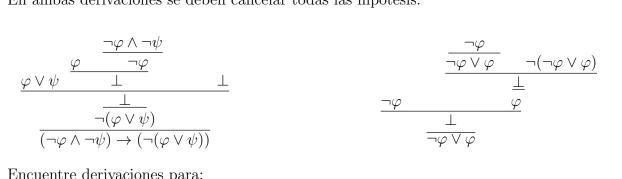
## Introducción a la Lógica y la Computación - Lógica proposicional Práctico 4: Más sobre derivación

(1) Complete las siguientes derivaciones agregando la rama que falta, la abreviatura de la regla utilizada en cada paso, y los corchetes en las hipótesis canceladas, suponiendo que en cada paso se cancelan la mayor cantidad de hipótesis posibles. En ambas derivaciones se deben cancelar todas las hipótesis.



- (2) Encuentre derivaciones para:
  - (a)  $\{\neg \varphi \lor \psi\} \vdash \varphi \to \psi$  (Usando eliminación de  $\lor$ )
  - (b)  $\{\neg \varphi \lor \neg \psi\} \vdash \neg (\varphi \land \psi)$
  - (c)  $\{\varphi \to \psi\} \vdash \neg \varphi \lor \psi$

(Sugerencia: la última regla es RAA, no intente con introducción de V, no funciona como última regla. Aparte está desarrollado en el apunte.

- (d)  $\{\neg(\varphi \land \psi)\} \vdash \neg \varphi \lor \neg \psi$  (Copie la idea de la derivación anterior)
- (3) En el ejercicio 1 se muestra una derivación (incompleta) de  $\varphi \vee \neg \varphi$ , llamado principio del tercero excluido. Una estrategia posible para demostrar una proposición  $\gamma$ , es utilizar una eliminación del V para subdividir la prueba en dos sub-derivaciones (también de  $\gamma$ ), cada una de las cuales tiene una hipótesis más para utilizar:

Obtenga derivaciones para c y d del punto anterior usando esta estrategia.

- (4) Encuentre derivaciones para:
  - (a)  $\vdash (\varphi \to \psi) \lor (\psi \to \varphi)$
  - (b)  $\vdash (\varphi \to \psi) \land (\neg \varphi \to \psi) \to \psi$
- (5) Demostrar, transformando derivaciones cuando sea necesario:
  - (a)  $\vdash \varphi$  implies  $\vdash \psi \to \varphi$
  - (b) Si  $\varphi \vdash \psi$  y  $\neg \varphi \vdash \psi$  entonces  $\vdash \psi$ .
  - (c)  $\Gamma \cup \{\varphi\} \vdash \psi \text{ implica } \Gamma \setminus \{\varphi\} \vdash (\varphi \to \varphi) \land (\varphi \to \psi).$ (d)  $\Gamma \cup \{\varphi\} \vdash \psi \text{ implica } \Gamma \vdash \varphi \to (\psi \lor \neg \varphi).$
- (6) Demuestra los siguientes casos de la inducción en las derivaciones que prueba el Teorema de Corrección:  $(I \vee)$  y  $(E \vee)$ .