

Extractos de Ullman, Hopcroft, Motwani: "Introducción a la teoría..... lenguajes y Computación 2002"

Recordar que: $r \in \text{Regex}$

- $\varepsilon^* \sim \varepsilon$ & $\emptyset^* \sim \varepsilon$ Únicos lenguajes cuya clausura no es infinita
- $\emptyset^0 \sim \{\varepsilon\}$ mientras que $\emptyset^i = \emptyset \quad \forall i \geq 1$
- $\emptyset r \sim r \emptyset \sim \emptyset$ \emptyset es el elemento nulo de \cdot
- $\varepsilon r \sim r \varepsilon \sim r$ ε es el elemento identidad de \cdot
- $\emptyset + r \sim r + \emptyset \sim r$ \emptyset es el elemento identidad de $+$
- $(L^*)^* \sim L^*$ Clausurar una expresión que ya está clausurada no modifica el lenguaje.
- $L + L \sim L$ Ley de idempotencia de $+$
- $(L + L_1) + L_2 \sim L + (L_1 + L_2)$ Asociatividad de $+$
- $L + L_1 \sim L_1 + L$ Conmutatividad de $+$
- $L(L_1 L_2) \sim (L L_1) L_2$ Asociatividad de \cdot
- $L(L_1 + L_2) \sim L L_1 + L L_2$ Distributividad por izquierda
- $(L + L_1) L_2 \sim L L_2 + L_1 L_2$ Distributividad por derecha

Algoritmo recursivo de S. Kleene

etiquetas

Caso base: $L_{nm}(R) := \emptyset$ si q_n ó $q_m \notin R$

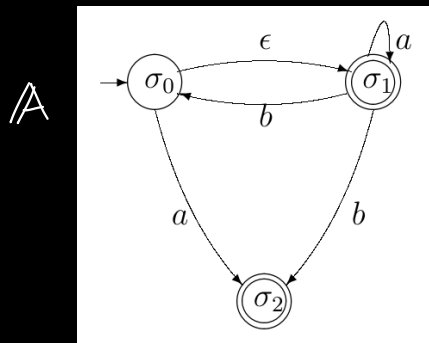
Caso base: $L_{nn}(R) := I_n(R)^*$

Primera capa: $L_{nm}(R) := I_n(R)^* F_{nm}(R)$ si $n \neq m$

Ciclo inicial: $I_n(R) := \sum_{\substack{q_n \xrightarrow{a} q_t \\ q_s \xrightarrow{b} q_n}} a L_{ts}(R \setminus \{q_n\}) b + \sum_{q_n \xrightarrow{c} q_n} c \quad (n \neq t, s)$

Camino al final: $F_{nm}(R) := \sum_{q_n \xrightarrow{a} q_t} a L_{tm}(R \setminus \{q_n\}) \quad (n \neq t, m)$

(4) Aplicando el Teorema de Kleene, encuentre expresiones regulares que denoten el lenguaje aceptado por cada uno de los siguientes autómatas:



Sea $Q = \{\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2\} = \{0, 1, 2\}$ un ligero abuso de notación para identificar estados, no usar esta notación en exámenes. No usar este esquema en exámenes.

Aplicamos el Algoritmo recursivo de S. Kleene

tenemos que $\mathcal{L}(\mathbb{A}) = \mathcal{L}_{01}(Q) \cup \mathcal{L}_{02}(Q)$ por tener dos estados finales.

$$\begin{aligned}
 & \mathcal{L}_{01}(0, 1, 2) + \mathcal{L}_{02}(0, 1, 2) \\
 &= \{0 \neq 1, 0 \neq 2 \text{ Primera capa}\} \\
 & \mathcal{I}_0(0, 1, 2)^* \mathcal{F}_{01}(0, 1, 2) + \mathcal{I}_0(0, 1, 2)^* \mathcal{F}_{02}(0, 1, 2) \\
 & \sim \{ \text{Distributividad Por izquierda de } \cdot \} \\
 & \mathcal{I}_0(0, 1, 2)^* (\mathcal{F}_{01}(0, 1, 2) + \mathcal{F}_{02}(0, 1, 2)) \\
 &= \{ \text{Ciclo inicial ; Camino al final} \} \\
 & (a\mathcal{L}_{21}(1, 2)b + \varepsilon\mathcal{L}_{11}(1, 2)b)^* (a\mathcal{L}_{21}(1, 2) + \varepsilon\mathcal{L}_{11}(1, 2) + a\mathcal{L}_{22}(1, 2) + \varepsilon\mathcal{L}_{12}(1, 2)) \\
 &= \{2=2, 1=1 \text{ Caso base}\} \\
 & (a\mathcal{L}_{21}(1, 2)b + \varepsilon\mathcal{I}_1(1, 2)^*b)^* (a\mathcal{L}_{21}(1, 2) + \varepsilon\mathcal{I}_1(1, 2)^* + a\mathcal{I}_2(1, 2)^* + \varepsilon\mathcal{L}_{12}(1, 2)) \\
 &= \{ \text{Ciclo inicial} \} \\
 & (a\mathcal{L}_{21}(1, 2)b + \varepsilon(\emptyset + a)^*b)^* (a\mathcal{L}_{21}(1, 2) + \varepsilon(\emptyset + a)^* + a\emptyset^* + \varepsilon\mathcal{L}_{12}(1, 2)) \\
 & \sim \{ \emptyset + a \sim a ; \emptyset^* \sim \varepsilon \} \\
 & (a\mathcal{L}_{21}(1, 2)b + \varepsilon a^*b)^* (a\mathcal{L}_{21}(1, 2) + \varepsilon a^* + a\varepsilon + \varepsilon\mathcal{L}_{12}(1, 2)) \\
 & \sim \{ \varepsilon r \sim r\varepsilon \sim r \} \\
 & (a\mathcal{L}_{21}(1, 2)b + a^*b)^* (a\mathcal{L}_{21}(1, 2) + a^* + a + \mathcal{L}_{12}(1, 2)) \\
 &= \{2 \neq 1, 1 \neq 2 \text{ Primera capa}\} \\
 & (a\mathcal{I}_2(1, 2)^*\mathcal{F}_{21}(1, 2)b + a^*b)^* (a\mathcal{I}_2(1, 2)^*\mathcal{F}_{21}(1, 2) + a^* + a + \mathcal{I}_1(1, 2)^*\mathcal{F}_{12}(1, 2)) \\
 &= \{ \text{Ciclo inicial} \}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (a\emptyset^*F_{21}(1,2)b + a^*b)^*(a\emptyset^*F_{21}(1,2) + a^* + a + (\emptyset + a)^*F_{12}(1,2)) \\
& \sim \{\emptyset + a \sim a ; \emptyset^* \sim \varepsilon\} \\
& (a\varepsilon F_{21}(1,2)b + a^*b)^*(a\varepsilon F_{21}(1,2) + a^* + a + a^*F_{12}(1,2)) \\
& = \{\text{Camino al final Ninguna transición de 2 a 1}\} \\
& (a\varepsilon\emptyset b + a^*b)^*(a\varepsilon\emptyset + a^* + a + a^*F_{12}(1,2)) \\
& = \{\text{Camino al final}\} \\
& (a\varepsilon\emptyset b + a^*b)^*(a\varepsilon\emptyset + a^* + a + a^*bL_{22}(2)) \\
& \sim \{\emptyset r \sim r\emptyset \sim \emptyset\} \\
& (a^*b)^*(a^* + a + a^*bL_{22}(2)) \\
& = \{2=2 \text{ Caso base}\} \\
& (a^*b)^*(a^* + a + a^*bI_2(2)^*) \\
& = \{\text{Ciclo inicial}\} \\
& (a^*b)^*(a^* + a + a^*b\emptyset^*) \\
& \sim \{\emptyset^* \sim \varepsilon\} \\
& (a^*b)^*(a^* + a + a^*b\varepsilon) \\
& \sim \{\varepsilon r \sim r\varepsilon \sim r\} \\
& (a^*b)^*(a^* + a + a^*b)
\end{aligned}$$

$$\therefore \mathcal{L}(A) = \mathcal{L}_{01}(Q) \cup \mathcal{L}_{02}(Q) = (a^*b)^*(a^* + a + a^*b)$$