a) $\{\neg p_1 \wedge p_2 \longrightarrow p_0,\ p_1 \longrightarrow (\neg p_1 \longrightarrow p_2),\ p_0 \longleftrightarrow \neg p_2\}$

Sea $\Gamma := \{\neg p_1 \wedge p_2 \longrightarrow p_0,\ p_1 \longrightarrow (\neg p_1 \longrightarrow p_2),\ p_0 \longleftrightarrow \neg p_2\}$
Sea $f : At \longrightarrow \{0,1\}$ definida de la siguiente manera $f(\varphi) := 1$ sii $\varphi = p_1, p_2$. Como $f(\bot) = 0$, existe una valuación $[\![\cdot]\!]_f$ que extiende a f sobre Prop, Veamos que esta valuación es de Γ ó equivalentemente f es una asignación de Γ.

$[\![(((\neg p_1) \wedge p_2) \longrightarrow p_0)]\!]_f$

$\equiv \{$ Def sémantica con respecto a $(\longrightarrow)$ $\}$

$\max\{1 - [\![((\neg p_1) \wedge p_2)]\!]_f,\ [\![p_0]\!]_f\}$

$\equiv \{$ Def sémantica con respecto a $(\wedge)$ $\}$

$\max\{1 - \min\{[\![(\neg p_1)]\!]_f,\ [\![p_2]\!]_f\},\ [\![p_0]\!]_f\}$

$\equiv \{$ Ejercicio 4 del apunte $\}$

$\max\{1 - \min\{1 - [\![p_1]\!]_f,\ [\![p_2]\!]_f\},\ [\![p_0]\!]_f\}$

$\equiv \{$ Construcción de f $\}$

$\max\{1 - \min\{1 - 1,\ 1\},\ 0\}$

$\equiv \{$ Aritmetica $\}$

$\max\{1 - \min\{0,\ 1\},\ 0\}$

$\equiv \{$ Def de min, Aritmetica, Def de max $\}$

1

$[\![p_1 \longrightarrow (\neg p_1 \longrightarrow p_2)]\!]_f$

$\equiv$ { Def sémantica con respecto a $(\longrightarrow)$ }

$max\{1 - [\![p_1]\!]_f, [\![\neg p_1 \longrightarrow p_2]\!]_f\}$

$\equiv$ { Def sémantica con respecto a $(\longrightarrow)$ }

$max\{1 - [\![p_1]\!]_f, max\{1 - [\![\neg p_1]\!]_f, [\![p_2]\!]_f\}\}$

$\equiv$ { Ejercicio 4 del apunte }

$max\{1 - [\![p_1]\!]_f, max\{1 - (1 - [\![p_1]\!]_f), [\![p_2]\!]_f\}\}$

$\equiv$ { Construcción de f }

$max\{1 - 1, max\{1 - (1 - 1), 1\}\}$

$\equiv$ { Aritmetica, Def de max }

1

$[\![p_0 \longleftrightarrow \neg p_2]\!]_f$

$\equiv$ { Def $\leftrightarrow$ }

$[\![(p_0 \longrightarrow \neg p_2) \wedge (\neg p_2 \longrightarrow p_0)]\!]_f$

$\equiv$ { Def sémantica con respecto a $(\wedge)$ }

$min\{[\![p_0 \longrightarrow \neg p_2]\!]_f, [\![\neg p_2 \longrightarrow p_0]\!]_f\}$

$\equiv$ { Def sémantica con respecto a $(\longrightarrow)$ }

$min\{max\{1 - [\![p_0]\!]_f, [\![\neg p_2]\!]_f\}, max\{1 - [\![\neg p_2]\!]_f, [\![p_0]\!]_f\}\}$

$\equiv$ { Ejercicio 4 del apunte }

$min\{max\{1 - [\![p_0]\!]_f, 1 - [\![p_2]\!]_f\}, max\{1 - (1 - [\![p_2]\!]_f), [\![p_0]\!]_f\}\}$

$\equiv$ { Construcción de f }

$min\{max\{1 - 0, 1 - 1\}, max\{1 - (1 - 1), 0\}\}$

$\equiv$ { Aritmetica, Def de max y min }

1

Luego f valida Γ y por Lema 28 (criterio de consistencia) entonces Γ es consistente.