

(2) Encuentre derivaciones para:

(a) $\{\neg\varphi \vee \psi\} \vdash \varphi \rightarrow \psi$ (Usando eliminación de \vee)

(b) $\{\neg\varphi \vee \neg\psi\} \vdash \neg(\varphi \wedge \psi)$

(c) $\{\varphi \rightarrow \psi\} \vdash \neg\varphi \vee \psi$

(Sugerencia: la última regla es RAA, no intente con introducción de \vee , no funciona como última regla. Aparte está desarrollado en el apunte.)

(d) $\{\neg(\varphi \wedge \psi)\} \vdash \neg\varphi \vee \neg\psi$ (Copie la idea de la derivación anterior)

a) $\{\neg\varphi \vee \psi\} \vdash \varphi \rightarrow \psi$

1. $[\varphi],$

2. $[\neg\varphi]_2$

3. $[\psi]_3$

$$\frac{\frac{\frac{[\varphi], \quad [\neg\varphi]_2}{\rightarrow E} \quad \frac{\perp}{\psi} \quad \perp}{\neg\varphi \vee \psi} \quad \frac{[\psi]_3}{\vee E_{2,3}}}{\frac{\psi}{\varphi \rightarrow \psi} \rightarrow I_1}$$

b) $\{\neg\varphi \vee \neg\psi\} \vdash \neg(\varphi \wedge \psi)$

1. $[\varphi \wedge \psi],$

2. $[\neg\varphi]_2$

3. $[\neg\psi]_3$

$$\frac{\frac{\frac{[\varphi \wedge \psi]_1}{\varphi} \wedge E \quad [\neg\varphi]_2}{\rightarrow E} \quad \perp \quad \frac{\frac{[\varphi \wedge \psi]_1}{\psi} \wedge E \quad [\neg\psi]_3}{\rightarrow E} \quad \perp}{\neg\varphi \vee \neg\psi} \vee E_{2,3} \rightarrow I_1$$

$$c) \{ \varphi \rightarrow \psi \} \vdash \neg \varphi \vee \psi$$

$$\begin{array}{c}
 \frac{[\varphi]_2 \quad \varphi \rightarrow \psi}{\rightarrow E} \\
 \frac{\psi}{\neg \varphi \vee \psi} \vee I \quad \frac{[\neg(\neg \varphi \vee \psi)]_1}{\rightarrow E} \\
 \frac{\perp}{\neg \varphi} \rightarrow I_2 \\
 \frac{\neg \varphi}{\neg \varphi \vee \psi} \vee I \quad \frac{[\neg(\neg \varphi \vee \psi)]_1}{\rightarrow E} \\
 \frac{\perp}{\neg \varphi \vee \psi} RRA_1
 \end{array}$$

1. $[\neg(\neg \varphi \vee \psi)]_1$
2. $[\varphi]_2$

$$d) \{ \neg(\varphi \wedge \psi) \} \vdash \neg \varphi \vee \neg \psi$$

1. $[\neg(\neg \varphi \vee \neg \psi)]_1$
2. $[\varphi]_2$
3. $[\neg \psi]_3$

$$\begin{array}{c}
 \frac{[\neg(\neg \varphi \vee \neg \psi)]_1 \quad \frac{[\neg \psi]_3}{\neg \psi} \vee I}{[\neg \psi]_3 \vee \neg \varphi} \rightarrow E \\
 \frac{\perp}{\psi} RAA_3 \\
 \frac{[\varphi]_2 \quad \psi}{[\varphi]_2 \wedge \psi} \wedge I \quad \frac{\neg(\varphi \wedge \psi)}{\rightarrow E} \\
 \frac{\perp}{\neg \varphi} \rightarrow I_2 \\
 \frac{\neg \varphi}{\neg \varphi \vee \neg \psi} \vee I \quad \frac{[\neg(\neg \varphi \vee \neg \psi)]_1}{\rightarrow E} \\
 \frac{\perp}{\neg \varphi \vee \neg \psi} RAA_1
 \end{array}$$