

$$a) \{ \neg p_1 \wedge p_2 \rightarrow p_0, p_1 \rightarrow (\neg p_1 \rightarrow p_2), p_0 \leftrightarrow \neg p_2 \}$$

$$\text{Sea } \Gamma := \{ \neg p_1 \wedge p_2 \rightarrow p_0, p_1 \rightarrow (\neg p_1 \rightarrow p_2), p_0 \leftrightarrow \neg p_2 \}$$

Sea $f : At \rightarrow \{0, 1\}$ definida de la siguiente manera $f(\varphi) := 1$ si $\varphi = p_1, p_2$. Como $f(\perp) = 0$, existe una valuación $\llbracket \cdot \rrbracket_f$ que extiende a f sobre Prop, veamos que esta valuación es de Γ o' equivalentemente f es una asignación de Γ .

$$\llbracket ((\neg p_1) \wedge p_2) \rightarrow p_0 \rrbracket_f$$

$$\equiv \{ \text{Def sémantica con respecto a } (\rightarrow) \}$$

$$\max \{ 1 - \llbracket ((\neg p_1) \wedge p_2) \rrbracket_f, \llbracket p_0 \rrbracket_f \}$$

$$\equiv \{ \text{Def sémantica con respecto a } (\wedge) \}$$

$$\max \{ 1 - \min \{ \llbracket (\neg p_1) \rrbracket_f, \llbracket p_2 \rrbracket_f \}, \llbracket p_0 \rrbracket_f \}$$

$$\equiv \{ \text{Ejercicio 4 del apunte} \}$$

$$\max \{ 1 - \min \{ 1 - \llbracket p_1 \rrbracket_f, \llbracket p_2 \rrbracket_f \}, \llbracket p_0 \rrbracket_f \}$$

$$\equiv \{ \text{Construcción de } f \}$$

$$\max \{ 1 - \min \{ 1 - 1, 1 \}, 0 \}$$

$$\equiv \{ \text{Aritmetica} \}$$

$$\max \{ 1 - \min \{ 0, 1 \}, 0 \}$$

$$\equiv \{ \text{Def de min, Aritmetica, Def de max} \}$$

1

$$\llbracket p_1 \longrightarrow (\neg p_1 \longrightarrow p_2) \rrbracket_f$$

$\equiv \{ \text{Def sémantica con respecto a } (\longrightarrow) \}$

$$\max \{ 1 - \llbracket p_1 \rrbracket_f, \llbracket \neg p_1 \longrightarrow p_2 \rrbracket_f \}$$

$\equiv \{ \text{Def sémantica con respecto a } (\longrightarrow) \}$

$$\max \{ 1 - \llbracket p_1 \rrbracket_f, \max \{ 1 - \llbracket \neg p_1 \rrbracket_f, \llbracket p_2 \rrbracket_f \} \}$$

$\equiv \{ \text{Ejercicio 4 del apunte} \}$

$$\max \{ 1 - \llbracket p_1 \rrbracket_f, \max \{ 1 - (1 - \llbracket p_1 \rrbracket_f), \llbracket p_2 \rrbracket_f \} \}$$

$\equiv \{ \text{Construcción de } f \}$

$$\max \{ 1 - 1, \max \{ 1 - (1 - 1), 1 \} \}$$

$\equiv \{ \text{Aritmética, Def de max} \}$

1

$$\llbracket p_0 \longleftrightarrow \neg p_2 \rrbracket_f$$

$\equiv \{ \text{Def } \parallel \}$

$$\llbracket (p_0 \longrightarrow \neg p_2) \wedge (\neg p_2 \longrightarrow p_0) \rrbracket_f$$

$\equiv \{ \text{Def sémantica con respecto a } (\wedge) \}$

$$\min \{ \llbracket p_0 \longrightarrow \neg p_2 \rrbracket_f, \llbracket \neg p_2 \longrightarrow p_0 \rrbracket_f \}$$

$\equiv \{ \text{Def sémantica con respecto a } (\longrightarrow) \}$

$$\min \{ \max \{ 1 - \llbracket p_0 \rrbracket_f, \llbracket \neg p_2 \rrbracket_f \}, \max \{ 1 - \llbracket \neg p_2 \rrbracket_f, \llbracket p_0 \rrbracket_f \} \}$$

$\equiv \{ \text{Ejercicio 4 del apunte} \}$

$$\min \{ \max \{ 1 - \llbracket p_0 \rrbracket_f, 1 - \llbracket p_2 \rrbracket_f \}, \max \{ 1 - (1 - \llbracket p_2 \rrbracket_f), \llbracket p_0 \rrbracket_f \} \}$$

$\equiv \{ \text{Construcción de } f \}$

$$\min \{ \max \{ 1 - 0, 1 - 1 \}, \max \{ 1 - (1 - 1), 0 \} \}$$

$\equiv \{ \text{Aritmética, Def de max y min} \}$

1

Luego f valida Γ y por Lema 28 (criterio de consistencia) entonces Γ es consistente.