Recurso MIEGI 17/18

1)

Y: "Valor de um donativo por transferência"

$Y \sim N(\mu = 26€, \sigma^2 = 5^2 €)$ $\quad N_Y = 1500$

X: "Valor de um donativo no estabelecimento parceiro"

$X \sim \text{Uniforme}(a = 15, b = 35)$ $\quad N_X = 2550$

a)

$\cdot\ P(X \geq 27) = 1 - F_X(27)$

$= 1 - \dfrac{27-15}{35-15} = 0,4$

$\cdot\ P(C \mid >27) = \dfrac{P(C \cap >27)}{P(C \cap >27) + P(T \cap >27)}$

C : Donativo com recibo
T : " transferência
>27 : " maior que 27€

$\cdot\ P(Y \geq 27) = P\left(Z \geq \dfrac{27-26}{5}\right)$

$= P(Z \geq 0,2)$

$= 0,421$

$\therefore\ P(C \mid >27) = \dfrac{0,63 \times 0,4}{0,63 \times 0,4 + 0,37 \times 0,421}$

$= 0,618 = 61,8\%$

b)

$\text{Total} = 1500 \times Y + 2550 \times X$

Seja $Y' = 1500\,Y$, pelo TLC, como $N = 1500 > 30$

$Y' \sim N(\mu = 1500\,\mu_Y, \sigma^2 = 1500\,\sigma_Y^2)$

$\mu_{Y'} = 39000$

$\sigma_{Y'}^2 = 37500$

Seja $X' = 2550\,X$, pelo TLC

$X' \sim N(\mu_{X'} = 2550\,\mu_X, \sigma_{X'}^2 = 2550\,\sigma_X^2)$

$\mu_{X'} = 2550 \times \dfrac{15+35}{2} = 63750$

$\sigma_{X'}^2 = 2550 \times \dfrac{(35-15)^2}{12} = 85000$

Logo, $Total = Y' + X'$

Como é a soma de duas variáveis normais:

$$\mu_{Total} = E(Total) = E(Y') + E(X')$$
$$= 102750 €$$

$$\sigma^2_{Total} = Var(Total) = Var(Y') + Var(X')$$
$$= 122500$$

$$\therefore \sigma_{Total} = \sqrt{122500} = 350 €$$

c)

$$Total \sim N(\mu = 102750,\ \sigma^2 = 350^2)$$

RIP

2) a)

Y : "Nº de peças defeituosas na amostra de 5 retirada do lote de 20"

$$Y \sim H(\underbrace{20 \cdot 0{,}2}_{=4},\ \underbrace{20 \cdot 0{,}8}_{=16},\ 5)$$

$$p(y) = \frac{{}^{M \cdot p}C_y \cdot {}^{M \cdot (1-p)}C_{N-y}}{{}^{M}C_N}$$

O lote é rejeitado se se detetarem mais que uma peça defeituosa, logo:

$$P(\text{"rejeitado"}) = P(Y > 1)$$
$$= 1 - P(Y=0) - P(Y=1)$$
$$= 1 - \frac{{}^{16}C_5}{{}^{20}C_5} - \frac{{}^{4}C_1 \cdot {}^{16}C_4}{{}^{20}C_5}$$
$$= 0{,}249 = 24{,}9\%$$

b)

$$\sigma^2_Y = N \cdot p \cdot (1-p) \cdot \frac{M-N}{M-1}$$
$$= 5 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8 \cdot \frac{20-5}{20-1}$$
$$= 0{,}632$$

c)

$p = 0{,}05$

X: "Nº de peças defeituosas num lote de 20"

$X \sim B(N = 20,\ p = 0{,}05)$

O lote será impossível de rejeitar se for impossível retirar uma amostra com mais que uma peça com defeito, ou seja, se tiver no máximo 1 peça c/ defeito.

$$P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1) \quad \Big| \ p(y) = {}^{N}C_y \cdot p^y \cdot (1-p)^{N-y}$$

$$= {}^{N}C_0 \cdot (0{,}05)^0 \cdot (1 - 0{,}05)^{20-0} + \dots$$

$$= 0{,}736 = 73{,}6\%$$

3) X

4) a)

$$\mu_{anterior} = \sum_y (y \cdot p(y)) = 2 \times 0{,}05 + 4 \times 0{,}35 + \dots$$

$$= 5{,}8 \text{ pontos / tiro}$$

$H_0: \mu = 5{,}8$

$H_1: \mu > 5{,}8$

$$ET = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1)$$

Como $N = 55 > 30$, o TLC garante que a média amostral segue uma distribuição normal e admite-se que $\sigma = s$

$$\sigma = \sqrt{E(Y^2) - E^2(Y)}$$

$$= \sqrt{2^2 \times 0{,}05 + \dots + 10^2 \times 0{,}1 - (5{,}8)^2}$$

$$= \sqrt{4{,}36} = 2{,}088$$

$$\cdot\ ET = \frac{6{,}1 - 5{,}8}{\frac{2{,}088}{\sqrt{55}}} = 1{,}066$$

$$\cdot\ VC = N(0{,}05) = 1{,}645$$

$ET < VC$ logo o teste é inconclusivo

$p\text{-value} = P(ET \geq 1{,}066 \mid H_0) = 0{,}1433 = 14{,}33\%$??? confused boss.png b)

Erro tipo II → Aceitar $H_\emptyset$ quando é falso

$$\frac{\bar{x}_c - 5,8}{\frac{2,088}{\sqrt{55}}} = 1,645$$

$$\Rightarrow \bar{x}_c = 6,263$$

$$\beta = P\left(Z = \frac{x - 6,1}{\frac{2,088}{\sqrt{55}}} \leq \frac{6,263 - 6,1}{\frac{2,088}{\sqrt{55}}}\right)$$

$$= P(Z \leq 0,579)$$

$$= 0,719 = 71,9\%$$ → Não dá igual à solução mas é o que é...

c)

IC à proporção a 95% confiança (unilateral)

$$IC: \left[\hat{p} - Z(\alpha) \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1-\hat{p})}{n}}, +\infty\right[$$

$$\hat{p} = \frac{35}{100} = 0,35$$

$$\alpha = 5\%$$

$$\therefore IC = \left[0,35 - 1,645 \cdot \sqrt{\frac{0,35 \cdot 0,65}{100}}, +\infty\right[$$

$$= [0,272, +\infty[$$

5) a)

$H_\emptyset : \lambda = 0,5$

$H_1 : \lambda > 0,5$

Para 200 motores

$H_\emptyset : \lambda = 100$

$H_1 : \lambda > 100$

Pela amostra de motores dada o nº de deficiências por 200 motores:

$$\lambda = 1 \times 61 + 2 \times 21 + 3 \times 8 + 4 \times 2 + 5 \times 1$$

$$= 140$$

$ET = \lambda \rightsquigarrow Poisson(\lambda = 100)$

$$\cdot\ p\text{-value} = P(ET > 140)$$

$$= 1 - \sum_{i=0}^{139} \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^i}{i!}$$

$$= 0,92\%$$ → Rejeitar H_0

↳ Valor diferente das soluções, não é de ser tudo exato porque experimentei aproximar à N e deu 99%