

- Em todas as suas respostas defina e apresente, com clareza, a **terminologia** (acontecimentos e variáveis aleatórias), a **metodologia** e as **hipóteses subjacentes aos diferentes passos da sua análise**. Nos testes de hipóteses que realizar deve apresentar também o **valor de prova**.

*Apresentam-se a seguir a cada alínea o valor numérico da solução e um outro comentário mais importante na resolução. A obtenção da cotação máxima em cada alínea requer também a apresentação da **terminologia**, da **metodologia**, das **hipóteses subjacentes aos diferentes passos da sua análise**. Nos testes de hipóteses que realizar deve apresentar também o **valor de prova** e a decisão a tomar no contexto do problema.*

1. (3 VALORES) Um grande armazenista adquire um determinado componente a três fabricantes (A, B e C), sendo que metade dos componentes são adquiridos ao fabricante A, 30% ao B e os restantes ao C. Registos históricos mostram que apenas 95% dos componentes adquiridos ao fabricante A estão em perfeitas condições, ou seja, estão conformes com as especificações. Dos componentes com não conformidades, 4% apresentam não conformidades recuperáveis e 1% apresentam não conformidades irrecuperáveis (ou seja, são sucata). As mesmas probabilidades são, respetivamente, 95%, 3% e 2% para o fabricante B, e 88%, 6% e 6% para o fabricante C.

- a) Calcule a probabilidade de um componente selecionado aleatoriamente apresentar não conformidades.

Solução: 0.064

- b) Um cliente queixou-se de ter recebido um componente com não conformidades irrecuperáveis. Calcule a probabilidade de não ter sido produzido pelo fabricante A.

Solução: 0.7826

2. (5 VALORES) Um jovem empreendedor pretende criar uma nova empresa dedicada à montagem e comercialização de um produto composto por dois componentes (componente A e componente B). Os dois componentes são adquiridos a fabricantes distintos e a sua montagem consiste basicamente em colar os dois componentes nas posições adequadas. O produto final deve ter a altura (definida pelo componente A) e a espessura (definida pelo componente B) dentro de certos limites, medidas estas que só podem ser verificadas após a montagem dos componentes. Quando o produto final é avaliado, cada um dos seus dois componentes é classificado como: “dentro da especificação”; “maior do que a especificação”; ou “menor do que a especificação”. As probabilidades de produção, conforme as características, para cada componente são dadas na tabela seguinte:

	Componente A	Componente B
Dentro da especificação	0.70	0.85
Maior do que a especificação	0.15	0.10
Menor do que a especificação	0.15	0.05

- a) Qual a probabilidade de um produto final, selecionado aleatoriamente, ter ambos os componentes dentro das respetivas especificações?

Solução: 0.595 (como são dois fabricantes diferentes faz sentido admitir independência entre eles)

- b) Num lote composto por 10 unidades de produto final, qual é o valor esperado e o desvio padrão do número de unidades com ambos os componentes classificados como “dentro da especificação”?

Solução: $\mu = 5.95$ unidades $\sigma = 1.55$ unidades

- c) Em três lotes compostos por 10 unidades de produto final cada, qual a probabilidade de pelo menos dois deles terem no máximo duas unidades de produto final em que nenhum dos componentes está classificado como “dentro da especificação”?

Solução: $0.9997 \approx 1$

- d) O jovem empreendedor deseja estudar a viabilidade do seu empreendimento através de uma estimativa do lucro por unidade de produto final. O custo de aquisição de cada componente é 5€. Um produto que tenha os dois componentes dentro da especificação é vendido por 25€. Um produto é classificado como sucata sempre que pelo menos um dos seus dois componentes for “menor do que a especificação”. Cada unidade de sucata é vendida com um preço de 5€. Os produtos que não são considerados sucata e têm componentes (um ou dois) classificados como “maior do que a especificação” (e nenhum menor do que a especificação) podem ser recuperados. O custo de recuperação é de 5€ por componente cuja medida se encontra acima do especificado. Um produto com componentes recuperados é também vendido a 25€.

Nessas condições, qual é o valor esperado do lucro por produto final?

Solução: 10.0125 € (a V.A. lucro pode tomar um de quatro valores possíveis: 15 €, 10 €, 5 € e -5 €)

3. (4 VALORES) Alguém (certamente pouco sensato) entende que o coeficiente de inteligência (variável Y) aumenta com o número de horas anuais dedicadas ao *Facebook* (variável X). Na tabela seguinte apresentam-se os resultados obtidos com uma amostra constituída por cinco cônjuges de antigos alunos do MIEGI:

X	201	213	340	475	521
Y	3.4	4.0	4.1	5.4	5.1

$$\bar{x} = 350 \quad \bar{y} = 4.4 \quad S_{XX} = 85936 \quad S_{YY} = 2.74 \quad S_{XY} = 451.5$$

- a) Teste, ao nível de significância de 5%, se, de facto, a inteligência aumenta com o número de horas dedicadas ao *Facebook*.

Solução: $H_0: \beta = 0; H_1: \beta > 0 \rightarrow$ rejeitar H_0 para $\alpha = 5\%$ (ET=4.4; pvalue: 1.09%)

Decisão: ...

- b) Calcule o intervalo de confiança a 95% do valor esperado do coeficiente de inteligência para uma pessoa que não dedica horas ao *Facebook*.

Solução: IC para α' , vindo [1.140, 3.982]

4. (4 VALORES) Uma determinada empresa está interessada em investir em publicidade num determinado programa do canal SICK. Com o intuito de avaliar o nível de audiência desse programa, recolheu uma amostra aleatória de 100 pessoas. No inquérito efetuado 82 pessoas declararam ver o programa assiduamente, 10 de vez em quando e as restantes declararam nunca ver o tal programa. A empresa só avançará com o investimento publicitário se for credível a hipótese de a percentagem de pessoas que vê assiduamente o programa ser superior a 75%.

- a) Que decisão deve ser tomada pela empresa? (Utilize $\alpha = 5\%$).

Solução: $H_0: p = 0.75; H_1: p > 0.75 \rightarrow$ inconclusivo para $\alpha = 5\%$ (ET=1.62; pvalue: 5.3%)

Decisão: ...

- b) Com a decisão que propôs na alínea anterior, qual será o risco de estar a cometer um erro se, na realidade, 80% das pessoas assistirem assiduamente ao programa.

Solução: 0.7022

5. (4 VALORES) Um ginásio desta cidade promete, a quem se submeter a um determinado treino de 2 horas semanais, uma melhoria significativa na sua preparação física ao fim de três meses. Um conjunto de dez voluntários submeteu-se a exames físicos imediatamente antes de efetuar o programa de treino e no final dos três meses. Na tabela seguinte apresentam-se os resultados obtidos (traduzidos num índice de robustez física, em que um valor mais alto significa maior robustez).

Voluntário	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Antes do Treino	80	110	92	67	106	100	78	73	90	92
Depois do Treino	92	109	120	90	90	110	74	89	99	104

Suspeita-se que a variável “Robustez física” segue uma distribuição Normal, embora não existam dados seguros que permitam confirmar esta conjectura. Utilizando técnicas paramétricas e não-paramétricas apropriadas às situações de Normalidade e de não Normalidade, teste, ao nível de significância de 5%, se o referido programa de treino tem ou não o efeito positivo anunciado.

~~Análise e comente os resultados obtidos.~~

Solução: *tratam-se de amostras emparelhadas (os valores apresentados de seguida foram obtidos usando diferenças absolutas $\Delta = \text{DEPOIS} - \text{ANTES}$; a utilização de diferenças relativas também estaria correta, $\Delta = (\text{DEPOIS} - \text{ANTES})/\text{ANTES}$)*

Teste Paramétrico: Teste à diferença de valores esperados entre amostras emparelhadas

$H_0: \mu_{\Delta} = 0$; $H_1: \mu_{\Delta} > 0 \rightarrow$ rejeitar H_0 para $\alpha = 5\%$ ($ET=2.17$; $pvalue = 2.9\%$)

~~*Teste Não-Paramétrico: Teste de Wilcoxon*~~

~~*$H_0: \eta_{\Delta} = 0$; $H_1: \eta_{\Delta} > 0 \rightarrow$??? para $\alpha = 5\%$ ($ET=44.5$; $pvalue$: entre 4.2% e 5.3%)*~~

~~*Análise e comentários: ...*~~