

Análise Comparativa Entre Três Métodos de Detecção de Colisão em objetos 3D

Rodolfo Lorbieski¹, André Luiz Brun², João Cândido Bracarense³

UNIOESTE - Universidade Estadual do Oeste do Paraná

¹Graduando de Informática

²Colegiado de Informática

³Colegiado de Matemática

Rua Universitária, 2069. Jardim Universitário.

Caixa Postal 711 - CEP 85819-110 Cascavel, PR, Brasil.

rdlorbieski@gmail.com, andrebrun@hotmail.com, bracarensecosta@yahoo.com.br

Resumo. *Este trabalho apresenta um estudo comparativo entre três técnicas de detecção de colisão de objetos tridimensionais. A construção de cenas ou objetos 3D tem evoluído consideravelmente, agregando qualidade e novas aplicações. Estes novos cenários trouxeram desafios, tais como obter maior realismo e desenvolver estruturas mais complexas. Para atingir estas metas, podem-se aplicar à modelagem, malhas de triângulos que tornam o processo de detecção menos oneroso e mais rápido. Após execução de análise assintótica e temporal verificou-se que os três métodos de detecção de triângulos testados mostraram-se eficientes e com comportamento bastante similar, com pequena vantagem para o método que envolve coordenadas baricêntricas.*

1. Introdução

O desenvolvimento de cenários ou objetos virtuais há muito deixou de ser apenas objeto de jogos, que eram desenvolvidos visando atingir entretenimento. Atualmente, a criação de entidades através dos computadores atende a muitas áreas do conhecimento, servindo como apoio para aplicações diversas.

Apesar do principal cliente das modelagens ainda ser a construção de *games*, pode-se apontar muitas ferramentas atuais que aplicam técnicas computacionais de modelagem ou animação. Algumas aplicações da modelagem 3D, por exemplo, foram o estudo de reservatórios análogos em uma região do Rio Grande do Sul, [1] e uma pesquisa sobre visualização tridimensional de terrenos, envolvendo comportamento geográfico, [2].

Outra área que utiliza de forma efetiva a computação como ferramenta de trabalho é a medicina. Inúmeras aplicações podem ser indicadas. Em seu trabalho, Reis et al. [3] modelaram órgãos humanos com o intuito de facilitar o estudo anatômico de tais peças anatômicas. Outra aplicação em técnicas de realidade virtual (RV) e

modelagem 3D para o auxílio no estudo do transplante de medula foi desenvolvido por Machado [4].

Ainda na medicina, pode se reportar o estudo desenvolvido em [5], onde foram comparadas técnicas de tratamento de colisão de objetos em um ambiente de RV, para treinamento de médicos. Este também foi o foco do trabalho realizado por Kera & Nunes [6]. Em sua pesquisa, Silva et al. [7] apresentaram ferramentas para desenvolvimento de um sistema cardiovascular humano virtual.

A tecnologia atual tem mostrada uma boa capacidade de processamento, permitindo a realização de simulações complexas. Neste bojo evolutivo, as imersões em RV e em animações tornaram-se mais realísticas. A criação de cenários, elementos e fenômenos feitos atualmente geraram um caráter artístico aos desenvolvedores, pois, com um poder computacional maior, estes tiveram a oportunidade de aplicar suas idéias com mais fidelidade. Assim, puderam ser desenvolvidas animações de grande duração (como filmes); ambientes virtuais compostos de muitos elementos individuais e com tratamento físico entre estes; e, também, a aplicação de técnicas de renderização que podem enganar os olhos dos desatentos.

Para criar situações similares ao ambiente real, os desenvolvedores se valem de muitas técnicas de modelagem e processamento visual e físico. Temas, estes, que serão abordados na próxima seção.

2. Fundamentação

A modelagem tridimensional através de polígonos é bastante utilizada por permitir o controle de indivíduos complexos através de estruturas básicas conhecidas, como cubos, esferas e poliedros. Quando a capacidade computacional era mais limitada, os projetistas eram obrigados a criar entidades virtuais com a aplicação de poucos polígonos, gerando uma representação pobre e pouca realística. Porém, no patamar tecnológico atual, a aplicação de um número consideravelmente maior tornou-se possível, permitindo atingir maior nível de veracidade. Outras formas de modelagem são citadas em [8], dentre elas se podem relacionar a modelagem de forma livre, geometria sólida construtiva (CGS), modelagem por procedimento e modelagem por derivação.

Um segundo fator bastante beneficiado com o arcabouço evolutivo foram as formas de renderização, que deixaram de apresentar um caráter básico e passaram a permitir aplicação de características de ambientes reais como reflexão, rugosidade e transparência. Conforme Azevedo & Conci [9], sombreado constante, *Phong*, *Gouraud*, *Ray-tracing* e Radiosidade são importantes técnicas aplicadas na renderização. Sendo que as duas últimas trabalham com características globais (envolvem a cena como um todo) e as primeiras focam a renderização local (objetos individualmente).

Um desafio encontrado no desenvolvimento de ambientes ou elementos virtuais está no tratamento físico necessário. Em casos onde a física é menos importante, a tarefa da modelagem não se mostra mais simples. Porém, em situações onde o tratamento físico desejado seja próximo ao real, o processo de controle das condições inerentes a tal abordagem exige muita dedicação dos construtores e processamento.

As características físicas mais comuns desejadas envolvem fatores mecânicos como velocidade, aceleração, deslocamento. Podem tratar também do comportamento de elementos, como por exemplo, em uma simulação de água em movimento. Outro fator que geralmente demanda cuidado é quando a abordagem trabalha com corpos deformáveis. Estes elementos sofrem interferências de outras entidades e seus corpos podem mudar de formato.

Aplicações que utilizam tratamento físico, em sua maioria, utilizam tratamentos de colisão. Em casos mais simples, a colisão pode ser apenas detectada, mas em casos mais complexos, os corpos em contato sofrem ações de resposta, como sofrer deformação, ricochetear ou mesmo se quebrar, de acordo com as características advindas dos objetos coincidentes.

Visando construir um método de detecção de colisão rápido e ao mesmo tempo fidedigno, pode-se utilizar uma abordagem que propõe a utilização de volumes envolventes aos objetos, procurando diminuir o processamento necessário para a detecção de corpos. Esta abordagem parte do princípio de que a detecção de choque de objetos com formas definidas como esferas, cilindros ou cubos é muito mais barata que a detecção de contato de objetos ou corpos com formas irregulares. Eberly [10] afirma que existem diversos tipos de volumes usados como envolventes, porém, segundo o autor, os mais comuns são esfera, caixa alinhada aos eixos e caixa orientada. A Figura 1 apresenta a aplicação de volumes envolventes.

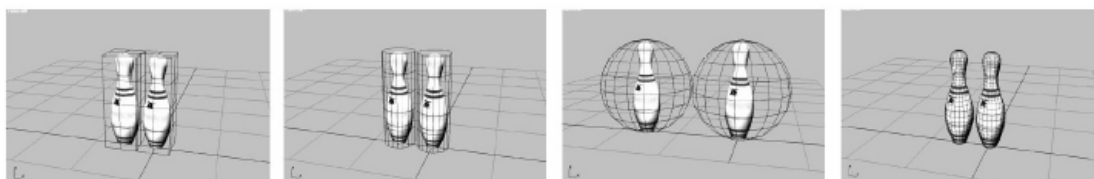


Figura 1. Exemplos de Volumes Envolventes.

Fonte: SILVA (2000,[11]).

A utilização destes volumes torna o processo de detecção de contato entre os corpos muito mais rápido, porém gera um grau de instabilidade no processo, pois caso o corpo envolvido seja muito menor que o volume em que está incluso, podem ocorrer detecções falsas de colisões, visto que os corpos externos podem realizar toque sem que os objetos envolvidos estejam em contato. Este fato mostra que quanto mais fiel ao corpo envolvido for o volume envolvente, mais real será a detecção. A Figura 2 exhibe um exemplo de falsa detecção, onde os corpos estão envolvidos por esferas.

Para buscar uma representação mais coesa dos objetos os projetistas utilizam malhas para modelar a estrutura dos corpos. Esta malha geralmente é composta por triângulos. Dessa forma, quando o processo de detecção é realizado, as comparações são feitas sobre estes triângulos que estão sobre a superfície dos objetos representados. Para a construção desta malha existem dois métodos que tem grande destaque: Advancing Front [12] e Delaunay [13].

A utilização de malhas de triângulos provê uma melhor representatividade das formas dos objetos, mas por acarretar na utilização de um número maior de objetos (quantidade de triângulos) o processo de detecção de contato torna-se mais oneroso. Em

casos onde o tratamento das colisões pode ser até certo ponto tolerante a falhas a aplicação das malhas não se justifica, mas em casos em que o processo de verificação do contato deve ser exato, como em aplicações médicas, de engenharia ou outras aplicações onde não podem ocorrer erros, a utilização da divisão em triângulos é altamente indicada, pois propicia um processo muito mais confiável.

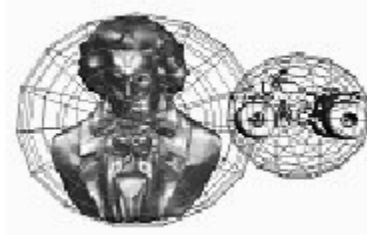


Figura 2. Ocorrência de Falsa Detecção de Contato.
Fonte: Nakamura e Celes (2005,[14]).

Outro fato a ser observado é a quantidade de triângulos necessários para compor esta malha. Quanto mais triângulos forem aplicados, melhor será a representação, por outro lado, maior será o processamento necessário. Esta questão envolvendo qualidade e custo foi levantada por Alliez et al. [15], Figura 3, que exhibe a influência do número de triângulos na qualidade da modelagem.

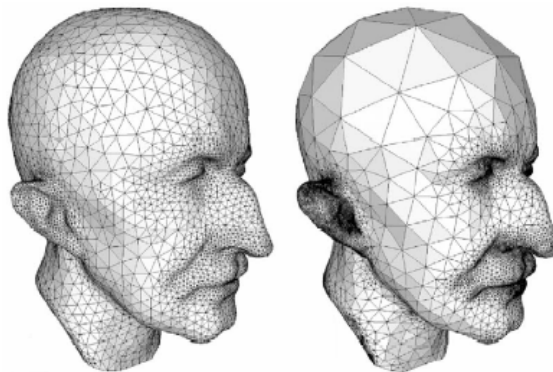


Figura 3. Diferentes Níveis de Triangularização.
Fonte: Alliez, Meyer e Desbrun (2002,[15]).

Existem abordagens que são ditas híbridas, pois utilizam os volumes envolventes e também a aplicação de malhas. Esta metodologia é aplicada visando diminuir a gama de testes gerada pela aplicação da triangularização. Dessa forma, os testes de colisão só serão feitos perante a malha caso tenha ocorrido contato entre os volumes envolvente aos objetos. Em caso contrário, não há necessidade da comparação com a malha.

Uma estrutura hierárquica é proposta por Nakamura & Celes [14] para resolver o problema da complexidade envolvida em testes com malhas. Os autores desenvolveram uma abordagem em que um objeto pode ser dividido em partes menores, onde estas estão submetidas ao objeto como um todo. Dessa forma, as partes menores

só serão testadas se o objeto maior for tocado por outros corpos, evitando assim processamento considerável.

Além de abordagens que visam diminuir o número de testes de colisão em triângulos, os projetistas buscam métodos de detecção que sejam economicamente viáveis computacionalmente, para que a execução ocorra com a maior rapidez possível. Este trabalho foi realizado considerando este foco. Este trabalho discute três abordagens e em seguida faz uma análise de complexidade para atestar qual é o mais eficaz.

3. Métodos Desenvolvidos e Avaliados

Duas são as preocupações no desenvolvimento da metodologia, uma do ponto de vista do aparato computacional e outra, no contexto da construção de três abordagens matemáticas.

A máquina utilizada durante os testes possui características comuns, com configurações acessíveis, com o processador Intel de Core 2 Duo com frequência de 2.8 Hz e 2 GB de espaço em memória principal. Para o desenvolvimento dos métodos utilizou-se a linguagem de programação C++ e, dentro desta, apenas as bibliotecas padrão (math, iostream).

Visto que o objeto da pesquisa é a detecção de colisão entre triângulos no contexto da modelagem tridimensional, seja considerado um ente geométrico de forma triangular contendo as três coordenadas A , B e C , no espaço R^3 , sendo $A = (x_1, y_1, z_1)$, $B = (x_2, y_2, z_2)$ e $C = (x_3, y_3, z_3)$.

3.1. Método das Áreas

Dado um ponto de coordenadas $D = (x, y, z)$ pertencente ao plano, conecta-se este ponto aos vértices do triângulo, criando-se três novos triângulos: ABD , ADC e BDC . Se a soma destas três áreas for à mesma da área do triângulo ABC , então o ponto não será exterior. E caso alguma dessas áreas seja nula então o ponto estará na aresta do triângulo ABC . Segundo Leite [16], a área de um triângulo qualquer de vértices $A = (x_1, y_1, z_1)$, $B = (x_2, y_2, z_2)$ e $C = (x_3, y_3, z_3)$ é dada por:

$$S = \frac{1}{2} |(B - A) \wedge (C - A)| \quad (1)$$

sendo o símbolo “ \wedge ” o cálculo do produto vetorial.

Expandindo-se a equação (1), obtém-se:

$$S = \frac{1}{2} \sqrt{\begin{pmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{pmatrix}^2 + \begin{pmatrix} x_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & z_3 & 1 \end{pmatrix}^2 + \begin{pmatrix} y_1 & z_1 & 1 \\ y_2 & z_2 & 1 \\ y_3 & z_3 & 1 \end{pmatrix}^2} \quad (2)$$

3.2. Método dos Cossenos

Ao realizar o encontro das retas formadas pelos vértices do triângulo ABC com o ponto D , formam-se os ângulos aqui chamados de α , β e γ . Se a soma desses ângulos for igual a 360° com $\alpha \neq 0^\circ, \beta \neq 0^\circ, \gamma \neq 0^\circ$, o ponto é interno, caso algum desses ângulos seja igual a 0 o ponto está no lado, caso a soma seja menor que 360° o ponto é externo.

Para chegar nesses valores, usa-se a lei dos cossenos, que pode ser aplicada a qualquer triângulo. Tal lei estabelece uma relação entre um lado do triângulo, seu ângulo oposto e os lados que definem este ângulo através da trigonometria. Segundo Araújo [17], essa relação é definida por:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A} \quad (3)$$

Uma forma de descobrir os valores dos lados (representados a , b e c) é através da fórmula da distância. Conforme demonstrado por [18], a distância de dois pontos $P_0 = (x_0, y_0, z_0)$ e $P_1 = (x_1, y_1, z_1)$ no espaço tridimensional é dado por:

$$d = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 + (z_1 - z_0)^2} \quad (4)$$

3.3. Método das Coordenadas Baricêntricas

O Método das Coordenadas Baricêntricas, considerada uma extensão do método das áreas, demonstra algumas vantagens, pois além de poder determinar a localização do ponto, ainda pode dizer o quão longe esse ponto está do triângulo e de qual ponto estaria mais perto.

Além de trabalhar com áreas ainda trabalha-se com a idéia das coordenadas baricêntricas. Segundo apresentado por [19], todo ponto $P = (x, y)$ do plano pode ser escrito de modo único como combinação linear de P_1 , P_2 e P_3 , isto é, na forma $P = \lambda_1 P_1 + \lambda_2 P_2 + \lambda_3 P_3$, sendo $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1$. Demonstra-se que o valor dessas coordenadas no triângulo $P_1 P_2 P_3$ é dado por:

$$\left\{ \begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{S(pp_2p_3)}{S(p_1p_2p_3)}; \lambda_2 = \frac{S(p_1pp_3)}{S(p_1p_2p_3)}; \lambda_3 = \frac{S(p_1p_2p)}{S(p_1p_2p_3)} \end{aligned} \right. \quad (5)$$

sendo S a área. Se λ_1 , λ_2 e λ_3 forem positivos, o ponto P é interno.

Trabalhando uma figura plana no espaço, pode-se seguir a mesma ideia. O método das áreas diz que se o ponto é interno, então $S(pp_2p_3) + S(p_1pp_3) + S(p_1p_2p) = S(p_1p_2p_3)$. Ao dividir todos os membros da equação por $S(p_1p_2p_3)$, a área do triângulo $P_1 P_2 P_3$, chega-se a $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1$. Se o ponto não é externo, então $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1$. Se houver alguma área nula, o ponto estará na borda. Caso $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 > 1$, o ponto será externo. Quanto maior for a soma, mais distante o ponto procurado estará da face triangular.

4. Resultados e Discussão

A análise realizada utilizou duas abordagens: a primeira focou o consumo de tempo para a verificação de um conjunto de testes de tamanho n e a segunda visou determinar a complexidade assintótica dos algoritmos.

Na etapa da análise assintótica, a metodologia aplicada foi proposta por Ziviani [20]. Neste exame foi contado o número de operações básicas realizadas por cada método, onde, para cada operação, independente da complexidade desta, era contada apenas uma unidade temporal, ou seja, uma operação trigonométrica possui o mesmo custo que uma operação simples de adição.

Para analisar a complexidade temporal dos métodos foram construídos vários arquivos contendo números distintos de triângulos. O número de triângulos, usados para teste, presentes nestes arquivos, variou de 250.000 a 8.000.000. Para cada algoritmo foi rodado o mesmo número de triângulos, permitindo assim uma comparação entre os métodos perante variação do número de testes de colisão a serem realizados. Os arquivos utilizados nos testes eram compostos de conjuntos de coordenadas nos eixos X , Y e Z e uma quarta coordenada que era o elemento a ser testado como colisão ao triângulo formado pelos demais pontos. Os arquivos foram construídos de forma a ocorrer o pior caso em cada um dos algoritmos. Esta escolha foi feita para verificar o comportamento dos métodos em situações pessimistas.

A análise assintótica demonstrou que os três métodos apresentaram complexidade $O(n)$, onde n representa o número de triângulos em teste. No processo de contagem das operações básicas, verificou-se uma pequena discrepância de desempenho entre os métodos. Porém esta diferença é bastante pequena o que indica um comportamento muito similar entre as três abordagens.

A Figura 4 apresenta um gráfico contendo o comportamento assintótico apresentado pelos métodos perante aumento constante do tamanho da entrada. A variação em Y indica o número de operações realizadas e o eixo X corresponde ao tamanho da entrada.

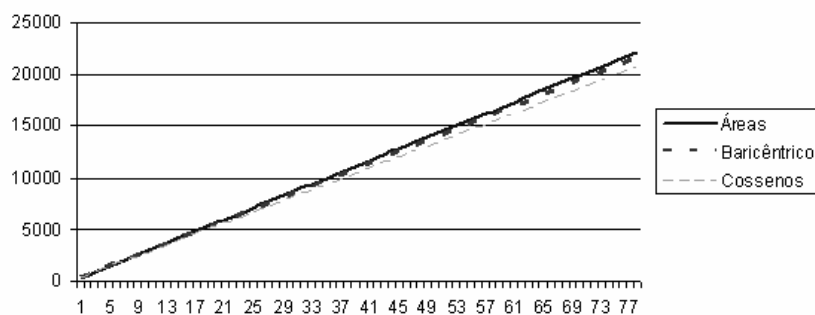


Figura 4. Comportamento Assintótico dos Métodos.

Fonte: Elaborada pelos autores.

A análise temporal, baseada nos arquivos de teste, indicou um comportamento bastante similar ao visto na análise assintótica. O método das coordenadas baricêntricas

mostrou um comportamento regular sendo o mais rápido durante quase todo o percurso. O algoritmo dos cossenos apresentou um comportamento irregular, onde se mostrou o pior método em alguns momentos e intermediário em outros. O terceiro método (algoritmo das áreas) teve um comportamento parecido ao dos cossenos, porém mostrou-se o mais lento dentre as três abordagens.

A Tabela 1 exibe os tempos gastos pelos algoritmos em cada um dos casos teste. Estes apresentaram variações consideráveis de tamanho, simulando assim situações comuns ao desenvolvimento de métodos que tratam a colisão de objetos. Considerando que o tratamento de contato entre objetos em muitos casos, deve ser feito em tempo real, criaram-se situações em que o número de triângulos que compõe a malha seja muito grande, garantindo assim, que os métodos fossem testados em casos em que o número de objetos envolvidos fosse grande.

N.º de Triângulos	Tempo consumido		
	Áreas	Baricêntrico	Cossenos
250.000	7,365 seg	7,395 seg	7,441 seg
500.000	15,312 seg	14,607 seg	14,636 seg
1.000.000	31,733 seg	30,321 seg	31,916 seg
2.000.000	1 m 0,965 seg	1 m 0,688 seg	1 m 2,554 seg
4.000.000	2 m 0,602 seg	1 m 57,03 seg	2 m 8,203 seg
8.000.000	4 m 24,036seg	4 m 10,036 seg	4 m 14,580 seg

Tabela 1. Consumo de Tempo Perante Número de Triângulos.

Fonte: Elaborada pelos autores.

A Figura 5 apresenta o comportamento dos algoritmos perante o aumento do número de triângulos testados. As coordenadas verticais implicam no consumo de tempo (medido em segundos) enquanto a variação horizontal indica aumento do conjunto de triângulos de teste.

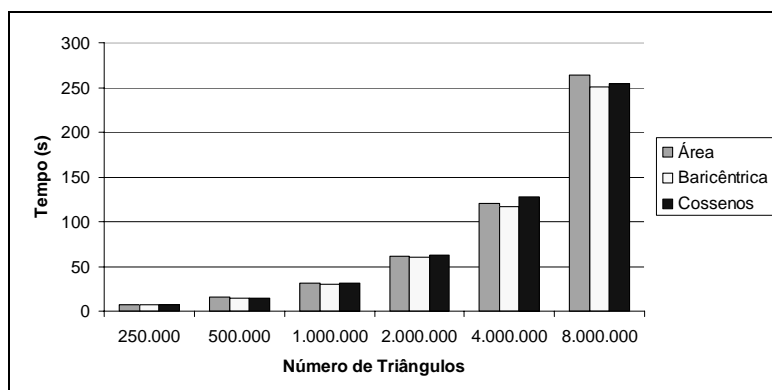


Figura 5. Consumo de Tempo versus Número de Triângulos.

Fonte: Elaborada pelos autores.

5. Conclusão

Analizando o desempenho apresentado pelos métodos implementados, verificou-se que todos apresentam um consumo de tempo satisfatório, permitindo sua aplicação em modelagens que envolvam um número considerável de objetos. O tempo gasto para trabalhar com formas constituídas de menos triângulos é bastante pequeno, possibilitando uma taxa satisfatória de *frames* por segundo.

Como visto, os três algoritmos apresentaram complexidade assintótica linear, fato que implica num crescimento de complexidade pouco acentuado se comparado a métodos com complexidade maior. Apesar das três abordagens indicarem um mesmo nível assintótico, o método que se apresentou mais eficiente foi o método das coordenadas baricêntricas, seguido do método dos cossenos e por fim, o método das áreas.

A máquina aplicada durante os testes apresenta características comuns. Caso tais métodos fossem aplicados a contextos em que a aplicação rodasse em arquiteturas apropriadas para este tipo de processamento, os resultados apresentariam consumo de tempo ainda menor.

6. Referências

- [1] Reis, Paula, D., Küchle, Juliano e Holz, Michael, “Caracterização, Análise e Modelagem Tridimensional de Reservatórios em Ambientes Parálisos no Intervalo Eopermiano, Região de São gabriel – RS”, In 4º Congresso Brasileiro de Pesquisa e Desenvolvimento em Petróleo e Gás, Unicamp, Campinas, Outubro, 2007.
- [2] Souza, Maria E., Um Estudo sobre um Algoritmo para Visualização de Terrenos, “dissertação de mestrado”, PUC, Rio de Janeiro, 2003.
- [3] Reis Filho, Ivan J., Neves, Leandro A. Auada, Tiago G. e Queiroz, Victor G., “Modelagem Tridimensional da Coluna Vertebral, Esôfago, Estômago e Aorta”, In SBGames, PUC, Belo Horizonte, Novembro, 2008.
- [4] Machado, Liliane S., A Realidade Virtual no Modelamento e Simulação de Procedimentos Invasivos em Oncologia Ediatrica: Um Estudo de Caso no Transplante de Medula Óssea, dissertação de mestrado, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.
- [5] Riquelme, Fernando, “Estudo Comparativo de Soluções para Detecção de Colisão em Tecnologias de Realidade Virtual para o Desenvolvimento de Ferramentas para Treinamento Médico”, Marília, dissertação de mestrado, Fundação de Ensino Eurípes Soares da Rocha – UNIVEM, Fevereiro, 2005.
- [6] Kera, Marcello e Nunes, Fátima L. S., “Estudo Comparativo de Algoritmos de Detecção de Colisão Aplicada a Ferramentas de Realidade Virtual para Treinamento Médico”, Anais do II Jornada do Conhecimento e da Tecnologia, UNIVEM, Marília, Agosto, 2005.
- [7] Silva, Rodrigo L. S., Palach, Jan, Larrabide, Ignácio e Feijóo, Raul A., “Ferramentas para geração de modelos 3D do Sistema Cardiovascular Humano”, In VII Workshop de Informática Médica, SBC, Porto de Galinhas, Junho, 2007, p. 116-125.
- [8] Silveira Neto, Walter D. e Melo, Andrei K., “Técnicas de Animação em Ambientes 3D”, In DAPesquisa – Revista de Investigação em Artes, Vol. 1 N. 2, 2005.
- [9] Azevedo, Eduardo. Conci, Aura, Computação Gráfica – Teoria e Prática, Elsevier, Rio de Janeiro, 2003, 369 p.

- [10] Eberly, D. H., 3D Game Engine Design – A practical Approach to Real Time Computer Graphics, Morgan Kaufmann, 2001, 606 p.
- [11] Silva, M. A. L. "Técnicas para animação digital", "trabalho de conclusão de curso", UNIOESTE, Cascavel, Dezembro, 2000.
- [12] Modi, A., Unstructured Mesh Generation on Planes and Surfaces using Graded Triangulation. Bombay: Department of Aerospace Engineering – Indian Institute of Technology, 1997.
- [13] O’rourke, J., Computational Geometry in C, Cambridge University Press, 2 ed., 1998.
- [14] Nakamura, Fabio I. e Celes, Waldemar, “Detecção Hierárquica de Colisão em Ambientes 3D”, In Workshop de Trabalhos de Graduação, Simpósio Brasileiro de Computação Gráfica e Processamento de Imagens, Natal, Outubro, 2005.
- [15] Alliez, P., Meyer, M. e Desbrun, M., “Interactive Geometry Remeshing”, In ACM Transactions on Graphics, ACM SIGGRAPH conference proceedings, 2002, p. 347-354.
- [16] Leite, O. R. V., Geometria Analítica Espacial. Loyola, São Paulo, 1983.
- [17] Araújo, P. V., Curso de Geometria, Gradiva, Lisboa, 2 ed. 1999.
- [18] Steinbruch, A., Winterle, P., Álgebra Linear, Makron Books Editora, São Paulo, 1987.
- [19] Davis Junior, C. A., Queiroz, G. R., “Algoritmos Geométricos e Relacionamentos Topológicos”, In: Marco Antônio Casanova; Gilberto Câmara; Clodoveu Augusto Davis Junior; Lúbia Vinhas; Gilberto Ribeiro de Queiroz. (Org.). Bancos de Dados Geográficos. Curitiba (PR): EspaçoGeo, v. único, 2005, p. 53-92.
- [20] Ziviani, Nívio. Projeto de Algoritmos com implementação em PASCAL e C, Thomson Learning, São Paulo, 2 ed., 2005, 552 p.