

## **CAPÍTULO 6 – CARACTERIZAÇÃO DE ALGUMAS DISTRIBUIÇÕES DISCRETAS UNIVARIADAS**

### **Problemas**

#### **PROBLEMA 6.1**

O patrão da firma patrocinadora RFM estima que a probabilidade de um Fórmula 1 de determinada marca completar um Grande Prémio é de 20%.

- (i) Calcule a probabilidade de, num conjunto de 6 Grandes Prémios, o Fórmula 1 completar
  - a) exactamente 2 Grandes Prémios.
  - b) pelo menos 3 Grandes Prémios.
  - c) no máximo 2 Grandes Prémios.
- (ii) Se a firma patrocinar 3 carros Fórmula 1 da marca em questão, calcule a probabilidade de, no conjunto dos 6 Grandes Prémios, haver pelo menos três nos quais haja, no mínimo, 2 carros Fórmula 1 à chegada.

#### **PROBLEMA 6.2**

O Conselho de Gerência de uma determinada empresa, constituído por um presidente e seis vogais, prepara-se para tomar uma decisão polémica. O presidente deseja ver a «sua» proposta aprovada, mas não está certo de conseguir a maioria dos 7 votos do Conselho (maioria essa que é necessária para que consiga a aprovação). Admite-se que os seis vogais actuarão independentemente e que a probabilidade de que cada um deles vote favoravelmente a proposta é de 35%.

- (i) Calcule a probabilidade de a proposta ser aprovada.
- (ii) Qual será o valor desta probabilidade se o presidente tiver a certeza que dois dos vogais votarão a favor dele?
- (iii) Admite que, em alternativa a (ii), o presidente convoca dois vogais para, antes da votação do Conselho, formarem uma aliança. Os três concordam em fazer uma votação prévia entre si e comprometem-se a formar um bloco no Conselho, votando neste de acordo com a decisão tomada por maioria entre si. Calcule a probabilidade de, nestas condições, a proposta vir a ser aprovada.

#### **PROBLEMA 6.3**

Uma empresa de travões sabe que 5% dos calços por si produzidos são defeituosos. Uma remessa de 10 calços foi enviada a um cliente que usa o seguinte critério de recepção:

«A remessa é rejeitada se, entre 2 calços seleccionados ao acaso, houver pelo menos um defeituoso.»

Calcule a probabilidade de a remessa ser rejeitada.

#### PROBLEMA 6.4

Admita que, no final de uma linha de soldadura automática, 7% das peças são retocadas manualmente por um operador. Admita ainda que o ritmo de produção é uma peça por minuto.

- (i) Calcule a probabilidade de o operador permanecer dez minutos sem executar nenhum retoque.
- (ii) Calcule a probabilidade de, numa sequência de seis peças, a última ser a segunda peça a necessitar de retoque.
- (iii) Calcule o tempo que, em média, o operador permanece sem executar nenhum retoque.

#### PROBLEMA 6.5

Para comemorar o 50º aniversário de uma revolução, os correios de um país puseram recentemente em circulação um conjunto de seis selos com um valor correspondente à tarifa mínima de expedição de cartas.

Um determinado coleccionador possui já quatro daqueles selos e continuará a recolher os selos de todas as cartas que lhe forem dirigidas. Admitindo que cada carta recebida contém um só selo, defina a distribuição de probabilidade da variável

$Y$ : número de cartas com um selo comemorativo da revolução recebidas pelo coleccionador até estar completa a sua colecção.

#### PROBLEMA 6.6

De um lote de 300 peças retiram-se 5. Admitindo que a percentagem de peças defeituosas no lote é de 1%, calcule a probabilidade de, entre as 5 peças retiradas, haver pelo menos uma que é defeituosa.

#### PROBLEMA 6.7

Uma máquina que funciona em contínuo tem, em média, duas avarias por cada turno de 8 horas de funcionamento. Para efeitos práticos, pode considerar-se que as avarias são reparadas instantaneamente.

Se numa oficina estiverem a funcionar em simultâneo 20 máquinas daquele tipo, calcule:

- (i) a probabilidade de ocorrerem 3 avarias nos últimos 10 minutos de um turno;
- (ii) o valor esperado e a variância do número global de avarias por hora.

#### PROBLEMA 6.8

Num processo de fabricação de placas de vidro produzem-se pequenas bolhas que se distribuem aleatoriamente pelas placas, com uma densidade média de  $0.4 \text{ bolhas/m}^2$ .

- (i) Calcule a probabilidade de, numa placa de  $1.5 \times 3.0 \text{ m}^2$ , haver pelo menos uma bolha.
- (ii) Calcule a probabilidade de, num conjunto de 6 placas de  $1.5 \times 3.0 \text{ m}^2$ , haver pelo menos quatro sem bolhas.

### PROBLEMA 6.9

Um entreposto, com capacidade para armazenar 80 toneladas de cimento, é abastecido todos os dias por um comboio, que o enche durante a noite.

Ao entreposto dirigem-se diariamente camiões com capacidade para transportar 20 toneladas, de acordo com uma distribuição de Poisson com parâmetro  $\lambda = 3/\text{dia}$ .

Admita que, se houver cimento, cada camião será carregado até ao limite da sua capacidade.

- (i) Determine o valor esperado da quantidade de cimento que é transferida diariamente do comboio para o entreposto.
- (ii) Calcule o valor esperado da procura não satisfeita diariamente.

### PROBLEMA 6.10

Um determinado casino, situado num país exótico, lançou um novo jogo de dados. No início do jogo o jogador escolhe uma face do dado, lançando-o posteriormente de uma forma sucessiva. Uma partida acaba ou quando o jogador consegue obter três vezes a face que escolheu (e ganha 30 moedas de ouro), ou ao fim de seis tentativas se, nesses lançamentos, não obtiver os três resultados com a face seleccionada (e perde 10 moedas de ouro). O Sr. Jo Gador foi de imediato experimentar este novo jogo.

- (i) Calcule a probabilidade de o Sr. Jo Gador ganhar uma partida.
- (ii) O Sr. Jo Gador segue uma regra: depois de ganhar uma partida pára de jogar. Quantas partidas deve ele jogar para que a probabilidade de ganhar uma partida seja de pelo menos 25%?
- (iii) Para além de ter decidido parar de jogar após a primeira partida que venha a ganhar, o Sr. Jo Gador decidiu ainda abandonar o jogo se ao fim de 5 partidas não tiver ganho nenhuma. Calcule o lucro esperado do Sr. Jo Gador se seguir estas regras.

## **CAPÍTULO 7 – CARACTERIZAÇÃO DE ALGUMAS DISTRIBUIÇÕES CONTÍNUAS UNIVARIADAS**

### **Problemas**

#### **PROBLEMA 7.1**

O tempo de funcionamento sem avarias de uma determinada máquina de produção contínua segue uma lei Exponencial Negativa com valor esperado igual a 4.5 horas. Imagine que a máquina é recolocada em funcionamento no instante  $t = 0$  horas.

- (i) Qual a probabilidade de não ocorrer qualquer avaria antes do instante  $t = 6$  horas?
- (ii) Admitindo que a máquina se encontrava ainda em funcionamento no instante  $t = 4$  horas, qual a probabilidade de não ocorrer qualquer avaria antes do instante  $t = 6$  horas?
- (iii) Qual a probabilidade de se verificarem duas avarias durante as primeiras 6 horas de funcionamento da máquina?

#### **PROBLEMA 7.2**

A altura dos cidadãos adultos de um determinado país segue uma distribuição Normal com valor esperado igual a 1.70 m e com desvio padrão igual a 0.05 m.

- (i) Qual a probabilidade de a altura de um cidadão ser de 1.80 m?
- (ii) Qual a probabilidade de a altura de um cidadão ultrapassar 1.80 m?
- (iii) Sabe-se que um determinado cidadão tem uma altura superior a 1.75 m. Qual a probabilidade de ter uma altura superior a 1.80 m?
- (iv) Qual a proporção de cidadãos que têm alturas compreendidas entre 1.60 m e 1.80 m?

#### **PROBLEMA 7.3**

Admita-se que o rendimento mensal (em milhares de euros) dos agricultores numa determinada região tem valor esperado 3.25 e variância 0.25 e segue uma distribuição Lognormal.

- (i) Qual a probabilidade de o rendimento mensal de um agricultor ser superior a 3.25 milhares de contos?
- (ii) Qual o rendimento mensal mediano?
- (iii) Qual a proporção de agricultores cujos rendimentos mensais são inferiores a 0.9 milhares de euros?

#### **PROBLEMA 7.4**

Admita que, por engano, se juntaram dois lotes: um incluindo 5000 peças com grau qualidade A e outro integrando 2000 peças com grau qualidade B.

Qual a probabilidade de, numa amostra de dimensão 300 seleccionada aleatoriamente a partir da mistura dos dois lotes, haver mais do que 220 peças com grau qualidade A?

### PROBLEMA 7.5

A variável  $X$  segue uma distribuição  $\chi^2$  com 19 graus de liberdade.

- (i) Determine o valor  $x_0$ , tal que  $P(X < x_0) = 5\%$ .
- (ii) Determine a probabilidade  $P(8.91 < X < 22.72)$ .

### PROBLEMA 7.6

A variável  $V$  segue uma distribuição  $t$  com 7 graus de liberdade.

- (i) Determine o valor  $v_0$ , tal que  $P(V > v_0) = 1\%$ .
- (ii) Determine a probabilidade  $P(-1.12 < V < 2.99)$ .

### PROBLEMA 7.7

A variável  $U$  segue uma distribuição  $F_{24, 30}$

- (i) Determine o valor  $u_0$ , tal que  $P(U > u_0) = 5\%$ .
- (ii) Determine o valor  $u_1$ , tal que  $P(U < u_1) = 1\%$ .

### PROBLEMA 7.8

As longevidades de 2 tipos de pilhas – medidas, em horas, de acordo com uma norma europeia – seguem as seguintes distribuições:

- Bateria T: distribuição Normal  $N(150, 5^2)$
- Bateria A: distribuição Normal  $N(156, 3^2)$

Calcule a probabilidade de uma pilha do tipo T ter uma longevidade superior à de uma pilha qualquer do tipo A.