

Extractos de Ullman, Hopcroft, Motwani: "Introducción a la teoría ..... lenguajes y Computación 2002"

Recordar que:  $r \in \text{Regex}$

- $\epsilon^* \sim \epsilon$  &  $\emptyset^* \sim \emptyset$       Únicos lenguajes cuya clausura no es infinita
- $\emptyset^0 \sim \{\epsilon\}$  mientras que  $\emptyset^i = \emptyset \quad \forall i \geq 1$
- $\emptyset r \sim r \emptyset \sim \emptyset$        $\emptyset$  es el elemento nulo de  $\cdot$
- $\epsilon r \sim r \epsilon \sim r$        $\epsilon$  es el elemento identidad de  $\cdot$
- $\emptyset + r \sim r + \emptyset \sim r$        $\emptyset$  es el elemento identidad de  $+$
- $(L^*)^* \sim L^*$       Clausurar una expresión que ya está clausurada no modifica el lenguaje.
- $L + L \sim L$       Ley de idempotencia de  $+$
- $(L + L_1) + L_2 \sim L + (L_1 + L_2)$       Asociatividad de  $+$
- $L + L_1 \sim L_1 + L$       Conmutatividad de  $+$
- $L(L_1 L_2) \sim (L L_1) L_2$       Asociatividad de  $\cdot$
- $L(L_1 + L_2) \sim L L_1 + L L_2$       Distributividad por izquierda
- $(L + L_1) L_2 \sim L L_2 + L_1 L_2$       Distributividad por derecha

## Algoritmo recursivo de S. Kleene

etiquetas

Caso base:  $L_{nm}(R) := \emptyset$  si  $q_n$  ó  $q_m \notin R$

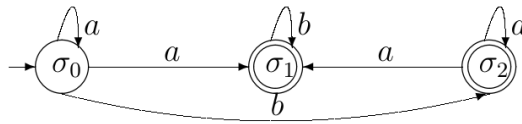
Caso base:  $L_{nn}(R) := I_n(R)^*$

Primera capa:  $L_{nm}(R) := I_n(R)^* F_{nm}(R)$  si  $n \neq m$

Ciclo inicial:  $I_n(R) := \sum_{\substack{q_n \xrightarrow{a} q_t \\ q_s \xrightarrow{b} q_n}} a L_{ts}(R \setminus \{q_n\}) b + \sum_{q_n \xrightarrow{c} q_n} c \quad (n \neq t, s)$

Camino al final:  $F_{nm}(R) := \sum_{q_n \xrightarrow{a} q_t} a L_{tm}(R \setminus \{q_n\}) \quad (n \neq t, m)$

(4) Aplicando el Teorema de Kleene, encuentre expresiones regulares que denoten el lenguaje aceptado por cada uno de los siguientes autómatas:



Sea  $Q = \{\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2\} = \{0, 1, 2\}$  un ligero abuso de notación para identificar estados, no usar esta notación en exámenes.

Aplicamos el Algoritmo recursivo de S. Kleene

tenemos que  $\mathcal{L}(A) = \mathcal{L}_{01}(Q) \cup \mathcal{L}_{02}(Q)$  por tener dos estados finales.

Veamos para

$\mathcal{L}_{01}(0, 1, 2)$

$= \{0 \neq 1 \text{ Primera capa}\}$

$\mathcal{I}_0(0, 1, 2)^* \mathcal{F}_0(0, 1, 2)$

$= \{\text{Ciclo inicial} ; \text{Camino al final}\}$

$(\emptyset + a)^*(a\mathcal{L}_{11}(1, 2) + b\mathcal{L}_{21}(1, 2))$

$\sim \{\emptyset + a \sim a\}$

$a^*(a\mathcal{L}_{11}(1, 2) + b\mathcal{L}_{21}(1, 2))$

$= \{1=1 \text{ Caso base} ; 2 \neq 1 \text{ Primera Capa}\}$

$a^*(a\mathcal{I}_1(1, 2)^* + b\mathcal{I}_2(1, 2)^* \mathcal{F}_2(1, 2))$

$= \{\text{Ciclo inicial } \mathcal{I}_1(1, 2)^* \text{ no sale nada}\}$

$a^*(a(\emptyset + b)^* + b\mathcal{I}_2(1, 2)^* \mathcal{F}_2(1, 2))$

$\sim \{\emptyset + b \sim b\}$

$a^*(ab^* + b\mathcal{I}_2(1, 2)^* \mathcal{F}_2(1, 2))$

$= \{\text{Ciclo inicial}\}$

$a^*(ab^* + b(\emptyset + a)^* \mathcal{F}_2(1, 2))$

$\sim \{\emptyset + a \sim a\}$

$a^*(ab^* + ba^* \mathcal{F}_2(1, 2))$

$= \{\text{Camino al final}\}$

$a^*(ab^* + ba^* a\mathcal{L}_{11}(1))$

Ciclo inicial	$\mathcal{I}_0(0, 1, 2)^*$	
Salen	Entran	Loop
0 $\xrightarrow{a}$ 1	Ninguna	a
0 $\xrightarrow{b}$ 2		

$$\begin{aligned}
&= \{1 = 1 \text{ Caso base}\} \\
&a^*(ab^* + ba^*a \mathbb{I}_1(1)^*) \\
&= \{\text{Ciclo inicial}\} \\
&a^*(ab^* + ba^*a(\emptyset + b)^*) \\
&\sim \{\emptyset + b \sim b\} \\
&a^*(ab^* + ba^*ab^*)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\text{Veamos para} \\
&\mathcal{L}_{02}(0, 1, 2) \\
&= \{0 \neq 2 \text{ Primera capa}\} \\
&\mathbb{I}_0(0, 1, 2)^* \mathbb{F}_{02}(0, 1, 2) \\
&= \{\text{Ciclo inicial}\} \\
&(\emptyset + a)^* \\
&\sim \{\emptyset + a \sim a\} \\
&a^* \mathbb{F}_{02}(0, 1, 2) \\
&= \{\text{Camino al final}\} \\
&a^*b \mathcal{L}_{22}(1, 2) \\
&= \{2 = 2 \text{ Caso base}\} \\
&a^*b \mathbb{I}_2(1, 2)^* \\
&= \{\text{Ciclo inicial}\} \\
&a^*b(\emptyset + a)^* \\
&\sim \{\emptyset + a \sim a\} \\
&a^*ba^*
\end{aligned}$$

$$\therefore \mathcal{L}(\mathbb{A}) = \mathcal{L}_{01}(Q) \cup \mathcal{L}_{02}(Q) = a^*(ab^* + ba^*ab^*) + a^*ba^*$$