(2) Encuentre derivaciones para:

    (a) $\{\neg\varphi \vee \psi\} \vdash \varphi \rightarrow \psi$ (Usando eliminación de $\vee$)

    (b) $\{\neg\varphi \vee \neg\psi\} \vdash \neg(\varphi \wedge \psi)$

    (c) $\{\varphi \rightarrow \psi\} \vdash \neg\varphi \vee \psi$

       (Sugerencia: la última regla es RAA, no intente con introducción de $\vee$, no funciona como última regla. Aparte está desarrollado en el apunte.)

    (d) $\{\neg(\varphi \wedge \psi)\} \vdash \neg\varphi \vee \neg\psi$ (Copie la idea de la derivación anterior)

a) $\{\neg\varphi \vee \psi\} \vdash \varphi \rightarrow \psi$

1. $[\varphi]_1$

2. $[\neg\varphi]_2$

3. $[\psi]_3$

$$\cfrac{\neg\varphi \vee \psi \quad \cfrac{\cfrac{\cfrac{[\varphi]_1 \quad [\neg\varphi]_2}{\bot}\rightarrow E}{\psi}\bot \quad [\psi]_3}{\psi}\vee E_{2,3}}{\cfrac{\psi}{\varphi \rightarrow \psi}\rightarrow I_1}$$

b) $\{\neg\varphi \vee \neg\psi\} \vdash \neg(\varphi \wedge \psi)$

1. $[\varphi \wedge \psi]_1$

2. $[\neg\varphi]_2$

3. $[\neg\psi]_3$

$$\cfrac{\neg\varphi \vee \neg\psi \quad \cfrac{\cfrac{\cfrac{[\varphi \wedge \psi]_1}{\varphi}\wedge E \quad [\neg\varphi]_2}{\bot}\rightarrow E \quad \cfrac{\cfrac{[\varphi \wedge \psi]_1}{\psi}\wedge E \quad [\neg\psi]_3}{\bot}\rightarrow E}{\bot}\vee E_{2,3}}{\cfrac{\bot}{\neg(\varphi \wedge \psi)}\rightarrow I_1}$$

c) $\{\varphi \to \psi\} \vdash \neg\varphi \lor \psi$

$$\cfrac{\cfrac{\cfrac{\cfrac{\cfrac{[\varphi]_2 \quad \varphi \to \psi}{\psi} \to E}{\neg\varphi \lor \psi} \lor I \quad [\neg(\neg\varphi \lor \psi)]_1}{\cfrac{\bot}{\neg\varphi} \to I_2}}{\neg\varphi \lor \psi} \lor I \quad [\neg(\neg\varphi \lor \psi)]_1}{\cfrac{\bot}{\neg\varphi \lor \psi} R\,RA_1} \to E$$

1. $[\neg(\neg\varphi \lor \psi)]_1$
2. $[\varphi]_2$

c) $\{\neg(\varphi \land \psi)\} \vdash \neg\varphi \lor \neg\psi$

1. $[\neg(\neg\varphi \lor \neg\psi)]_1$
2. $[\varphi]_2$
3. $[\neg\psi]_3$

$$\cfrac{\cfrac{\cfrac{\cfrac{[\varphi]_2 \quad \cfrac{\cfrac{[\neg(\neg\varphi \lor \neg\psi)]_1 \quad \cfrac{[\neg\psi]_3}{[\neg\psi]_3 \lor \neg\varphi} \lor I}{\bot} \to E}{\psi} RAA_3}{[\varphi]_2 \land \psi} \land I \quad \neg(\varphi \land \psi)}{\cfrac{\bot}{\neg\varphi} \to I_2}}{\neg\varphi \lor \neg\psi} \lor I \quad [\neg(\neg\varphi \lor \neg\psi)]_1}{\cfrac{\bot}{\neg\varphi \lor \neg\psi} RAA_1} \to E$$