Extractos de Ullman, Hopcroft, Motwani. "Introducción a la teoria .... lenguajes y Computación 2002"

Recordar que: $r \in Regex$

- $\epsilon^* = \epsilon$ & $\emptyset^* = \epsilon$ Unicos lenguajes cuya clausura no es infinita
- $\emptyset^0 = \{\epsilon\}$ mientras que $\emptyset^i = \emptyset$ $\forall i \geq 1$
- $\emptyset r = r\emptyset = \emptyset$ $\emptyset$ es el elemento nulo de la concatenación
- $\epsilon r = r\epsilon = r$ ϵ es el elemento identidad de la concatenación
- $\emptyset + r = r + \emptyset = r$ $\emptyset$ es el elemento identidad de la unión.
- $(L^*)^* = L^*$ Clausurar una expresión que ya esta clausurada no Modifica el Lenguaje.
- $L + L = L$ Ley de idempotencia de la unión
- $(L + L_1) + L_2 = L + (L_1 + L_2)$ Asociatividad de la unión
- $L + L_1 = L_1 + L$ Conmutatividad de la unión
- $L(L_1L_2) = (LL_1)L_2$ Asociatividad de Concatenación
- $L(L_1 + L_2) = LL_1 + LL_2$ Distributividad por izquierda
- $(L + L_1)L_2 = LL_2 + L_1L_2$ Distributividad por derecha

Algoritmo recursivo de S. Kleene

etiquetas

Caso base: $L_{nm}(R) := \emptyset$ si q_n ó $q_m \notin R$

Caso base: $L_{nn}(R) := I_n(R)^*$

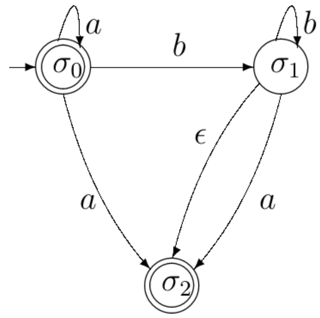
Primera capa: $L_{nm}(R) := I_n(R)^* F_{nm}(R)$ si $n \neq m$

Ciclo inicial: $I_n(R) := \sum\limits_{\substack{q_n \xrightarrow{a} q_t \\ q_s \xrightarrow{b} q_n}} a L_{ts}(R \setminus \{q_n\}) b + \sum\limits_{q_n \xrightarrow{c} q_n} c \quad (n \neq t, s)$

Camino al final: $F_{nm}(R) := \sum\limits_{q_n \xrightarrow{a} q_t} a L_{tm}(R \setminus \{q_n\}) \quad (n \neq t, m)$

(4) Aplicando el Teorema de Kleene, encuentre expresiones regulares que denoten el lenguaje aceptado por cada uno de los siguientes autómatas:

$\mathbb{A}$



Sea $Q := \{\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2\}$

Aplicamos el Algoritmo recursivo de S. Kleene

tenemos que $\mathcal{L}(\mathbb{A}) = \mathcal{L}_{00}(Q) + \mathcal{L}_{02}(Q)$ por tener dos estados finales.

Veamos para

$\mathcal{L}_{00}(Q)$

$= \{$Caso base$\}$

$I_0(Q)^*$

$= \{$Ciclo inicial$\}$

a^*

$\Longrightarrow \mathcal{L}_{00}(Q) = a^*$

Veamos para

$\mathcal{L}_{02}(Q)$

$= \{$Primera capa$\}$

$I_0(Q)^* F_{02}(Q)$

$= \{$Ciclo inicial & Camino al final$\}$

$a^*(aL_{22}(\{\sigma_1, \sigma_2\}) + bL_{12}(\{\sigma_1, \sigma_2\}) + bL_{11}(\{\sigma_1, \sigma_2\}))$

$= \{$Caso base & Primera capa$\}$

$a^*(a\, I_2(\{\sigma_1, \sigma_2\})^* + b\, I_1(\{\sigma_1, \sigma_2\})^* F_{12}(\{\sigma_1, \sigma_2\}) + b I_1(\{\sigma_1, \sigma_2\})^*)$

$= \{$Ciclo inicial$\}$

$a^*(a\, \emptyset^* + bb^* F_{12}(\{\sigma_1, \sigma_2\}) + bb^*)$

$= \{$Propiedad de clausura & camino al final$\}$

$a^*(a\epsilon + bb^*(aL_{22}(\{\sigma_2\}) + \epsilon L_{22}(\{\sigma_2\})) + bb^*)$

$= \{\text{Caso base}\}$

$$a^*(a\epsilon + bb^*(a I_2(\{\sigma_2\})^* + \epsilon I_2(\{\sigma_2\})^*) + bb^*)$$

$= \{\text{Ciclo inicial}\}$

$$a^*(a\epsilon + bb^*(a\emptyset^* + \epsilon\emptyset^*) + bb^*)$$

$= \{\text{Propiedad de clausura}\}$

$$a^*(a\epsilon + bb^*(a\epsilon + \epsilon\epsilon) + bb^*)$$

$= \{\text{Elemento identidad de concatenación}\}$

$$a^*(a + bb^*(a + \epsilon) + bb^*)$$

$$\Rightarrow \quad \mathcal{L}_{02}(Q) = a^*(a + bb^*(a + \epsilon) + bb^*)$$

$$\therefore \quad \mathcal{L}(\mathbb{A}) = \mathcal{L}_{00}(Q) + \mathcal{L}_{02}(Q) = a^* + a^*(a + bb^*(a + \epsilon) + bb^*)$$

o equivalentemente $\quad \mathcal{L}(\mathbb{A}) = a^* + a^*(a + bb^*(a + \epsilon))$