Extractos de Ullman, Hopcroft, Motwani. "Introducción a la teoria .... lenguajes y Computación 2002"

Recordar que: $r \in Regex$

- $\varepsilon^* \sim \varepsilon$ & $\emptyset^* \sim \varepsilon$ Unicos lenguajes cuya clausura no es infinita
- $\emptyset^0 \sim \{\varepsilon\}$ mientras que $\emptyset^i = \emptyset$ $\forall i \geq 1$
- $\emptyset r \sim r\emptyset \sim \emptyset$ $\emptyset$ es el elemento nulo de $\bullet$
- $\varepsilon r \sim r\varepsilon \sim r$ ε es el elemento identidad de $\bullet$
- $\emptyset + r \sim r + \emptyset \sim r$ $\emptyset$ es el elemento identidad de $+$
- $(L^*)^* \sim L^*$ Clausurar una expresión que ya esta clausurada no Modifica el Lenguaje.
- $L + L \sim L$ Ley de idempotencia de $+$
- $(L + L_1) + L_2 \sim L + (L_1 + L_2)$ Asociatividad de $+$
- $L + L_1 \sim L_1 + L$ Conmutatividad de $+$
- $L(L_1 L_2) \sim (L L_1) L_2$ Asociatividad de $\bullet$
- $L(L_1 + L_2) \sim L L_1 + L L_2$ Distributividad por izquierda
- $(L + L_1) L_2 \sim L L_2 + L_1 L_2$ Distributividad por derecha

Algoritmo recursivo de S. Kleene

etiquetas

Caso base: $\ell_{nm}(R) := \emptyset$ si q_n ó $q_m \notin R$

Caso base: $\ell_{nn}(R) := I_n(R)^*$

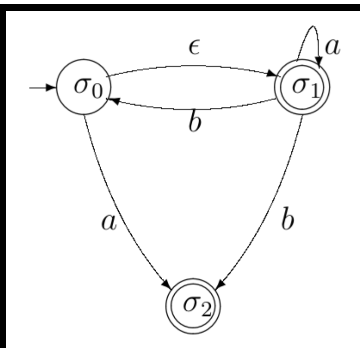
Primera capa: $\ell_{nm}(R) := I_n(R)^* F_{nm}(R)$ si $n \neq m$

Ciclo inicial: $I_n(R) := \sum_{\substack{q_n \xrightarrow{a} q_t \\ q_s \xrightarrow{b} q_n}} a\ell_{ts}(R \setminus \{q_n\})b + \sum_{q_n \xrightarrow{c} q_n} c \quad (n \neq t, s)$

Camino al final: $F_{nm}(R) := \sum_{q_n \xrightarrow{a} q_t} a\ell_{tm}(R \setminus \{q_n\}) \quad (n \neq t, m)$

(4) Aplicando el Teorema de Kleene, encuentre expresiones regulares que denoten el lenguaje aceptado por cada uno de los siguientes autómatas:

$\mathbb{A}$



Sea $Q = \{\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2\} = \{0,1,2\}$ un ligero abuso de notación para identificar estados, no usar esta notación en examenes. No usar este esquema en examenes.

Aplicamos el Algoritmo recursivo de S. Kleene

tenemos que $\mathcal{L}(\mathbb{A}) = \mathcal{L}_{01}(Q) \cup \mathcal{L}_{02}(Q)$ por tener dos estados finales.

$\mathcal{L}_{01}(0,1,2) + \mathcal{L}_{02}(0,1,2)$

$=\{0 \neq 1,\ 0 \neq 2 \text{ Primera capa}\}$

$I_0(0,1,2)^* F_{01}(0,1,2) + I_0(0,1,2)^* F_{02}(0,1,2)$

$\sim\{\text{Distributividad por izquierda de } \cdot\}$

$I_0(0,1,2)^*(F_{01}(0,1,2) + F_{02}(0,1,2))$

$=\{\text{Ciclo inicial ; Camino al final}\}$

$(a\mathcal{L}_{21}(1,2)b + \varepsilon\mathcal{L}_{11}(1,2)b)^*(a\mathcal{L}_{21}(1,2) + \varepsilon\mathcal{L}_{11}(1,2) + a\mathcal{L}_{22}(1,2) + \varepsilon\mathcal{L}_{12}(1,2))$

$=\{2=2,\ 1=1 \text{ Caso base}\}$

$(a\mathcal{L}_{21}(1,2)b + \varepsilon I_1(1,2)^*b)^*(a\mathcal{L}_{21}(1,2) + \varepsilon I_1(1,2)^* + aI_2(1,2)^* + \varepsilon\mathcal{L}_{12}(1,2))$

$=\{\text{Ciclo inicial}\}$

$(a\mathcal{L}_{21}(1,2)b + \varepsilon(\emptyset + a)^*b)^*(a\mathcal{L}_{21}(1,2) + \varepsilon(\emptyset + a)^* + a\emptyset^* + \varepsilon\mathcal{L}_{12}(1,2))$

$\sim\{\emptyset + a \sim a ;\ \emptyset^* \sim \varepsilon\}$

$(a\mathcal{L}_{21}(1,2)b + \varepsilon a^*b)^*(a\mathcal{L}_{21}(1,2) + \varepsilon a^* + a\varepsilon + \varepsilon\mathcal{L}_{12}(1,2))$

$\sim\{\varepsilon r \sim r\varepsilon \sim r\}$

$(a\mathcal{L}_{21}(1,2)b + a^*b)^*(a\mathcal{L}_{21}(1,2) + a^* + a + \mathcal{L}_{12}(1,2))$

$=\{2 \neq 1,\ 1 \neq 2 \text{ Primera capa}\}$

$(aI_2(1,2)^*F_{21}(1,2)b + a^*b)^*(aI_2(1,2)^*F_{21}(1,2) + a^* + a + I_1(1,2)^*F_{12}(1,2))$

$=\{\text{Ciclo inicial}\}$

$$(a\emptyset^{*}\mathcal{F}_{21}(1,2)b + a^{*}b)^{*}(a\emptyset^{*}\mathcal{F}_{21}(1,2) + a^{*} + a + (\emptyset + a)^{*}\mathcal{F}_{12}(1,2))$$

$$\sim\{\emptyset + a \sim a \ ; \ \emptyset^{*} \sim \varepsilon\}$$

$$(a\varepsilon\mathcal{F}_{21}(1,2)b + a^{*}b)^{*}(a\varepsilon\mathcal{F}_{21}(1,2) + a^{*} + a + a^{*}\mathcal{F}_{12}(1,2))$$

$$=\{\text{Camino al final Ninguna transición de } 2 \text{ a } 1\}$$

$$(a\varepsilon\emptyset b + a^{*}b)^{*}(a\varepsilon\emptyset + a^{*} + a + a^{*}\mathcal{F}_{12}(1,2))$$

$$=\{\text{Camino al final}\}$$

$$(a\varepsilon\emptyset b + a^{*}b)^{*}(a\varepsilon\emptyset + a^{*} + a + a^{*}b\mathcal{L}_{22}(2))$$

$$\sim\{\emptyset r \sim r\emptyset \sim \emptyset\}$$

$$(a^{*}b)^{*}(a^{*} + a + a^{*}b\mathcal{L}_{22}(2))$$

$$=\{2 = 2 \text{ Caso base}\}$$

$$(a^{*}b)^{*}(a^{*} + a + a^{*}b\,\mathcal{I}_{2}(2)^{*})$$

$$=\{\text{Ciclo inicial}\}$$

$$(a^{*}b)^{*}(a^{*} + a + a^{*}b\emptyset^{*})$$

$$\sim\{\emptyset^{*} \sim \varepsilon\}$$

$$(a^{*}b)^{*}(a^{*} + a + a^{*}b\varepsilon)$$

$$\sim\{\varepsilon r \sim r\varepsilon \sim r\}$$

$$(a^{*}b)^{*}(a^{*} + a + a^{*}b)$$

$$\therefore \ \mathcal{L}(\mathbb{A}) = \mathcal{L}_{01}(Q) \cup \mathcal{L}_{02}(Q) = (a^{*}b)^{*}(a^{*} + a + a^{*}b)$$