

d) Sea $\Gamma := \{p_0 \rightarrow p_1, p_0 \wedge p_2 \rightarrow p_1 \wedge p_3, p_0 \wedge p_2 \wedge p_4 \rightarrow p_1 \wedge p_3 \wedge p_5, \dots\}$

Notar que en los antecedentes solo ocurren conjunciones de números pares y en los consecuentes solo ocurren conjunciones de números impares, luego existen varias asignaciones de Γ , por no decir tantas como números naturales.

$$\Gamma := \bigcup_{k=0}^{\infty} \left(\bigwedge_{i=0}^k p_{2i} \rightarrow \bigwedge_{i=0}^k p_{2i+1} \right)$$

Sea δ asignación tal que $\delta(p_i) := 1 \quad \forall i \in \mathbb{N}_0$, por teorema $\exists \llbracket \cdot \rrbracket_{\delta}$ que extiende a δ sobre Prop, veamos que δ valida Γ i.e. $\llbracket \varphi \rrbracket_{\delta} = 1 \quad \forall \varphi \in \Gamma$

$$\begin{aligned} & \llbracket \bigwedge_{i=0}^k p_{2i} \rightarrow \bigwedge_{i=0}^k p_{2i+1} \rrbracket_{\delta} \\ & \equiv \{ \text{Def semántica con respecto a } (\rightarrow) \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \max \{ 1 - \llbracket \bigwedge_{i=0}^k p_{2i} \rrbracket_{\delta}, \llbracket \bigwedge_{i=0}^k p_{2i+1} \rrbracket_{\delta} \} \\ & \equiv \{ \text{Def semántica con respecto a } (\wedge) \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \max \{ 1 - \min_{i=0}^k \llbracket p_{2i} \rrbracket_{\delta}, \min_{i=0}^k \llbracket p_{2i+1} \rrbracket_{\delta} \} \\ & \equiv \{ \text{Construcción de } \delta \} \end{aligned}$$

$$\max \{ 1 - \min_{i=0}^k 1, \min_{i=0}^k 1 \}$$

$$\equiv \{ \text{Def de min} \}$$

$$\max \{ 1 - 1, 1 \}$$

$$\equiv \{ \text{Def de max} \}$$

1

luego δ valida Γ

$\Rightarrow \{ \text{Lema 28 criterio de consistencia} \}$

Γ es consistente