

Una relación (binaria) es un conjunto de pares. El primer componente de cada par se toma de un conjunto llamado dominio, y el segundo componente de cada par pertenece a un conjunto (tal vez distinto del primero) llamado contradominio. Si el dominio y contradominio son el mismo conjunto Γ , decimos que la relación es sobre Γ .

Una relación R sobre Γ es:

- 1) Reflexiva sii $\langle \forall a: a \in \Gamma : aRa \rangle$
- 2) No reflexiva sii $\langle \exists a: a \in \Gamma : a \not R a \rangle$
- 3) Irreflexiva sii $\langle \forall a: a \in \Gamma : a \not R a \rangle$
- 4) No irreflexiva sii $\langle \exists a: a \in \Gamma : aRa \rangle$
- 5) Simétrica sii $\langle \forall a, b: a, b \in \Gamma : aRb \implies bRa \rangle$
- 6) Antisimétrica sii $\langle \forall a, b: a, b \in \Gamma : aRb \ \& \ bRa \implies a=b \rangle$
- 7) Transitiva sii $\langle \forall a, b: a, b, c \in \Gamma : aRb \ \& \ bRc \implies aRc \rangle$
- 8) Ley de Dicotomía: $\langle \forall a, b: a, b \in \Gamma : a \leq b \vee b \leq a \rangle$

- * Una relación sobre Γ , es un pre-orden si cumple con 1 y 7
- * Una relación sobre Γ , es un orden parcial si cumple con 1, 6 y 7
- * Una relación sobre Γ , es de equivalencia si cumple con 1, 5 y 7
- * Una relación sobre Γ , es un orden total si es orden parcial sobre Γ y cumple 8.
- * Clases de equivalencia sobre Γ : $[x] := \{ y \in \Gamma : yRx \}$

a) La relación es de equivalencia

$$[1] = [3] = \{1, 3\}$$

$$[2] = \{2\}$$

$$[4] = \{4\}$$

$$[5] = \{5\}$$

b) Sea R la relación asociada al conjunto dado en (b)

$$\Gamma := \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

Supongamos que R es relación de equivalencia sobre Γ

$$5 \in \Gamma$$

$$\Rightarrow \{ \text{Hipotesis} \}$$

$$(5, 5) \in R$$

$$\equiv \{ (5, 5) \notin R \}$$

Contradicción

Como suponer que R es relación de equivalencia sobre Γ es contradictorio,

Concluimos que R no es relación de equivalencia sobre Γ

R cumple ser no reflexiva

c) Sea R la relación asociada al conjunto dado en (c)

$$\Gamma := \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

R es relación de equivalencia sobre Γ

$$[1] = [2] = [3] = [4] = [5] = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$