Extractos de Ullman, Hopcroft, Motwani. "Introducción a la teoria .... lenguajes y Computación 2002"

Recordar que: $r \in Regex$

- $\epsilon^* \sim \epsilon$ & $\emptyset^* \sim \epsilon$ Unicos lenguajes cuya clausura no es infinita
- $\emptyset^0 \sim \{\epsilon\}$ mientras que $\emptyset^i = \emptyset \quad \forall i \geq 1$
- $\emptyset r \sim r\emptyset \sim \emptyset$ $\emptyset$ es el elemento nulo de $\cdot$
- $\epsilon r \sim r\epsilon \sim r$ ϵ es el elemento identidad de $\cdot$
- $\emptyset + r \sim r + \emptyset \sim r$ $\emptyset$ es el elemento identidad de $+$
- $(L^*)^* \sim L^*$ Clausurar una expresión que ya esta clausurada no Modifica el Lenguaje.
- $L + L \sim L$ Ley de idempotencia de $+$
- $(L + L_1) + L_2 \sim L + (L_1 + L_2)$ Asociatividad de $+$
- $L + L_1 \sim L_1 + L$ Conmutatividad de $+$
- $L(L_1L_2) \sim (LL_1)L_2$ Asociatividad de $\cdot$
- $L(L_1 + L_2) \sim LL_1 + LL_2$ Distributividad por izquierda
- $(L + L_1)L_2 \sim LL_2 + L_1L_2$ Distributividad por derecha

Algoritmo recursivo de S. Kleene

etiquetas

Caso base: $L_{nm}(R) := \emptyset$ si q_n ó $q_m \notin R$

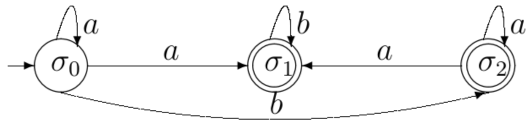
Caso base: $L_{nn}(R) := I_n(R)^*$

Primera capa: $L_{nm}(R) := I_n(R)^* F_{nm}(R)$ si $n \neq m$

Ciclo inicial: $I_n(R) := \sum\limits_{\substack{q_n \xrightarrow{a} q_t \\ q_s \xrightarrow{b} q_n}} a L_{ts}(R \setminus \{q_n\}) b + \sum\limits_{q_n \xrightarrow{c} q_n} c \quad (n \neq t, s)$

Camino al final: $F_{nm}(R) := \sum\limits_{q_n \xrightarrow{a} q_t} a L_{tm}(R \setminus \{q_n\}) \quad (n \neq t, m)$

(4) Aplicando el Teorema de Kleene, encuentre expresiones regulares que denoten el lenguaje aceptado por cada uno de los siguientes autómatas:



Sea $Q = \{\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2\} = \{0,1,2\}$ un ligero abuso de notación para identificar estados, no usar esta notación en examenes.

Aplicamos el Algoritmo recursivo de S. Kleene

tenemos que $\mathcal{L}(\mathbb{A}) = \mathcal{L}_{01}(Q) \cup \mathcal{L}_{02}(Q)$ por tener dos estados finales.

Veamos para

$\mathcal{L}_{01}(0,1,2)$

$= \{0 \neq 1$ Primera capa$\}$

$I_0(0,1,2)^* F_{01}(0,1,2)$

$= \{$Ciclo inicial ; Camino al final$\}$

Ciclo inicial $I_0(0,1,2)^*$

Salen	Entran	Loop
$0 \xrightarrow{a} 1$ $0 \xrightarrow{b} 2$	Ninguna	a

$(\emptyset + a)^*(a\mathcal{L}_{11}(1,2) + b\mathcal{L}_{21}(1,2))$

$\sim\{\emptyset + a \sim a\}$

$a^*(a\mathcal{L}_{11}(1,2) + b\mathcal{L}_{21}(1,2))$

$= \{1=1$ Caso base ; $2 \neq 1$ Primera Capa$\}$

$a^*(aI_1(1,2)^* + bI_2(1,2)^* F_{21}(1,2))$

$= \{$Ciclo inicial $I_1(1,2)^*$ no sale nada$\}$

$a^*(a(\emptyset + b)^* + bI_2(1,2)^* F_{21}(1,2))$

$\sim\{\emptyset + b \sim b\}$

$a^*(ab^* + bI_2(1,2)^* F_{21}(1,2))$

$= \{$Ciclo inicial$\}$

$a^*(ab^* + b(\emptyset + a)^* F_{21}(1,2))$

$\sim\{\emptyset + a \sim a\}$

$a^*(ab^* + ba^* F_{21}(1,2))$

$= \{$Camino al final$\}$

$a^*(ab^* + ba^*a\mathcal{L}_{11}(1))$

$= \{1 = 1 \text{ Caso base}\}$

$a^*(ab^* + ba^*a\, I_1(1)^*)$

$= \{\text{Ciclo inicial}\}$

$a^*(ab^* + ba^*a(\emptyset + b)^*)$

$\sim \{\emptyset + b \sim b\}$

$a^*(ab^* + ba^*ab^*)$

Veamos para

$L_{02}(0,1,2)$

$= \{0 \neq 2 \text{ Primera capa}\}$

$I_0(0,1,2)^* F_{02}(0,1,2)$

$= \{\text{Ciclo inicial}\}$

$(\emptyset + a)^* F_{02}(0,1,2)$

$\sim \{\emptyset + a \sim a\}$

$a^* F_{02}(0,1,2)$

$= \{\text{Camino al final}\}$

$a^* b L_{22}(1,2)$

$= \{2 = 2 \text{ Caso base}\}$

$a^* b\, I_2(1,2)^*$

$= \{\text{Ciclo inicial}\}$

$a^* b(\emptyset + a)^*$

$\sim \{\emptyset + a \sim a\}$

$a^* b a^*$

$$\therefore\ L(\mathbb{A}) = L_{01}(Q) \cup L_{02}(Q) = a^*(ab^* + ba^*ab^*) + a^*ba^*$$