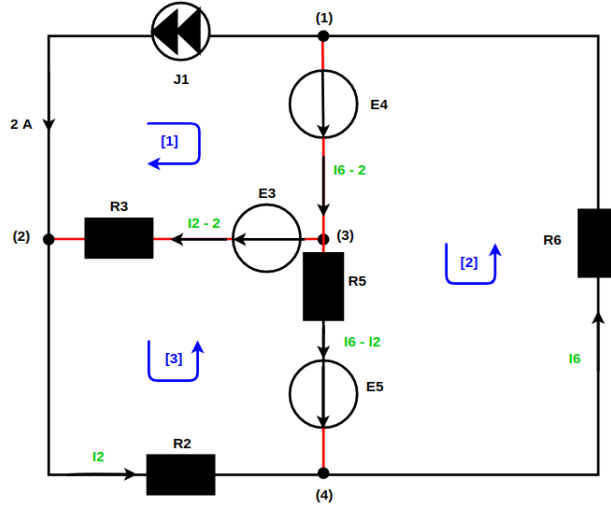
În cadrul acestei secțiuni vom analiza ce metodă sistematică este cea mai eficientă pentru problema propusă.

- L (laturi) = 6
- N (noduri) = 4
- $n_{sit} = 1$
- $n_{sic} = 1$

Metoda	Numar de ecuatii
Teorema lui Kirchhoff - curenți - tensiuni	$L = 6$
Curenții de coarde	$L - N + 1 = 3$
Tensiuni de ramuri	$N - 1 = 3$
Curenții de buclă(curenți ciclici)	$L - N + 1 - n_{sic} = 2$
Potential noduri	$N - 1 - n_{sit} = 2$

Am ales să rezolv sistemul folosind metoda curenților în coarde deoarece este cea mai eficientă, implicând cel mai mic număr de ecuații. Folosind arborele normal voi calcula curenții din ramuri în funcție de cei din coarde. Necunoscutele sistemului care trebuie rezolvate sunt I_2 și I_6 .

2.2 Rezolvarea sistemului



Nodul (1) : $I_4 + I_1 = I_6 \Rightarrow I_4 = I_6 - 2$

Nodul (4) : $I_5 + I_2 = I_6 \Rightarrow I_5 = I_6 - I_2$

Nodul (2) : $I_3 + I_1 = I_2 \Rightarrow I_3 = I_2 - 2$

Aplicand legea a doua a lui Kirchhoff pentru bucla 1 si 2 se obtine sistemul:

$$-E_4 - E_3 + (I_2 - 2) * R_3 - U_{J1} = 0$$

$$-E_4 - E_5 + (I_6 - I_2) * R_5 + I_6 * R_6 = 0$$

Din prima ecuatie putem determina R_2 :

$$-12 - 14 + (I_2 - 2) * 2 - (-22) = 0$$

$$2 * I_2 - 8 = 0 \Rightarrow I_2 = 4A$$

Cunoscand I_2 putem obtine din cea de-a doua ecuatie I_6 :

$$-12 - 4 + (I_6 - 4) * 5 + I_6 * 1 = 0$$

$$-16 + 6 * I_6 - 20 = 0$$

$$I_6 = 6A$$

Rescriu sistemul ordonat pentru a obtine o matrice de coeficientii si un vector, pentru a rezolva sistemul folosind Octave. Voi reprezenta intensitatile dintre noduri astfel: I_{32} = Intesitatea cuprinsa intre nodul (3) si nodul(2)

$$I_{41} = I_{31} + J_1$$

$$I_{24} = I_{32} + J_1$$

$$I_{13} = I_{32} + J_{34}$$

$$I_{34} = -I_{24} + I_{41}$$

$$I_{32} * R_3 = E_3 + E_4 + U_{J1}$$

$$I_{34} * R_5 + I_{41} * R_6 = E_4 + E_5$$

$$I_{24} * R_2 - I_{34} * R_5 + I_{32} * R_3 = E_3 - E_5$$

$$\begin{aligned}
(I_{24} - J_1) * R_3 &= E_3 + E_4 + U_{J_1} \\
(I_{24} + I_{41}) * R_5 + I_{41} * R_6 &= E_3 + E_5 \\
I_{24} * R_2 - (-I_{24} + I_{41}) * R_5 + (I_{24} - J_1) * R_3 &= E_3 - E_5
\end{aligned}$$

Inlocuind valorile si aplicand factor comun se obtine:

$$\begin{aligned}
I_{24} * 2 &= 8 \\
-I_{24} * 5 + I_{41} * 6 &= 16 \\
I_{24} * 11 - I_{41} * 5 &= 14
\end{aligned}$$

```

>> A = [2 0 0; -5 6 0; 11 -5 0]
A =

     2     0     0
    -5     6     0
    11    -5     0

>> b
b =

     8
    16
    14

>> ans
ans =

    4.00000
    6.00000
    0.00000

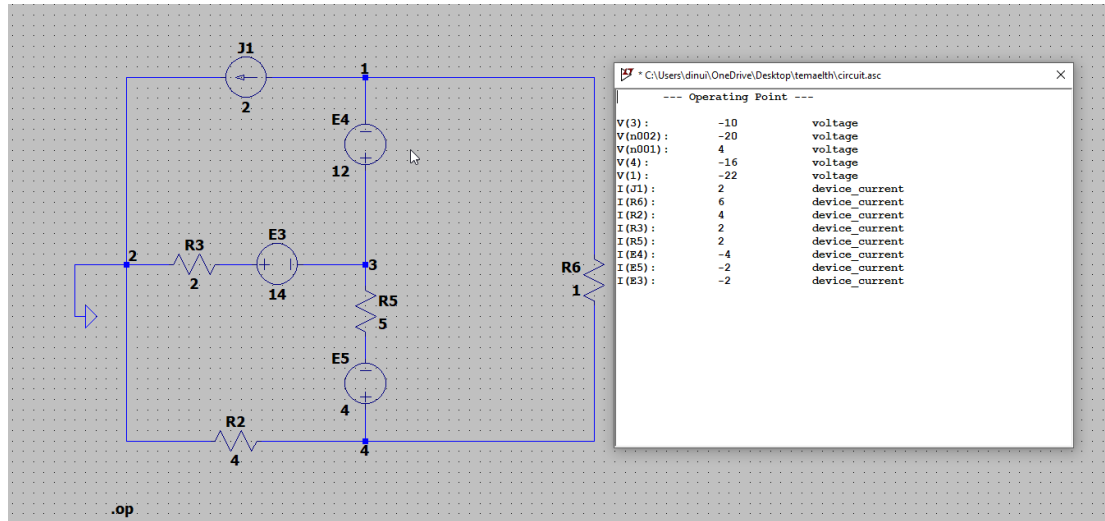
```

Valorile $I_6 = 6A$ si $I_2 = 4A$ corespund celor initiale.

Cum curentii de ramuri se exprima in functie de cei de coarda si acestia vor coincide iar tensiunile vor respecta acelasi concept. Asadar calculele au fost realizate intr-un mod corect.

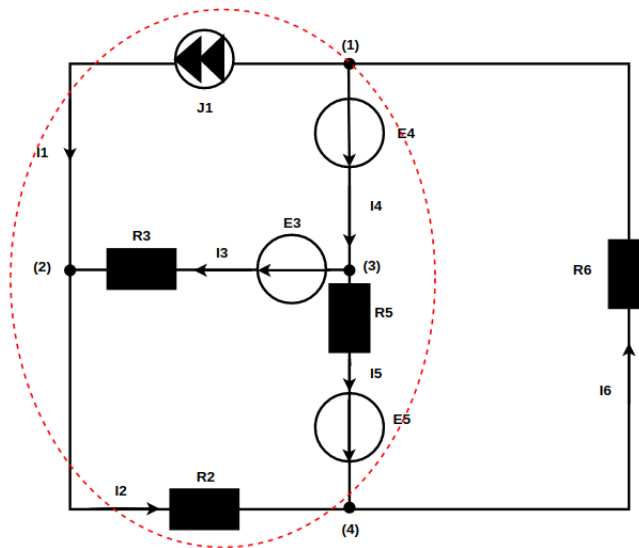
3 Generatorul echivalent de tensiune / curent

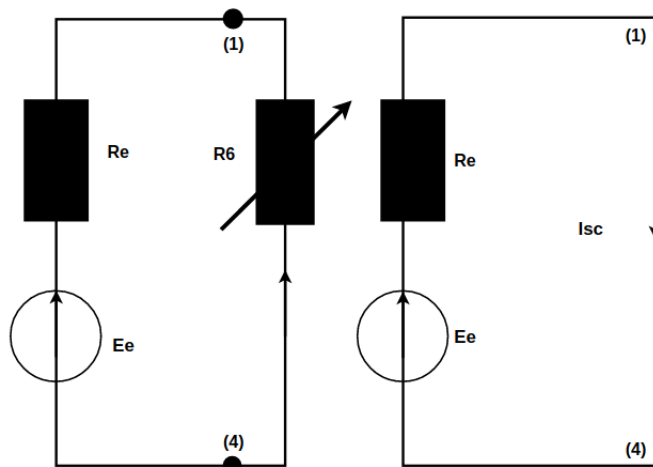
3.1 Reprezentarea circuitului initial



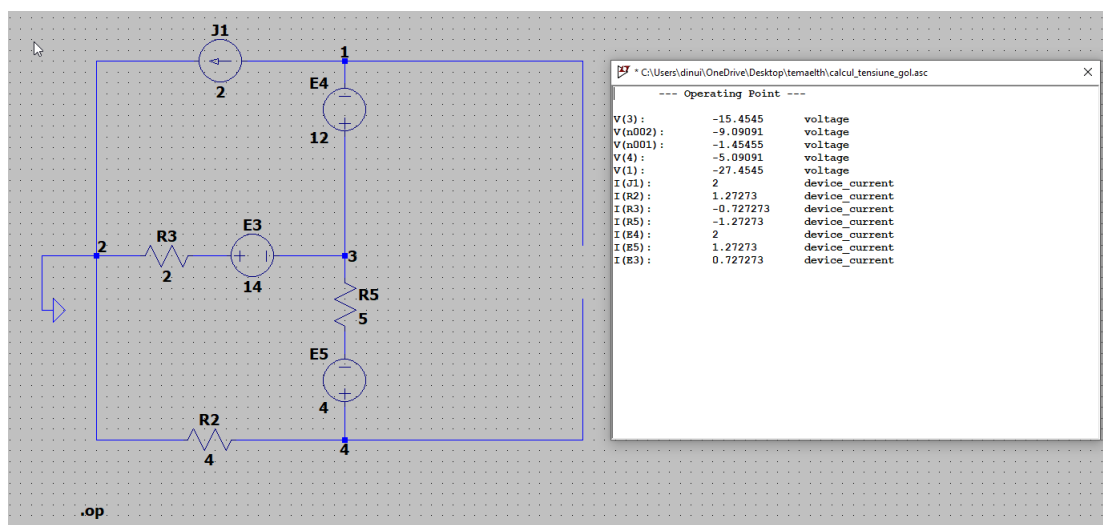
Voi alege latura cu rezistorul R_6 .

Folosind metoda echivalentelor voi obtine generatorul echivalent de tensiune fata de bornele rezistorului R_6 . Circuitul final va trebui redus la un circuit echivalent.

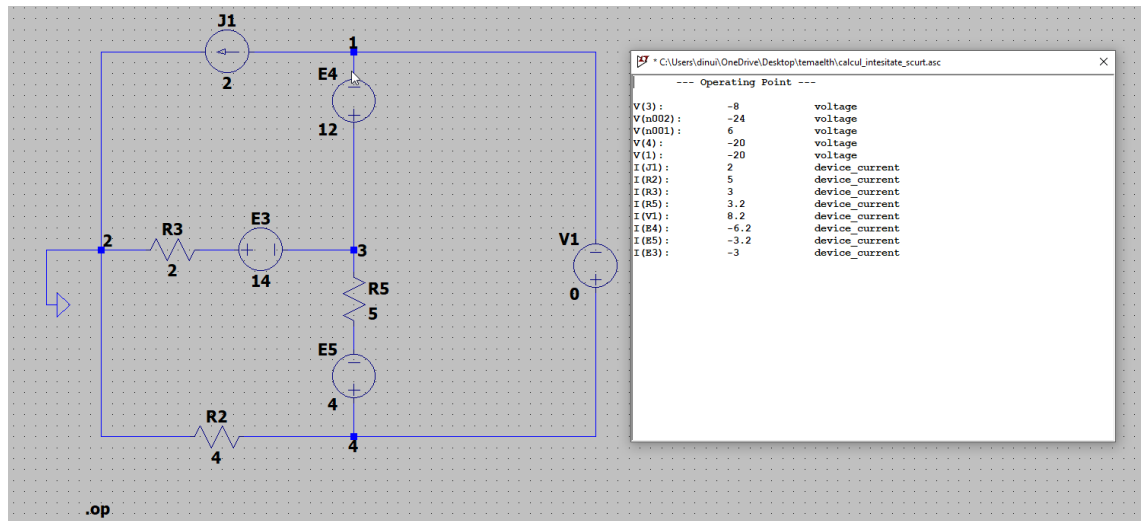




Folosind Spice am obtinut valoarea tensiunii in gol $U_{gol} = U_{gol41} = V_4 - V_1$
 $U_{gol41} = -5.09091 + 27.4545 = 22.363V \Rightarrow U_{gol41} = E_e = 22.363V$ prin
 stergerea rezistentei de pe firul cuprins intre latura (4) si (1)



Pentru a obtine intensitatea de scurtcircuit am folosit de asemenea spice, in locul rezistentei R_6 am introdus o tensiunea electromotoare cu valoarea 0. Astfel am obtinut $I_{sc} = 8.2$ A

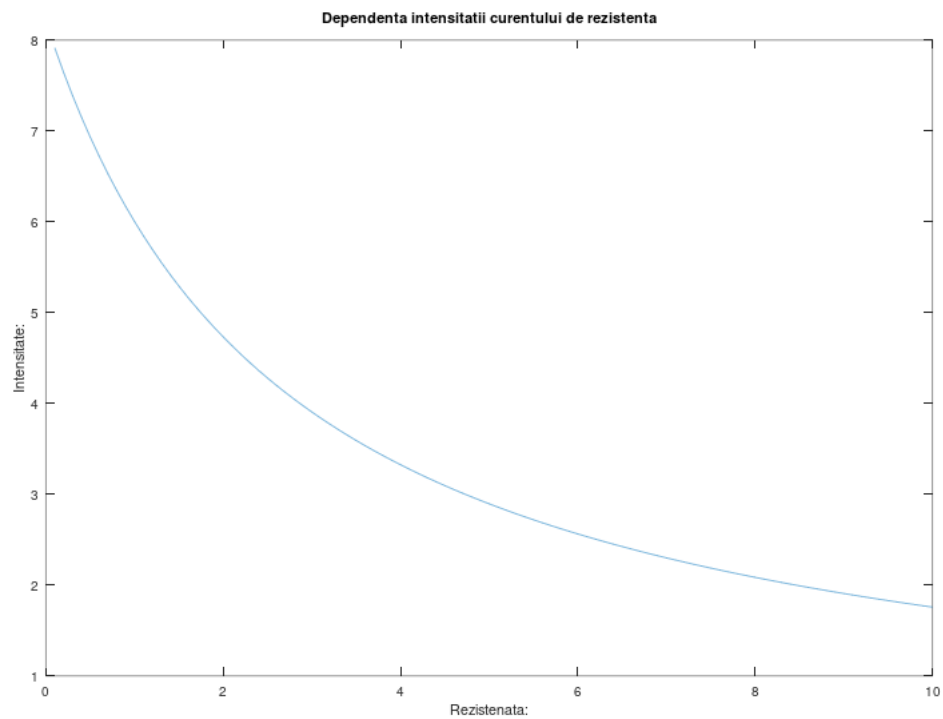


Rezistenta echivalenta se va calcula conform legii lui Kirchhoff:

$$R_e = E_e / I_{sc} = 22.363 / 8.2 = 2.726 \text{ ohmi}$$

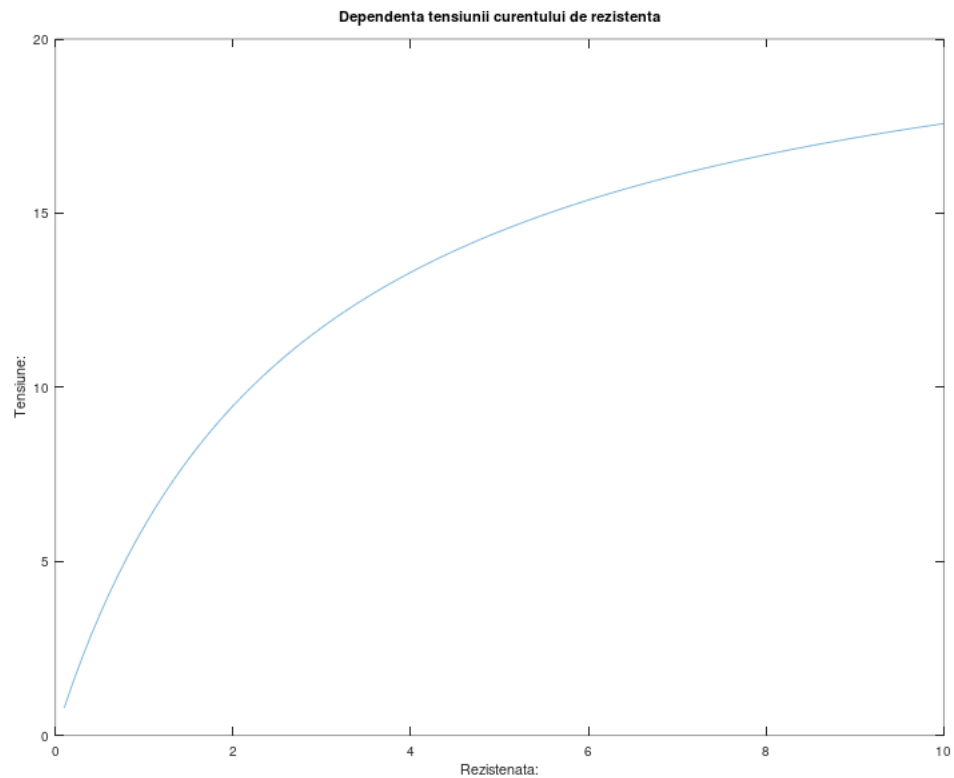
3.2 Graficul intensitatii curentului in functie de rezistenta

```
1 function display_plot1()  
2     R6 = [0.1:0.1:10];  
3     Ee = 22.363;  
4     Re = 2.726;  
5  
6     I = Ee ./ (Re .+ R6);  
7  
8     figure(1);  
9     plot(R6, I);  
10    xlabel("Rezistenata:");  
11    ylabel("Intensitate:");  
12    title("Dependenta intensitatii curentului de rezistenta");  
13 endfunction  
14  
15
```



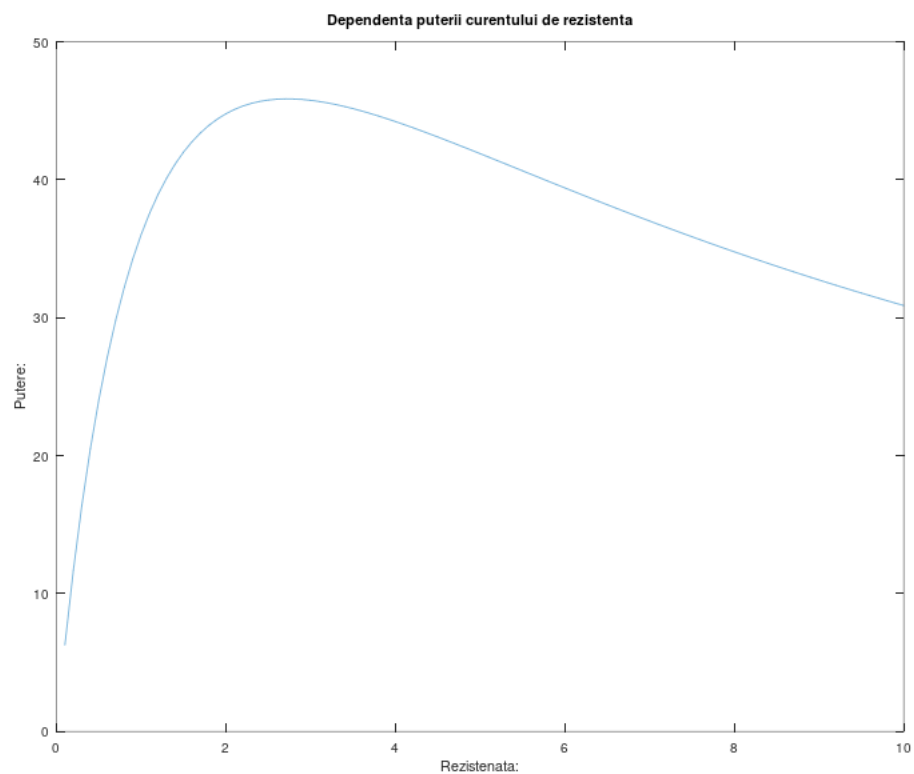
3.3 Graficul tensiunii in functie de rezistenta

```
1 function display_plot2()
2     R6 = [0.1:0.1:10];
3     Ee = 22.363;
4     Re = 2.726;
5
6     I = Ee ./ (Re .+ R6);
7     U = R6 .* I;
8
9     figure(1);
10    plot(R6, U);
11    xlabel("Rezistenata:");
12    ylabel("Tensiune:");
13    title("Dependenta tensiunii curentului de rezistenta");
14 endfunction
15
```



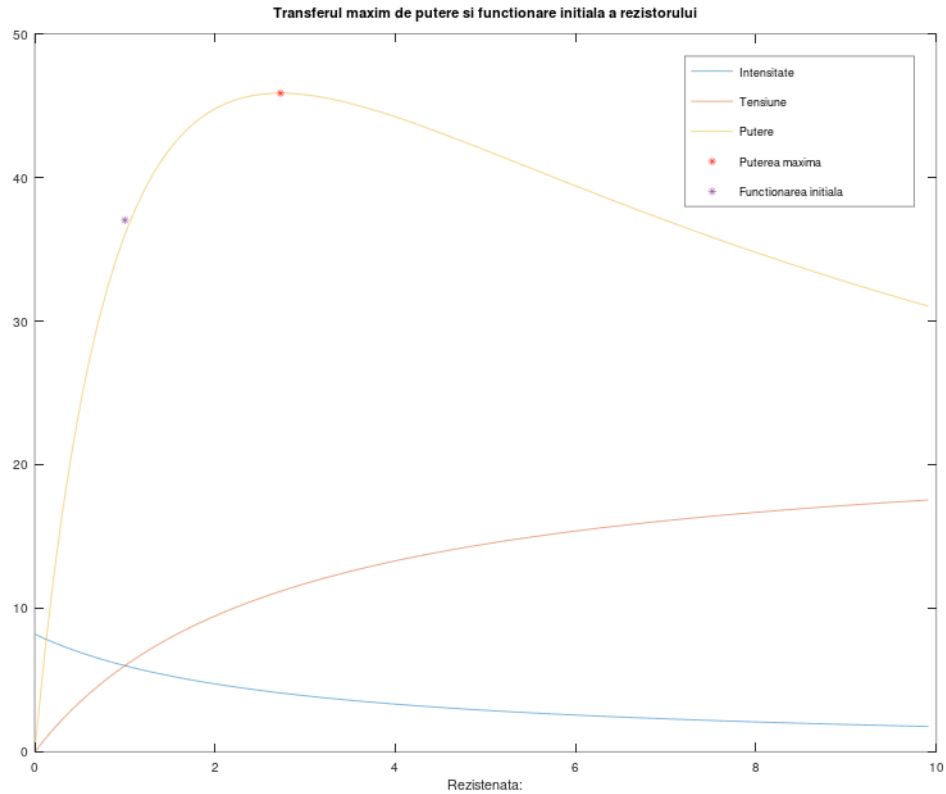
3.4 Graficul puterii in functie de rezistenta

```
1 function display_plot3()
2     R6 = [0.1:0.1:10];
3     Ee = 22.363;
4     Re = 2.726;
5
6     I = Ee ./ (Re .+ R6);
7     U = R6 .* I;
8     P = U .* I;
9     figure(1);
10    plot(R6, P);
11    xlabel("Rezistenata:");
12    ylabel("Putere:");
13    title("Dependentata puterii curentului de rezistenta");
14 endfunction
15
```



In cadrul reprezentarii celor 3 grafice am variata rezistenta R_6 intre 0.1 si 10 cu pas de 0.1 Ω . Puterea maxima are loc atunci cand $R_6 = R_e = 2.726$ ohmi. Aceasta se calculeaza dupa formula:

$$P_m = E_e^2 / 4 * R_e = 22.363 * 22.363 / 4 * 2.726 = 45.864 \text{ W}$$



Transferul maxim de puterea este reprezentat in cadrul graficului prin punctul rosu iar functionalitate initiala specifica rezistorului $R_6 = 1 \Omega$ este reprezentata prin punctul mov.

```

1 function max_power()
2     R6 = [0.01:0.1:10];
3     Ee = 22.363;
4     Re = 2.726;
5
6     I = Ee ./ (Re .+ R6);
7     U = R6 .* I;
8     P = U .* I;
9
10    # valoarea initiala a rezistentei
11    R6_int = 1;
12    # intensitatea curentului la functionarea initiala
13    I_int = Ee ./ (R6_int + Re);
14    # puterea la functionarea initiala
15    P_int = I_int^2 * R6_int;
16    Power_max = (Ee^2) / (4 * Re);
17
18    figure(1);
19    plot(R6, I, R6, U, R6, P);
20    hold on
21    plot(Re, Power_max, "r*");
22    plot(R6_int, P_int, "o*");
23    xlabel("Rezistenata:");
24    title("Transferul maxim de putere si functionare initiala a rezistorului");
25    legend("Intensitate" , "Tensiune", "Putere", "Puterea maxima", "Functionarea initiala");
26 endfunction
27
28
29

```

3.5 Caracteristicile rezistorului liniar si ale generatorului

Se cunoaste tensiunea $U_{gol} = 22.636$ si $I_{sc} = 2.726$

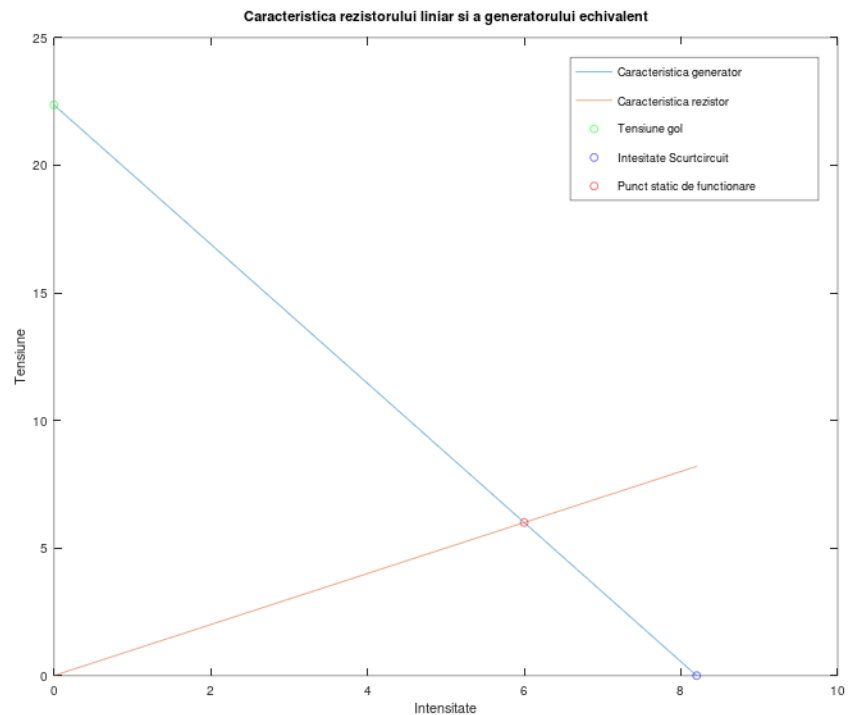
Pentru a determina punctul static de functionare, voi reprezenta pe acelasi grafic caracteristica rezistorului initial si caracteristica generatorului echivalent.

Punctul se va afla la intersectia celor doua drepte reprezentate.

```

1 function linear_dependence()
2     R6 = 1;
3     Ee = 22.36359;
4     Re = 2.72726707;
5     Isc = Ee / Re;
6     I_p = 6;
7     U_p = 6;
8     I = [0:0.1: Isc];
9     U1 = -Re .* I + Ee;
10    U2 = R6 .* I;
11    U_gol = Ee;
12
13    figure(1);
14    plot(I, U1, I, U2);
15    hold on
16    plot(0, U_gol, "go");
17    plot(Isc, 0, "bo");
18    plot(I_p, U_p, "ro");
19    ylabel("Tensiune");
20    xlabel("Intensitate");
21    title("Caracteristica rezistorului liniar si a generatorului echivalent");
22    legend("Caracteristica generator", "Caracteristica rezistor", "Tensiune gol",
23          "Intensitate Scurtcircuit", "Punct static de functionare");
24 endfunction
25
26

```



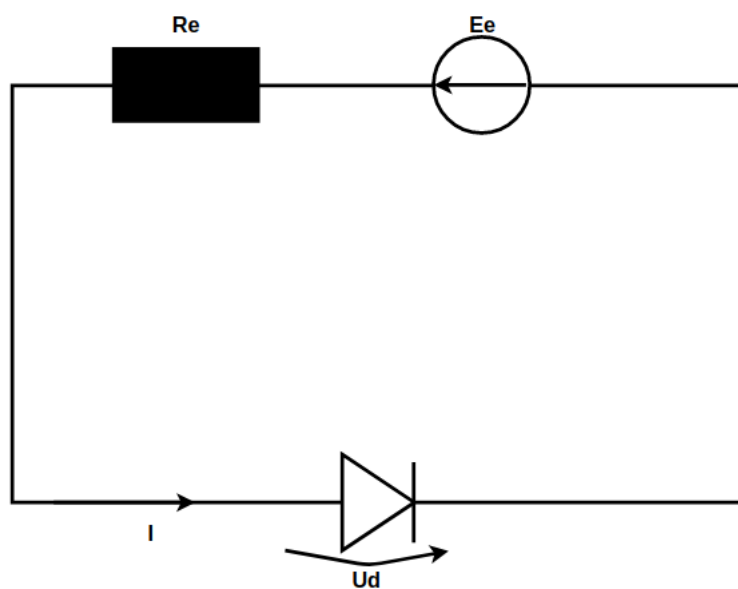
Punctul static se va afla la $U_p = 6V$ si $I_p = 6A$

3.6 Diode semiconductoare

În cadrul acestui punct am înlocuit rezistența R_6 cu o diodă semiconductoare.
Am ales un model exponențial și voi ține seama de expresia:

$$I(U) = I_s * (e^{(U/V_T)} - 1) \quad (1)$$

Am ales $V_T = 26\text{mV}$ și $I_s = 10\text{pA}$, tensiunea de prag $U_d = 0.6\text{V}$;
Dioda cu care am înlocuit rezistența R_6 poate fi polarizată atât direct cât și invers, astfel vom trata ambele cazuri.

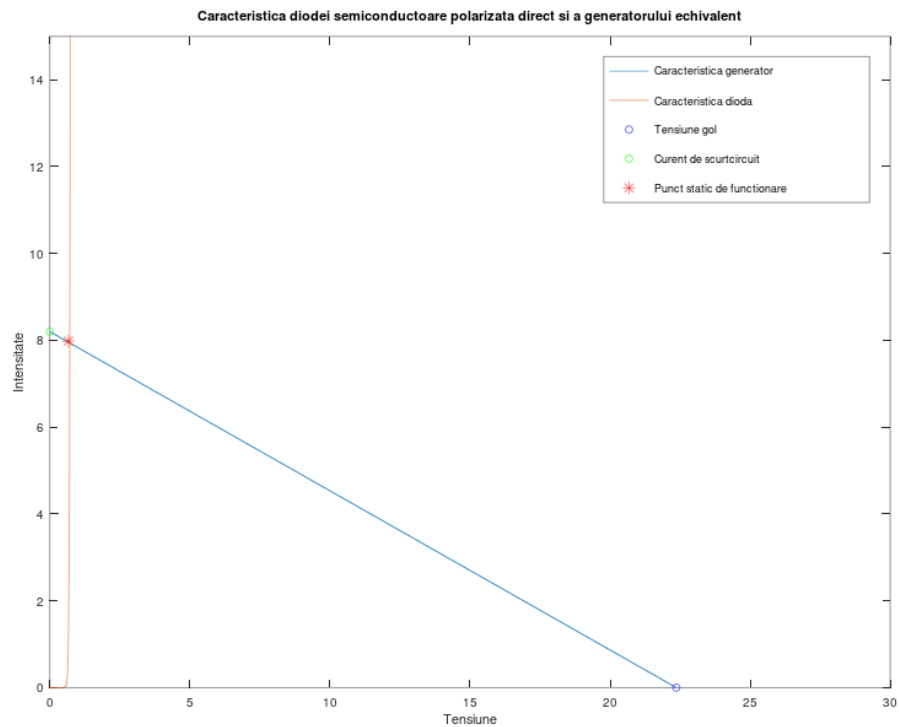


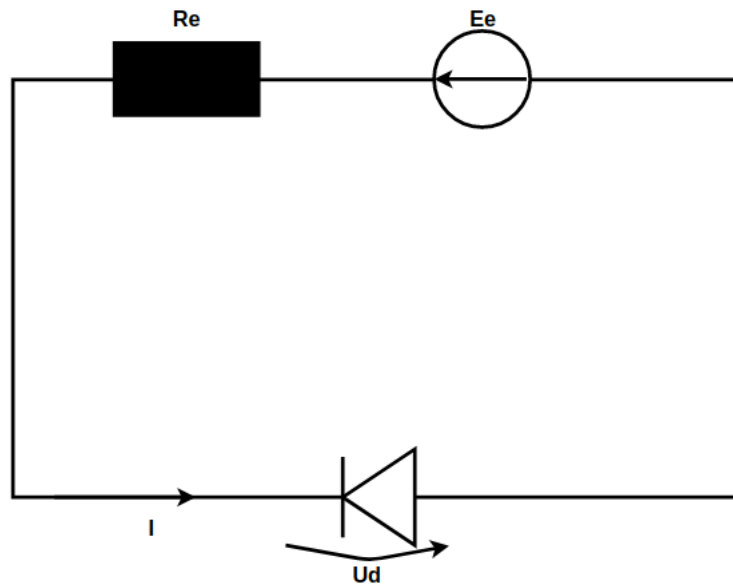
Dioda polarizată direct

```

1 function direct_diode()
2     R6 = 2;
3     Ee = 22.36359;
4     Re = 2.72726707;
5     Isc = Ee / Re;
6
7     # calculare punct static de functionare
8     I_f = (Ee - 0.6) ./ Re;
9     U_f = 0.667;
10    I_s = 10^(-11);
11    V_t = 0.026;
12
13    U_gol = Ee;
14    U = [0:0.01:Ee];
15    I = (Ee - U) ./ Re;
16    I2 = I_s * (e.^(U / V_t) - 1);
17    figure(1);
18    plot(U, I2);
19    plot(U, I, U, I2);
20    hold on
21    plot(U_gol, 0, "bo");
22    plot(0, Isc, "go");
23    plot(U_f, I_f, "r*", "markersize", 10);
24    axis([0 30 0 15]);
25    xlabel("Tensiune");
26    ylabel("Intensitate");
27    title("Caracteristica diodei semiconductoare polarizata direct si a generatorului echivalent");
28    legend("Caracteristica generator", "Caracteristica dioda", "Tensiune gol", "Curent de scurtcircuit")
29
30 endfunction
31
32

```



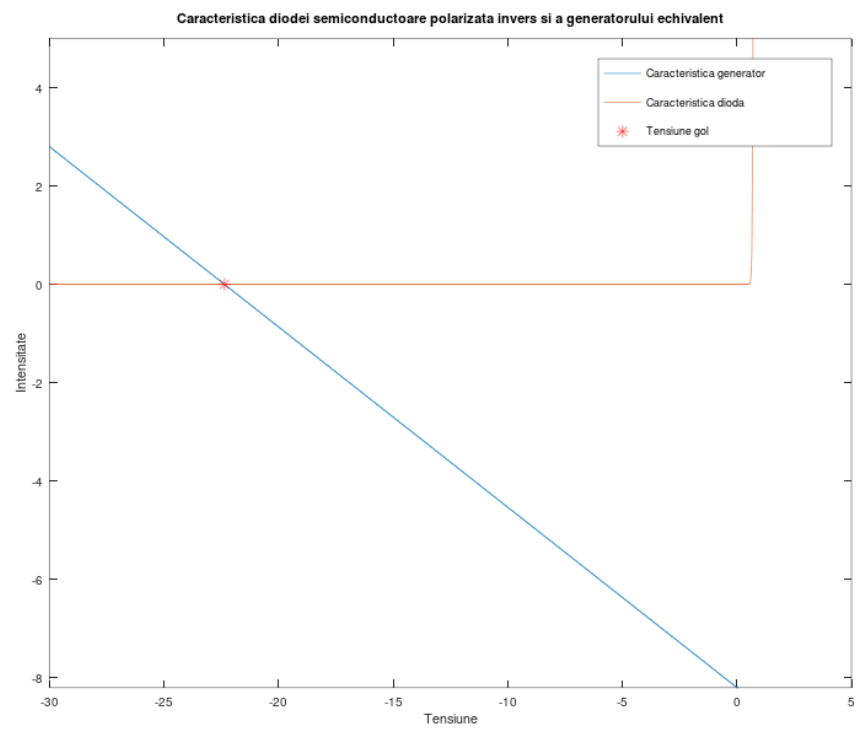


Dioda polarizata invers

```

1 function inverse_diode()
2     R6 = 2;
3     Ee = -22.36359;
4     Re = 2.72726707;
5     Isc = Ee / Re;
6
7     I_s = 10^(-11);
8     V_t = 0.026;
9
10    U_gol = Ee;
11    U = [-30:0.01:23];
12    I = (Ee - U) ./ Re;
13    I2 = I_s * (e.^(U / V_t) - 1);
14
15    figure(1);
16    plot(U, I2);
17    plot(U, I, U, I2);
18    hold on
19    plot(Ee, 0, "r*", "markersize", 10);
20    axis([-30 5 Isc 5]);
21    xlabel("Tensiune");
22    ylabel("Intensitate");
23    title("Caracteristica diodei semiconductoare polarizata invers si a generatorului echivalent");
24    legend("Caracteristica generator", "Caracteristica dioda", "Tensiune gol");
25
26 endfunction
27
28

```

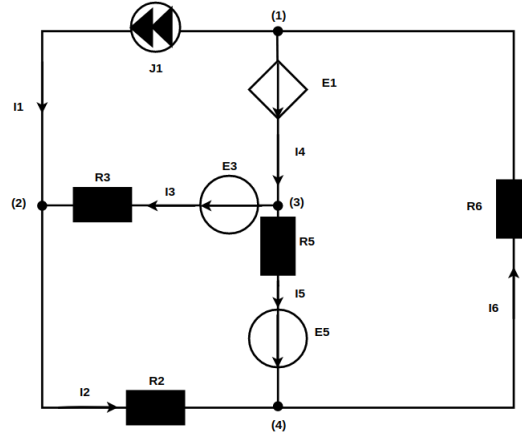


4 Surse Comandate

4.1 Sursa de tensiune comandata in tensiune

Am ales sa inlocuiesc sursa de tensiune E_4 cu o sursa de tensiune comandata in tensiune (SUCU). Am preluat tensiunea de comanda dintre nodurile 2 si 4 si astfel am determinat coeficientul de tensiune.

$$U_{24} = 16 \text{ V}; E_4 = 12 \text{ V}; U_{24} * \alpha = E_4; \Rightarrow \alpha = 12/16 = 0.75;$$



$$E_1 = \alpha * U_{24} = \alpha(V_2 - V_4)$$

$$I_{S2} = J_1$$

$$I_{S4} = -\frac{E_5}{R_5}$$

$$G_{22} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2}$$

$$G_{44} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_6}$$

$$G_{23} = G_{32} = -\frac{1}{R_3}$$

$$G_{34} = G_{43} = -\frac{1}{R_5}$$

$$G_{24} = G_{42} = -\frac{1}{R_2}$$

Folosind metoda potentialelor noduri obtinem:

$$G_{22} * V_2 + G_{24} * V_4 + G_{23} * V_3 = I_{S2}$$

$$G_{24} * V_2 + G_{44} * V_4 + G_{43} * V_3 = I_{S4}$$

$$\alpha * V_2 - \alpha * V_4 - \alpha * V_3 = 0$$

Folosind metoda curentilor de bucla obtinem:

$$(I_{24} - J_1) * R_3 = E_3 + E_1 + U_{J1}$$

$$(I_{24} + I_{41}) * R_5 + I_{41} * R_6 = E_3 + E_5$$

$$I_{24} * R_2 - (-I_{24} + I_{41}) * R_5 + (I_{24} - J_1) * R_3 = E_3 - E_5$$

$$E_1 = I_2 * R_2 * \alpha$$

$$\text{Desi sunt 4 ecuatii putem inlocui } E_1 = I_{24} * 4 * 0.75 = 3I_{24}$$

$$\begin{aligned}
(I_{24} - J_1) * R_3 &= E_3 + 3 * I_{24} + U_{J1} \\
(I_{24} + I_{41}) * R_5 + I_{41} * R_6 &= E_3 + E_5 \\
I_{24} * R_2 - (-I_{24} + I_{41}) * R_5 + (I_{24} - J_1) * R_3 &= E_3 - E_5 \\
E_1 &= I_2 * R_2 * \alpha
\end{aligned}$$

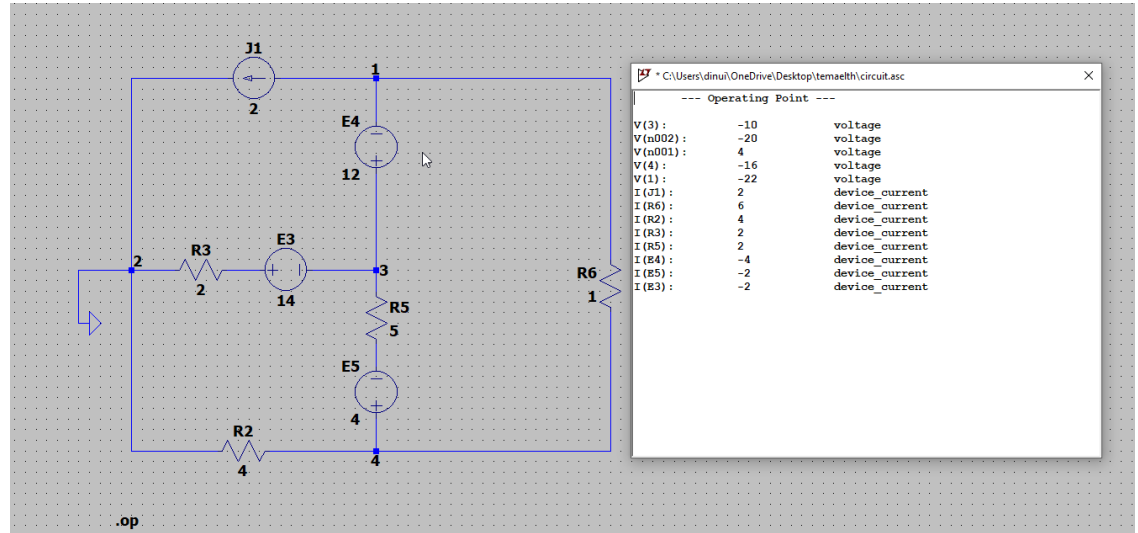
$$\begin{aligned}
(I_{24} - 2) * 2 &= 14 + 3 * I_{24} - 22 \\
(I_{24} + I_{41}) * 5 + I_{41} * 1 &= 14 + 4 \\
I_{24} * 4 - (-I_{24} + I_{41}) * 1 + (I_{24} - 2) * 2 &= 12 - 5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-I_{24} &= -4 \\
-I_{24} * 5 + I_{41} * 6 &= 16 \\
I_{24} * 11 - I_{41} * 5 &= 14
\end{aligned}$$

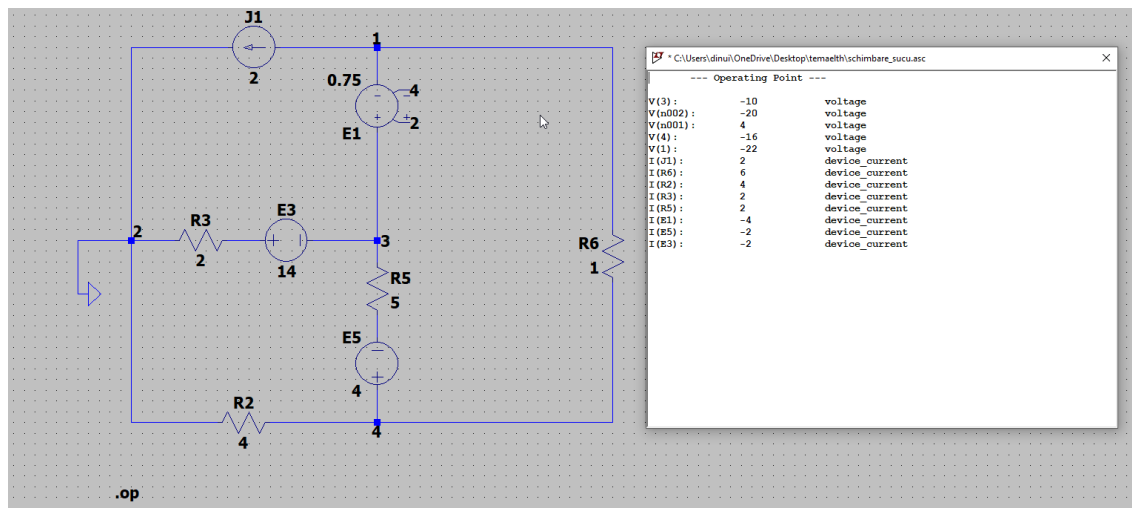
Rezolvand sistemul se obtin aceleasi valori pentru I_{24} si I_{41} .

Pe baza informatiilor enuntate mai sus putem afirma ca numarul de ecuatii ($N - 1 - n_{sit}$) scade deoarece nu mai exista surse independente de tensiune. De asemenea matricea nu mai este simetrica. Voi folosi ltspice pentru a calcula valorile si a observa daca rezultatele raman neschimbate. Am inlocuit valoare SUCU-ului cu α , am pastram semnul conventional si am copiat etichetele nodurilor.

4.2 Simularea circuitului folosind ltspice



Reprezentarea circuitului initial



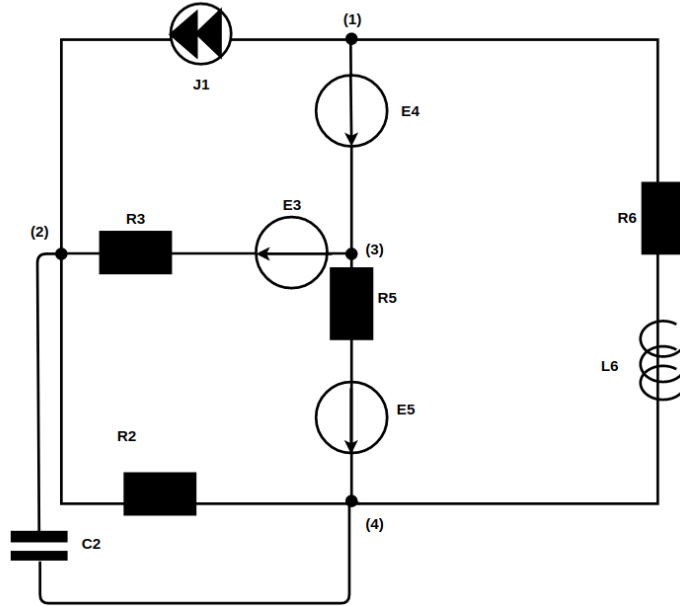
Reprezentarea circuitului dupa inlocuirea tensiunii comandate

Dupa cum se observa din ambele simulari rezultatele coincid ceea ce inseamna ca sursa comandata a fost generata intr-un mod corect fara a modifica circuitul.

5 Rezolvarea circuitelor de c.a. folosind instrumente software numerice

5.1 Reprezentare schema echivalenta in complex

In cadrul rezolvarii am inserat cu rezistenta R_6 o bobina L_5 iar cu rezistorul R_2 am legat in paralel un condensator C_2 :



Reprezentarea circuitului dupa inlocuirea bobinei si a condensatorului

$$L_6 = \frac{R_6 * 100}{\pi} mH$$

$$C_2 = \frac{R_2 * 100}{\pi} \mu H$$

$$E_5 = E_5 \sqrt{2} \sin(wt)$$

$$E_4 = E_4 \sqrt{2} \sin(wt + \frac{\pi}{2})$$

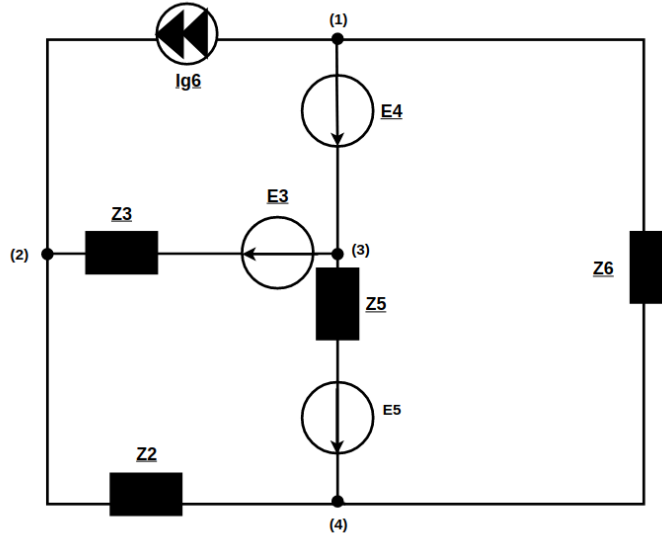
$$E_3 = E_3 \sqrt{2} \sin(wt - \frac{\pi}{2})$$

$$U_{j1} = U_{j1} \sqrt{2} \sin(wt)$$

$$I_{g1} = I_{g1} \sqrt{2} \sin(wt)$$

$$\omega L_6 = 100\pi * \frac{1 * 100}{\pi} * 10^{-3} = 10$$

$$\frac{1}{\omega * C_2} = \frac{1}{100\pi * 4 * \frac{100}{\pi} * 10^{-5}} = \frac{100}{4} = 25$$



Reprezentare schema echivalenta in complex

$$\begin{aligned}\underline{Z}_6 &= R_6 + j\omega L_1 \Rightarrow Z_6 = 1 + 10j = 11 \\ \underline{Y}_2 &= \frac{1}{R_2} + j\omega C_1 \Rightarrow Y_2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{25}j = 0.29 \\ \underline{Z}_2 &= 3.45 \\ \underline{Z}_3 &= R_3 = 2 \\ \underline{Z}_5 &= R_5 = 5 \\ \underline{Z}_6 &= R_6 = 1 \\ \underline{E}_5 &= E_5 = 4 \\ \underline{E}_4 &= jE_4 = 12j \\ \underline{E}_3 &= jE_3 = 14j \\ \underline{I}_{g1} &= I_{g1} = 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\underline{Y}_{22} * V_2 + \underline{Y}_{24} * V_4 + \underline{Y}_{23} * V_3 &= \underline{I}_{S1} \\ \underline{Y}_{24} * V_2 + \underline{Y}_{44} * V_4 + \underline{Y}_{43} * V_3 &= \underline{I}_{S2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\underline{Y}_{22} &= \frac{1}{\underline{Z}_3} + \frac{1}{\underline{Z}_2} = 0.5 + 0.29 = 0.79 \\ \underline{Y}_{44} &= \frac{1}{\underline{Z}_3} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_6} = 0.5 + 0.29 + 0.09 = 0.88 \\ \underline{Y}_{24} &= \underline{Y}_{42} = -\frac{1}{\underline{Z}_2} = -0.29 \\ \underline{Y}_{23} &= \frac{1}{\underline{Z}_3} = 0.5 \\ \underline{Y}_{43} &= \underline{Y}_{34} = -\frac{1}{\underline{Z}_5} = -0.2 \\ V_4 &= -U_{24} \\ I_{s1} &= I_{g1} = 2 \\ U_{j1} &= -22 \\ \underline{I}_{s2} &= \frac{\underline{E}_5}{\underline{Z}_5} \\ \underline{I}_{s2} &= 0.8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\underline{I_{24}} - \underline{I_{g1}}) * \underline{Z_3} &= \underline{E_3} + \underline{E_4} + \underline{U_{j1}} \\(\underline{I_{24}} + \underline{I_{41}}) * \underline{Z_5} + \underline{I_{41}} * \underline{Z_6} &= \underline{E_3} + \underline{E_5} \\ \underline{I_{24}} * \underline{Z_2} - (-\underline{I_{24}} + \underline{I_{41}}) * \underline{Z_5} + (\underline{I_{24}} - \underline{I_{g1}}) * \underline{Z_3} &= \underline{E_3} - \underline{E_5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\underline{I_{24}} * 2 &= 4 + 26j + (-22) \\ -\underline{I_{24}} * 5 + \underline{I_{41}} * 11 &= 4 + 14j \\ \underline{I_{24}} * (3.45 + 5 + 2) - \underline{I_{41}} * 5 &= 4 + 14j - 4\end{aligned}$$

```
A =

    2.00000    0.00000    0.00000
   -5.00000   11.00000    0.00000
   10.45000   -5.00000    0.00000

>> b
b =

   -18 + 26i
    4 + 14i
    0 + 14i

>> ans
ans =

  -0.39850 + 3.19779i
   0.00864 + 2.92440i
   0.00000 + 0.00000i
```

Rezolvarea sistemului folosind Octave

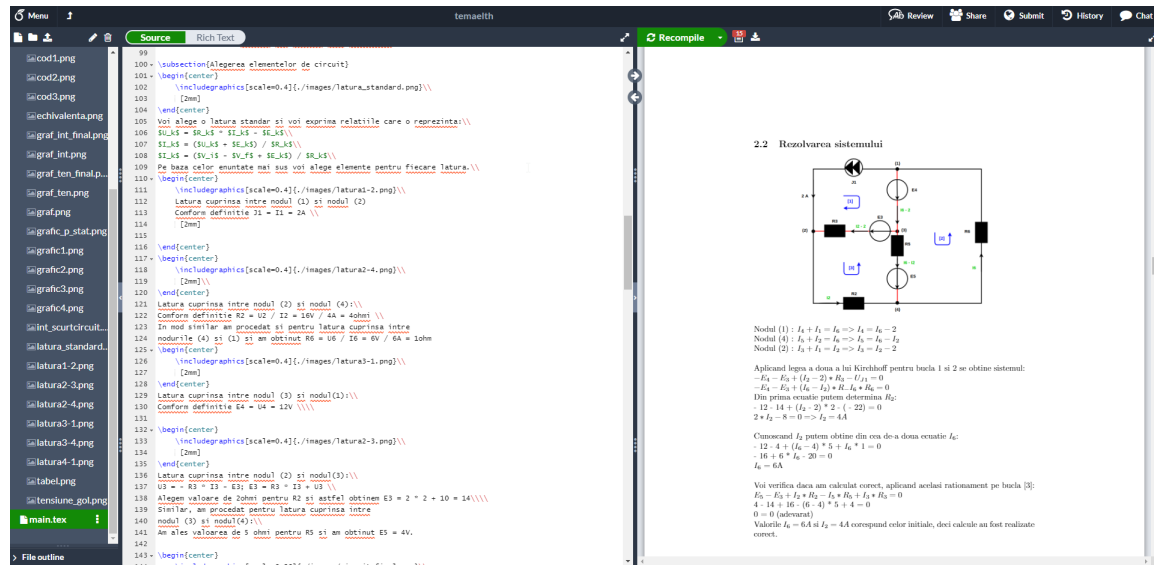
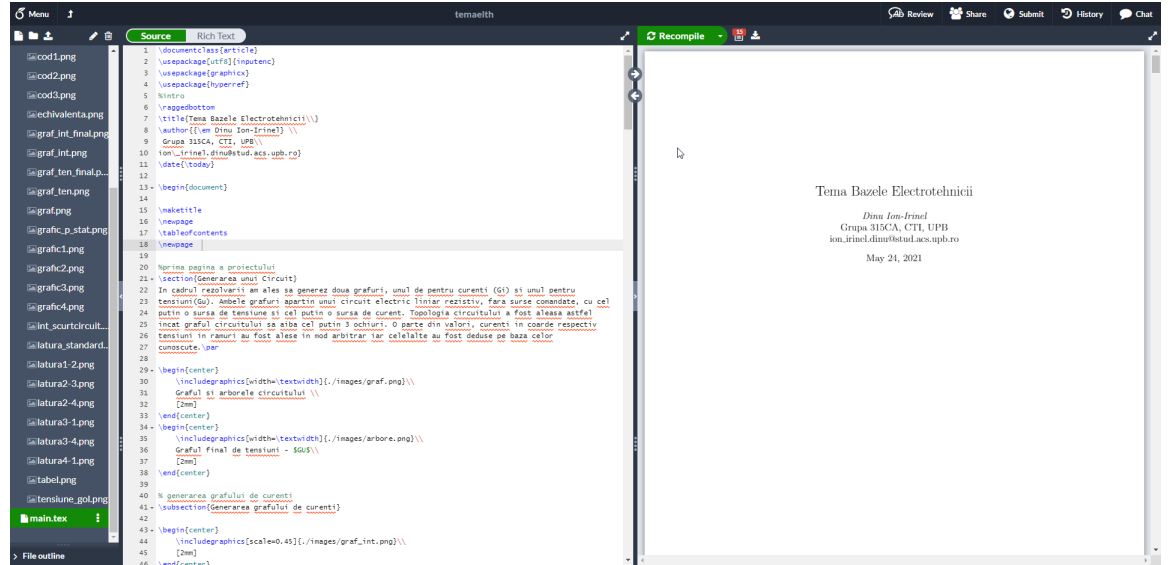
Valorile obtinute prin rezolvarea sistemului sunt:

$$\begin{aligned}\underline{I_{24}} &= -0.39850 + 3.19779j \\ \underline{I_{41}} &= 0.00864 + 2.92440j\end{aligned}$$

6 Latex

6.1 Redactarea Proiectului

Pentru rezolvare temei am folosit varianta online de Latex, Overleaf iar pentru realizarea circuitelor si tabelelor am folosit tool-ul online Diagrameditor.



7 Bibliografie

- G. Ciuprina, D. Ioan, M. Popescu, A.S. Lup, R. Barbulescu, Teoria circuitelor electrice. Breviar de seminar
- Gabriela Ciuprina - Template pentru redactarea rapoartelor in LaTeX
- Daniel Ioan, Circuite electrice rezistive-breviare teoretice si probleme
- <https://www.youtube.com/watch?v=VhmkLrOjLsw>
- <https://www.diagrameditor.com/>
- <https://www.overleaf.com/>