Capítulo 4 — Teoria Elementar da Probabilidade

Definição clássica de probabilidade

Considere-se uma experiência aleatória com *N* resultados possíveis mutuamente exclusivos e igualmente prováveis.
A probabilidade de um acontecimento A á a razão entre o número de resultados favoráveis à ocorrência de A ($N_A \leq N$) e o número de resultados possíveis associados à experiência aleatória (*N*).

$$P(A) = \frac{N_A}{N}$$

Definição axiomática de probabilidade

Axioma 1: A probabilidade de um qualquer acontecimento A, subconjunto do espaço amostral *S*, satisfaz a condição:

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

Axioma 2: A probabilidade associada ao acontecimento certo (*S*) é:

$$P(S) = 1$$

Axioma 3: Para dois acontecimentos mutuamente exclusivos A e B, então:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Probabilidade de A e B

Acontecimentos independentes: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

Acontecimentos dependentes: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A)$

[$P(B|A)$: probabilidade condicional (probabilidade de ocorrência de *B* quando se admite que *A* ocorreu)]

Probabilidade de A ou B

Acontecimentos mutuamente exclusivos: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Acontecimentos não mutuamente exclusivos: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Teorema de Bayes

(Para acontecimentos mutuamente exclusivos e dependentes)
Seja □An□, $(n = 1, \ldots, N)$ um conjunto de acontecimentos mutuamente exclusivos preenchendo exaustivamente o espaço amostral e *B* um acontecimento qualquer. A probabilidade à posteriori de cada um dos acontecimentos A_n é dada pela expressão seguinte:

$$P(A_n|B) = \frac{P(B|A_n) \cdot P(A_n)}{P(B|\,A_1) \cdot P(A_1) + \ldots + P(B|A_N) \cdot P(A_N)}$$

Análise Combinatória

Permutações de *n* elementos

Agrupamentos formados por n elementos que diferem uns dos outros apenas pela ordem pela qual tais elementos estão dispostos.

$$P_n = n! = n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

Exemplo: Permutações dos números 4, 5 e 6:

$$\left.\begin{matrix} 4-5-6 \\ 4-6-5 \\ 5-4-6 \\ 5-6-4 \\ 6-4-5 \\ 6-5-4 \end{matrix}\right\} = \mathrm{P}_3 = 3! = 3\times2\times1 = 6$$

Arranjos de *n* elementos distintos tomados *k* a *k*:

Agrupamentos constituídos por *k* dos *n* elementos que diferem uns dos outros quer pelos elementos que neles figuram, quer pela ordem pela qual estão dispostos.

$$A_k^n = \frac{n!}{(n-k)!} = n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot (n-k+1)$$

Exemplo: Arranjos dos números 4, 5 e 6, tomados 2 a 2:

$$\left.\begin{matrix} 4-5 \\ 5-4 \\ 4-6 \\ 6-4 \\ 5-6 \\ 6-5 \end{matrix}\right\} = \mathrm{A}_2^3 = \frac{3!}{(3-2)!} = \frac{3\times2\times1}{1!} = n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot (n-k+1)$$

Combinações de *n* elementos distintos tomados *k* a *k*:

Agrupamentos constituídos por *k* dos *n* elementos que diferem uns dos outros apenas pelos elementos que neles figuram, independentemente da ordem pela qual estão dispostos..

$$C_k^n = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$$

Exemplo: Arranjos dos números 4, 5 e 6, tomados 2 a 2:

$$\left.\begin{matrix} 4-5 \\ 4-6 \\ 5-6 \end{matrix}\right\} = C_2^3 = \binom{3}{2} = \frac{3!}{(3-2)! \cdot 2!} = \frac{3\times2\times1}{1! \cdot 2!} = 3$$

Formulário adaptado de:
Estatística
Rui Campos Guimarães, José A. Sarsfield Cabral
Verlag Dashöfer