Numerische Programmierung **SS 2019**
Steffen Börm, Sven Christophersen **08.04.19**

Serie 1

P1 (LDL^T-Zerlegung einer Matrix) **(10 Punkte)**
Seien $n \in \mathbb{N}$ und $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ gegeben. Weiter sei A symmetrisch, also $A^T = A$ und seien alle Hauptuntermatrizen von A regulär.
Analog zur Vorlesung finden wir dann eine linke untere Dreiecksmatrix $L \in \mathbb{R}^{n\times n}$ und eine Diagonalmatrix $D \in \mathbb{R}^{n\times n}$, so dass sich A auch schreiben lässt als $A = LDL^T$ und sowohl L als auch D lassen sich ebenfalls wieder in-place speichern.
Dazu starten wir wie in der Vorlesung, aber unter Beachtung der Symmetrie, mit einer Zerlegung von A, L und D in

$$\begin{pmatrix} a_{11} & A_{*1}^T \\ A_{*1} & A_{**} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ell_{11} & \\ L_{*1} & L_{**} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_{11} & \\ & D_{**} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_{11} & \\ L_{*1} & L_{**} \end{pmatrix}^T .$$

(a) Berechnen Sie ausgehend von dieser Gleichung die LDL^T-Zerlegung von A.

Implementieren Sie die Operation in der Methode `decomp_ldlt`. Setzen Sie dies so um, dass nur der linke untere Dreiecksanteil der Matrix A überschrieben wird.

(b) Schreiben Sie weiter eine Routine `eval_ldlt`, die das Matrix-Vektor-Produkt $Ax = (LDL^T)x$ berechnet und das Ergebnis in den Vektor $x \in \mathbb{R}^n$ zurückschreibt.

Implementieren Sie hierzu die Funktionen `eval_l`, `eval_d` und `eval_lt`, die die in-place Multiplikation einer unteren Dreiecksmatrix, der Diagonalmatrix und der transponierten unteren Dreiecksmatrix bezeichnen.

(c) Testen Sie ihre Implementierungen von (a) und (b) für verschiedene Matrizen.

Abgabe der Übungen bis **Freitag den 12.04.19 um 18:00 Uhr** per OLAT.