Introducción a la Lógica y la Computación - Autómatas y Lenguajes
Práctico 1: Autómatas finitos determinísticos

1. Trace los diagramas de transición de los DFA dados por las siguientes reglas de transición. Aquí, el conjunto de estados es $\{q_0, q_1, q_2\}$; el de símbolos de input $\{a, b\}$, y el estado inicial q_0

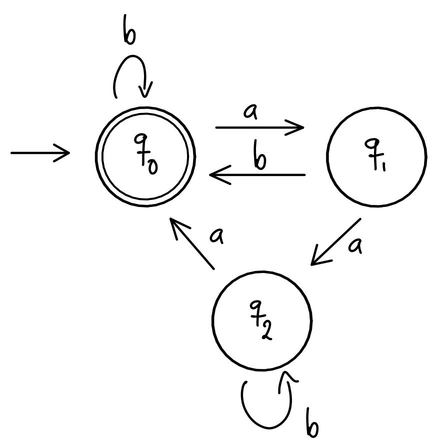
	a	b
q_0	q_1	q_0
q_1	q_2	q_0
q_2	q_0	q_2

Autómata M_1. Estados finales: q_0

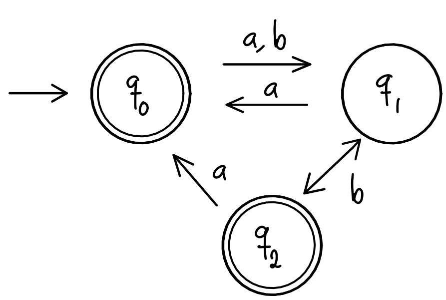
	a	b
q_0	q_1	q_1
q_1	q_0	q_2
q_2	q_0	q_1

Autómata M_2. Estados finales: q_0, q_2

Autómata M_1 :



Autómata M_2 :

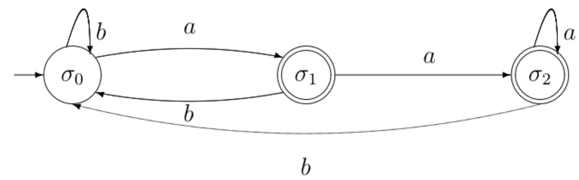


2. Determine si las cadenas

   abbaa *abb* *aba* *abaaaaa* *abbbbbbaab*

   son aceptadas por el DFA definido por el siguiente diagrama

M_3



Si la cadena ω es aceptada,

¿toda subcadena de ω es aceptada? ¿es aceptada la cadena $\omega\omega$?

δ	a	b
σ_0	σ_1	σ_0
σ_1	σ_2	σ_0
σ_2	σ_2	σ_0

La cadena abbaa transforma el estado incial en uno final luego por definición 2.2 la cadena abbaa es aceptada por el Autómata

traza de abbaa:

$$\to \sigma_0 \xrightarrow{a} \sigma_1 \xrightarrow{b} \sigma_0 \xrightarrow{b} \sigma_0 \xrightarrow{a} \sigma_1 \xrightarrow{a} \sigma_2$$

La cadena abb no transforma el estado inicial en uno final i.e. abb no es cadena aceptada

La traza de abb:

$$\to \sigma_0 \xrightarrow{a} \sigma_1 \xrightarrow{b} \sigma_0 \xrightarrow{b} \sigma_0$$

La cadena aba es aceptada

traza de aba:

$$\to \sigma_0 \xrightarrow{a} \sigma_1 \xrightarrow{b} \sigma_0 \xrightarrow{a} \sigma_1$$

La cadena abaaaaa es aceptada

traza de abaaaaa:

$$\rightarrow \sigma_0 \xrightarrow{a} \sigma_1 \xrightarrow{b} \sigma_0 \xrightarrow{a} \sigma_1 \xrightarrow{a} \sigma_2 \xrightarrow{a} \sigma_2 \xrightarrow{a} \sigma_2 \xrightarrow{a} \sigma_2$$

La cadena abbbbbbaab no es aceptada

traza de abbbbbbaab:

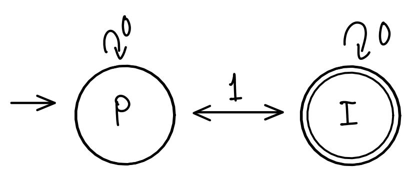
$$\rightarrow \sigma_0 \xrightarrow{a} \sigma_1 \xrightarrow{b} \sigma_0 \xrightarrow{b} \sigma_0 \xrightarrow{b} \sigma_0 \xrightarrow{b} \sigma_0 \xrightarrow{b} \sigma_0 \xrightarrow{b} \sigma_0 \xrightarrow{a} \sigma_1 \xrightarrow{a} \sigma_2 \xrightarrow{b} \sigma_0$$

Si la cadena w es aceptada ¿toda subcadena de w es aceptada?

Sabemos que la cadena abbaa es aceptada pero su prefijo abb (Por definición un prefijo/sufijo de una cadena es a su vez una subcadena) no es aceptado, luego la respuesta es: NO.

¿Es aceptada la cadena ww?

Sea $M = (\{Par, Impar\}, \{0,1\}, \delta, Par, Impar)$ el famoso Automata con lenguaje aceptado por las cadenas de cantidad impar de 1's



Sea $w := 010101 \Rightarrow w \in \mathcal{L}(M)$

Por otro lado $ww \notin \mathcal{L}(M)$

La respuesta es: No.

3. Considere el autómata del ejercicio anterior. Justifique las siguientes afirmaciones:
   (a) Si ω es aceptada, entonces termina en a.
   (b) Si ω termina en a, entonces es aceptada.

a) La transformación de cualquier estado a uno final solo es posible si el input es a

i.e. $q \xrightarrow{a} p$ con $q \in Q$ & $p \in F$

La afirmación es cierta. Si $w \in L(M_3) \Rightarrow w := \alpha a$

b) La afirmación es cierta

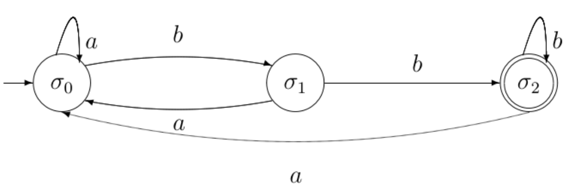
si $w := \alpha a$ despues de recorrer α siempre se termina en un estado que el input a tranforma a uno final

En general $L(M_3) := \{ w \in \{a,b\}^* : w := \alpha a \}$

El lenguaje aceptado por M_3 son todas las cadenas que terminan en a y solo esas.

4. Caracterice en palabras el lenguaje aceptado por el autómata. Luego justifique su afirmación.

M_4



$$L(M_4) = \{ \alpha \in \{a,b\}^* : \alpha = \beta b b^* \}$$

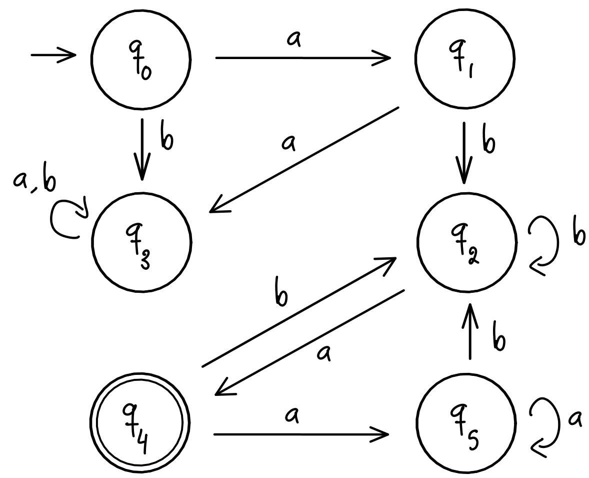
Supongamos que despues de recorrer β terminamos en el estado σ_0 luego $\sigma_0 \xrightarrow{b} \sigma_1 \xrightarrow{b} \sigma_2$ al consumir bb terminamos en el estado final

Lo mismo ocurre si despues de recorrer β terminamos en el estado σ_1

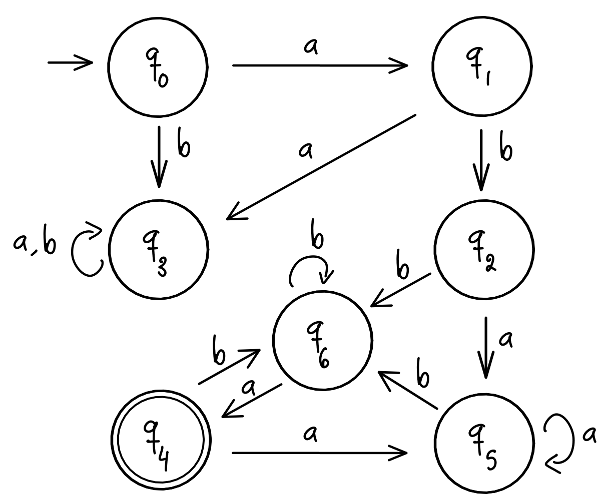
$L(M_4) :=$ Cadenas que terminan con bb^*

5. Construir un autómata finito determinístico con alfabeto $\Sigma = \{a,\ b\}$ que acepte cadenas que empiecen con ab y terminen con ba.

δ	a	b
q_0	q_1	q_3
q_1	q_3	q_2
q_2	q_4	q_2
q_3	q_3	q_3
q_4	q_5	q_2
q_5	q_5	q_2



El estado basura es q_3, si la cadena comienza con b o con aa la cadena no es aceptada. Notar que la cadena aba es aceptada, ya que el enunciado no lo aclara se presenta un segundo DFA que no acepta la cadena aba agregando un estado mas



6. Hallar un autómata finito determinístico que acepte exactamente el lenguaje de las cadenas sobre el alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$ que tienen una cantidad par de 1's y el número de 0's es múltiplo de 3.