Extractos de Ullman, Hopcroft, Motwani. "Introducción a la teoria .... lenguajes y Computación 2002"

Recordar que: $r \in Regex$

- $\epsilon^* = \epsilon$ & $\emptyset^* = \epsilon$ Unicos lenguajes cuya clausura no es infinita
- $\emptyset^0 = \{\epsilon\}$ mientras que $\emptyset^i = \emptyset$ $\forall i \geq 1$
- $\emptyset r = r\emptyset = \emptyset$ $\emptyset$ es el elemento nulo de la concatenación
- $\epsilon r = r\epsilon = r$ ϵ es el elemento identidad de la concatenación
- $\emptyset + r = r + \emptyset = r$ $\emptyset$ es el elemento identidad de la unión.
- $(L^*)^* = L^*$ Clausurar una expresión que ya esta clausurada no Modifica el Lenguaje.
- $L + L = L$ Ley de idempotencia de la unión
- $(L + L_1) + L_2 = L + (L_1 + L_2)$ Asociatividad de la unión
- $L + L_1 = L_1 + L$ Conmutatividad de la unión
- $L(L_1L_2) = (LL_1)L_2$ Asociatividad de Concatenación
- $L(L_1 + L_2) = LL_1 + LL_2$ Distributividad por izquierda
- $(L + L_1)L_2 = LL_2 + L_1L_2$ Distributividad por derecha

Algoritmo recursivo de S. Kleene

etiquetas

Caso base: $L_{nm}(R) := \emptyset \quad$ si q_n ó $q_m \notin R$

Caso base: $L_{nn}(R) := I_n(R)^*$

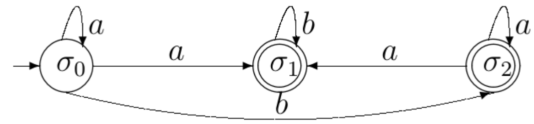
Primera etapa: $L_{nm}(R) := I_n(R)^* F_{nm}(R) \quad$ si $n \neq m$

Ciclo inicial: $$I_n(R) := \sum_{\substack{q_n \xrightarrow{a} q_t \\ q_s \xrightarrow{b} q_n}} a L_{ts}(R \setminus \{q_n\}) b + \sum_{q_n \xrightarrow{c} q_n} c \qquad (n \neq t, s)$$

Camino al final: $$F_{nm}(R) := \sum_{q_n \xrightarrow{a} q_t} a L_{tm}(R \setminus \{q_n\}) \qquad (n \neq t, m)$$

(4) Aplicando el Teorema de Kleene, encuentre expresiones regulares que denoten el lenguaje aceptado por cada uno de los siguientes autómatas:

$\mathbb{A}$



Sea $Q := \{\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2\}$

Aplicamos el Algoritmo recursivo de S. Kleene

tenemos que $\mathcal{L}(\mathbb{A}) = \mathcal{L}_{01}(Q) + \mathcal{L}_{02}(Q)$ por tener dos estados finales.

Veamos para

$$\begin{aligned}
& \mathcal{L}_{01}(Q) \\
= & \{\text{Primera etapa}\} \\
& I_0(Q)^* F_{01}(Q) \\
= & \{\text{Ciclo inicial}\} \\
& a^* F_{01}(Q) \\
= & \{\text{Camino al final}\} \\
& a^*(a L_{11}(\{\sigma_1, \sigma_2\}) + b L_{21}(\{\sigma_1, \sigma_2\})) \\
= & \{\text{Caso base}\} \\
& a^*(a\, I_1(\{\sigma_1, \sigma_2\})^* + b L_{21}(\{\sigma_1, \sigma_2\})) \\
= & \{\text{Ciclo inicial}\} \\
& a^*(a b^* + b L_{21}(\{\sigma_1, \sigma_2\})) \\
= & \{\text{Primera capa}\} \\
& a^*(a b^* + b\, I_2(\{\sigma_1, \sigma_2\})^* F_{21}(\{\sigma_1, \sigma_2\})) \\
= & \{\text{Ciclo inicial}\} \\
& a^*(a b^* + b a^* F_{21}(\{\sigma_1, \sigma_2\})) \\
= & \{\text{Camino al final}\} \\
& a^*(a b^* + b a^* a L_{11}(\{\sigma_1\})) \\
= & \{\text{Caso base}\} \\
& a^*(a b^* + b a^* a\, I_1(\{\sigma_1\})^*) \\
= & \{\text{Ciclo inicial}\} \\
& a^*(a b^* + b a^* a b^*)
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \quad \mathcal{L}_{01}(Q) = a^*(a b^* + b a^* a b^*)$$

Veamos para

$$
\begin{aligned}
& \mathcal{L}_{02}(Q) \\
=& \{\text{Primera capa}\} \\
& I_0(Q)^* F_{02}(Q) \\
=& \{\text{Ciclo inicial}\} \\
& a^* F_{02}(Q) \\
=& \{\text{Camino al final}\} \\
& a^*\left(b\, \mathcal{L}_{22}(\{\sigma_1,\sigma_2\}) + a\, \mathcal{L}_{12}(\{\sigma_1,\sigma_2\})\right) \\
=& \{\text{Caso base \& Primera capa}\} \\
& a^*\left(b\, I_2(\{\sigma_1,\sigma_2\})^* + a\, I_1(\{\sigma_1,\sigma_2\})^* F_{12}(\{\sigma_1,\sigma_2\})\right) \\
=& \{\text{Ciclo inicial}\} \\
& a^*\left(ba^* + ab^* F_{12}(\{\sigma_1,\sigma_2\})\right) \\
=& \{\text{Camino al final}\} \\
& a^*(ba^* + ab^* \emptyset) \\
=& \{\text{Elemento nulo de concatenación}\} \\
& a^*(ba^* + \emptyset) \\
=& \{\text{Elemento neutro de la unión}\} \\
& a^*(ba^*)
\end{aligned}
$$

$$\Rightarrow \quad \mathcal{L}_{02}(Q) = a^* b a^*$$

$$\therefore \quad \mathcal{L}(\mathbb{A}) = \mathcal{L}_{01}(Q) + \mathcal{L}_{02}(Q) = a^*(ab^* + ba^*ab^*) + a^*ba^*$$

o equivalentemente

$$
\begin{aligned}
& a^*(ab^* + ba^*ab^*) + a^*ba^* \\
=& \{\text{Distributividad a derecha}\} \\
& a^*ab^* + a^*ba^*ab^* + a^*ba^* \\
=& \{\text{Distributividad a derecha}\} \\
& a^*ab^* + a^*ba^*(ab^* + \epsilon) = \mathcal{L}(\mathbb{A})
\end{aligned}
$$