Extractos de Ullman, Hopcroft, Motwani. "Introducción a la teoria .... lenguajes y Computación 2002"

Recordar que: $r \in Regex$

- $\epsilon^* = \epsilon$ & $\emptyset^* = \epsilon$ Unicos lenguajes cuya clausura no es infinita
- $\emptyset^0 = \{\epsilon\}$ mientras que $\emptyset^i = \emptyset$ $\forall i \geq 1$
- $\emptyset r = r\emptyset = \emptyset$ $\emptyset$ es el elemento nulo de la concatenación
- $\epsilon r = r\epsilon = r$ ϵ es el elemento identidad de la concatenación
- $\emptyset + r = r + \emptyset = r$ $\emptyset$ es el elemento identidad de la unión.
- $(L^*)^* = L^*$ Clausurar una expresión que ya esta clausurada no Modifica el Lenguaje.
- $L + L = L$ Ley de idempotencia de la unión
- $(L + L_1) + L_2 = L + (L_1 + L_2)$ Asociatividad de la unión
- $L + L_1 = L_1 + L$ Conmutatividad de la unión
- $L(L_1L_2) = (LL_1)L_2$ Asociatividad de Concatenación
- $L(L_1 + L_2) = LL_1 + LL_2$ Distributividad por izquierda
- $(L + L_1)L_2 = LL_2 + L_1L_2$ Distributividad por derecha

Algoritmo recursivo de S. Kleene

etiquetas

Caso base: $L_{nm}(R) := \emptyset$ si q_n ó $q_m \notin R$

Caso base: $L_{nn}(R) := I_n(R)^*$

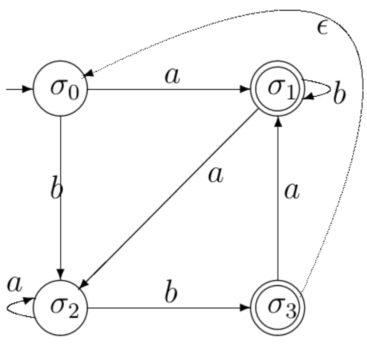
Primera capa: $L_{nm}(R) := I_n(R)^* F_{nm}(R)$ si $n \neq m$

Ciclo inicial: $$I_n(R) := \sum_{\substack{q_n \xrightarrow{a} q_t \\ q_s \xrightarrow{b} q_n}} a L_{ts}(R \setminus \{q_n\}) b + \sum_{q_n \xrightarrow{c} q_n} c \quad (n \neq t, s)$$

Camino al final: $$F_{nm}(R) := \sum_{q_n \xrightarrow{a} q_t} a L_{tm}(R \setminus \{q_n\}) \quad (n \neq t, m)$$

(4) Aplicando el Teorema de Kleene, encuentre expresiones regulares que denoten el lenguaje aceptado por cada uno de los siguientes autómatas:

$\mathbb{A}$



Sea $Q := \{\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\}$

Aplicamos el Algoritmo recursivo de S. Kleene

Notar que

$$\mathcal{L}(\mathbb{A}) = L_{01}(Q) + L_{03}(Q) = I_0(Q)^* F_{01}(Q) + I_0(Q)^* F_{03}(Q) = I_0(Q)^* [F_{01}(Q) + F_{03}(Q)]$$

Veamos para

$I_0(Q)^*$

$= \{\text{Ciclo inicial}\}$

$(b L_{23}(1,2,3)\epsilon + a L_{13}(1,2,3)\epsilon)^*$

$= \{\text{Primera capa}\}$

$(b I_2(1,2,3)^* F_{23}(1,2,3)\epsilon + a I_1(1,2,3)^* F_{13}(1,2,3)\epsilon)^*$

$= \{\text{Ciclo inicial}\}$

$(b(a + b L_{31}(1,3)a)^* F_{23}(1,2,3)\epsilon + a(b + a L_{23}(2,3)a)^* F_{13}(1,2,3)\epsilon)^*$

$= \{\text{Primera capa}\}$

$(b(a + b I_3(1,3)^* F_{31}(1,3)a)^* F_{23}(1,2,3)\epsilon + a(b + a I_2(2,3)^* F_{23}(2,3)a)^* F_{13}(1,2,3)\epsilon)^*$

$= \{\text{Ciclo inicial}\}$

$(b(a + b\emptyset^* F_{31}(1,3)a)^* F_{23}(1,2,3)\epsilon + a(b + aa^* F_{23}(2,3)a)^* F_{13}(1,2,3)\epsilon)^*$

$= \{\text{Camino al final \& Propiedad de clausura } \emptyset^* = \epsilon\}$

$(b(a + b\epsilon a L_{11}(1)a)^* b L_{33}(1,3)\epsilon + a(b + aa^* b L_{33}(3)a)^* a L_{23}(2,3)\epsilon)^*$

$= \{\text{Caso base}\}$

$(b(a + b\epsilon a I_1(1)^* a)^* b I_3(1,3)^* \epsilon + a(b + aa^* b I_3(3)^* a)^* a L_{23}(2,3)\epsilon)^*$

$=\{$Ciclo inicial$\}$

$(b(a+b\epsilon ab^*a)^*b\emptyset^*\epsilon + a(b+aa^*b\emptyset^*a)^*aL_{23}(2,3)\epsilon)^*$

$=\{$Primera capa & $\emptyset^*=\epsilon$ & identidad de concatenación$\}$

$(b(a+bab^*a)^*b + a(b+aa^*ba)^*a\, I_2(2,3)^*F_{23}(2,3))^*$

$=\{$Ciclo inicial y camino al final$\}$

$(b(a+bab^*a)^*b + a(b+aa^*ba)^*aa^*bL_{33}(3))^*$

$=\{$Caso base$\}$

$(b(a+bab^*a)^*b + a(b+aa^*ba)^*aa^*bI_3(3)^*)^*$

$=\{$Ciclo inicial$\}$

$(b(a+bab^*a)^*b + a(b+aa^*ba)^*aa^*b\emptyset^*)^*$

$=\{\emptyset^*=\epsilon$ y Identidad de concatenación$\}$

$(b(a+bab^*a)^*b+a(b+aa^*ba)^*aa^*b)^*$

$$\Rightarrow \quad I_0(Q)^* = (b(a+bab^*a)^*b+a(b+aa^*ba)^*aa^*b)^*$$

Veamos para

$F_{01}(Q)$

$=\{$Camino al final$\}$

$bL_{21}(1,2,3) + aL_{11}(1,2,3)$

$=\{$Primera capa y caso base$\}$

$b\,I_2(1,2,3)^*F_{21}(1,2,3) + a\,I_1(1,2,3)^*$

$=\{$Ciclo inicial y Camino al final$\}$

$b(a+bL_{31}(1,3)a)^*bL_{31}(1,3) + a(b+aL_{23}(2,3)a)^*$

$=\{$Primera capa$\}$

$b(a+b\,I_3(1,3)^*F_{31}(1,3)a)^*b\,I_3(1,3)^*F_{31}(1,3) + a(b+a\,I_2(2,3)^*F_{23}(2,3)a)^*$

$=\{$Ciclo inicial$\}$

$b(a+b\emptyset^*F_{31}(1,3)a)^*b\emptyset^*F_{31}(1,3) + a(b+aa^*F_{23}(2,3)a)^*$

$=\{\emptyset^*=\epsilon$ y Camino al final$\}$

$b(a+b\epsilon aL_{11}(1)a)^*b\epsilon aL_{11}(1) + a(b+aa^*bL_{33}(3)a)^*$

$=\{$Caso base$\}$

$b(a+b\epsilon a\,I_1(1)^*a)^*b\epsilon a\,I_1(1)^* + a(b+aa^*b\,I_3(3)^*a)^*$

$=\{$Ciclo inicial$\}$

$b(a + b\epsilon a b^* a)^* b\epsilon a b^* + a(b + aa^* b \emptyset^* a)^*$

$= \{$ Propiedad de clausura $\}$

$b(a + b\epsilon a b^* a)^* b\epsilon a b^* + a(b + aa^* b \epsilon a)^*$

$= \{$ Identidad de concatenación $\}$

$b(a + bab^* a)^* bab^* + a(b + aa^* ba)^*$

$\Rightarrow \quad F_{01}(Q) = b(a + bab^* a)^* bab^* + a(b + aa^* ba)^*$

Veamos para

$F_{03}(Q)$

$= \{$ Camino al final $\}$

$b L_{23}(1,2,3) + a L_{13}(1,2,3)$

$= \{$ Primera capa $\}$

$b\, I_2(1,2,3)^* F_{23}(1,2,3) + a I_1(1,2,3)^* F_{13}(1,2,3)$

$= \{$ Ciclo inicial y Camino al final $\}$

$b(a + bL_{31}(1,3)a)^* bL_{33}(1,3) + a(b + aL_{23}(2,3)a)^* aL_{23}(2,3)$

$= \{$ Caso base $\}$

$b(a + bL_{31}(1,3)a)^* b I_3(1,3)^* + a(b + aL_{23}(2,3)a)^* aL_{23}(2,3)$

$= \{$ Primera capa $\}$

$b(a + b I_3(1,3)^* F_{31}(1,3)a)^* b I_3(1,3)^* + a(b + a I_2(2,3)^* F_{23}(2,3)a)^* a I_2(2,3)^* F_{23}(2,3)$

$= \{$ Ciclo inicial $\}$

$b(a + b\emptyset^* F_{31}(1,3)a)^* b\emptyset^* + a(b + aa^* F_{23}(2,3)a)^* aa^* F_{23}(2,3)$

$= \{$ Camino al final $\}$

$b(a + b\emptyset^* a L_{11}(1)a)^* b\emptyset^* + a(b + aa^* b L_{33}(3)a)^* aa^* b L_{33}(3)$

$= \{$ Caso base $\}$

$b(a + b\emptyset^* a\, I_1(1)^* a)^* b\emptyset^* + a(b + aa^* b\, I_3(3)^* a)^* aa^* b\, I_3(3)^*$

$= \{$ Ciclo inicial $\}$

$b(a + b\emptyset^* a b^* a)^* b\emptyset^* + a(b + aa^* b\emptyset^* a)^* aa^* b\emptyset^*$

$= \{ \emptyset^* = \epsilon$ y Identidad de concatenación $\}$

$b(a + bab^* a)^* b + a(b + aa^* ba)^* aa^* b$

$$\Longrightarrow \quad F_{03}(Q) = b(a + bab^*a)^*b + a(b + aa^*ba)^*aa^*b$$

Simplificando

$$F_{01}(Q) + F_{03}(Q) = b(a+bab^*a)^*[bab^* + b] + a(b+aa^*ba)^*[\epsilon + aa^*b]$$

$$\therefore \quad \mathcal{L}(\mathbb{A}) = \mathcal{L}_{01}(Q) + \mathcal{L}_{03}(Q) = I_0(Q)^*(F_{01}(Q) + F_{03}(Q)) =$$

$$= \underbrace{\left(b(a+bab^*a)^*b + a(b+aa^*ba)^*aa^*b\right)^*}_{I_0(Q)^*}\underbrace{\left[b(a+bab^*a)^*(bab^*+b) + a(b+aa^*ba)^*(\epsilon + aa^*b)\right]}_{F_{01}(Q) + F_{03}(Q)}$$