Extractos de Ullman, Hopcroft, Motwani. "Introducción a la teoría .... lenguajes y Computación 2002"

Recordar que: $r \in Regex$

- $\epsilon^* = \epsilon$ & $\emptyset^* = \epsilon$ Unicos lenguajes cuya clausura no es infinita
- $\emptyset^0 = \{\epsilon\}$ mientras que $\emptyset^i = \emptyset$ $\forall i \geq 1$
- $\emptyset r = r\emptyset = \emptyset$ $\emptyset$ es el elemento nulo de la concatenación
- $\epsilon r = r\epsilon = r$ ϵ es el elemento identidad de la concatenación
- $\emptyset + r = r + \emptyset = r$ $\emptyset$ es el elemento identidad de la unión.
- $(L^*)^* = L^*$ Clausurar una expresión que ya esta clausurada no Modifica el Lenguaje.
- $L + L = L$ Ley de idempotencia de la unión
- $(L + L_1) + L_2 = L + (L_1 + L_2)$ Asociatividad de la unión
- $L + L_1 = L_1 + L$ Conmutatividad de la unión
- $L(L_1L_2) = (LL_1)L_2$ Asociatividad de Concatenación
- $L(L_1 + L_2) = LL_1 + LL_2$ Distributividad por izquierda
- $(L + L_1)L_2 = LL_2 + L_1L_2$ Distributividad por derecha

Algoritmo recursivo de S. Kleene

etiquetas

Caso base: $L_{nm}(R) := \emptyset$ si q_n ó $q_m \notin R$

Caso base: $L_{nn}(R) := I_n(R)^*$

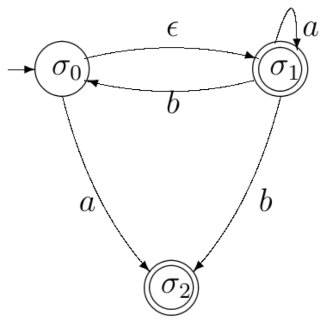
Primera capa: $L_{nm}(R) := I_n(R)^* F_{nm}(R)$ si $n \neq m$

Ciclo inicial: $$I_n(R) := \sum_{\substack{q_n \xrightarrow{a} q_t \\ q_s \xrightarrow{b} q_n}} a L_{ts}(R \setminus \{q_n\}) b + \sum_{q_n \xrightarrow{c} q_n} c \quad (n \neq t, s)$$

Camino al final: $$F_{nm}(R) := \sum_{q_n \xrightarrow{a} q_t} a L_{tm}(R \setminus \{q_n\}) \quad (n \neq t, m)$$

(4) Aplicando el Teorema de Kleene, encuentre expresiones regulares que denoten el lenguaje aceptado por cada uno de los siguientes autómatas:

$\mathbb{A}$



Sea $Q := \{\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2\}$

Aplicamos el Algoritmo recursivo de S. Kleene

tenemos que $L(\mathbb{A}) = L_{01}(Q) + L_{02}(Q)$ por tener dos estados finales.

Veamos para

$$
\begin{aligned}
& L_{01}(Q) \\
= & \ \{\text{Primera capa}\} \\
& I_0(Q)^* F_{01}(Q) \\
= & \ \{\text{Ciclo inicial \& Camino al final}\} \\
& (\epsilon L_{11}(\{\sigma_1, \sigma_2\}) b)^* \epsilon L_{11}(\{\sigma_1, \sigma_2\}) \\
= & \ \{\text{Caso base}\} \\
& (\epsilon I_1(\{\sigma_1, \sigma_2\})^* b)^* \epsilon I_1(\{\sigma_1, \sigma_2\})^* \\
= & \ \{\text{Ciclo inicial}\} \\
& (\epsilon a^* b)^* \epsilon a^* \\
= & \ \{\text{Identidad de concatenación}\} \\
& (a^* b)^* a^*
\end{aligned}
$$

$$\Longrightarrow \quad L_{01}(Q) = (a^* b)^* a^*$$

Veamos para

$$
\begin{aligned}
& \mathcal{L}_{02}(Q) \\
=& \{\text{Primera capa}\} \\
& I_0(Q)^* F_{02}(Q) \\
=& \{\text{Ciclo inicial \& camino al final}\} \\
& (\epsilon L_{11}(\{\sigma_1,\sigma_2\})b)^*(aL_{22}(\{\sigma_1,\sigma_2\}) + \epsilon \mathcal{L}_{12}(\{\sigma_1,\sigma_2\})) \\
=& \{\text{Caso base}\} \\
& (\epsilon\, I_1(\{\sigma_1,\sigma_2\})^* b)^*(a I_2(\{\sigma_1,\sigma_2\})^* + \epsilon \mathcal{L}_{12}(\{\sigma_1,\sigma_2\})) \\
=& \{\text{Caso base}\} \\
& (\epsilon\, a^* b)^*(a\emptyset^* + \epsilon \mathcal{L}_{12}(\{\sigma_1,\sigma_2\})) \\
=& \{\text{Usando } \emptyset^* = \epsilon \text{ \& elemento neutro de concatenación}\} \\
& (a^* b)^*(a + \mathcal{L}_{12}(\{\sigma_1,\sigma_2\})) \\
=& \{\text{Primera capa}\} \\
& (a^* b)^*(a + I_1(\{\sigma_1,\sigma_2\})^* F_{12}(\{\sigma_1,\sigma_2\})) \\
=& \{\text{Ciclo inicial}\} \\
& (a^* b)^*(a + a^* F_{12}(\{\sigma_1,\sigma_2\}) \\
=& \{\text{Camino al final}\} \\
& (a^* b)^*(a + a^* b L_{22}(\{\sigma_2\})) \\
=& \{\text{Caso base}\} \\
& (a^* b)^*(a + a^* b\, I_2(\{\sigma_2\})^*) \\
=& \{\text{Ciclo inicial}\} \\
& (a^* b)^*(a + a^* b\, \emptyset^*) \\
=& \{\text{Usando } \emptyset^* = \epsilon \text{ \& elemento neutro de concatenación}\} \\
& (a^* b)^*(a + a^* b)
\end{aligned}
$$

$$\Rightarrow \quad \mathcal{L}_{02}(Q) = (a^*b)^*(a + a^*b)$$

$$\therefore \quad \mathcal{L}(\mathbb{A}) = \mathcal{L}_{01}(Q) + \mathcal{L}_{02}(Q) = (a^*b)^* a^* + (a^*b)^*(a + a^*b)$$

o equivalentemente $\mathcal{L}(\mathbb{A}) = (a^*b)^*(a + a^*(b + \epsilon))$