

Entrega parcial 6 - PMR3523 Controle Moderno

Discretização do espaço de estados

Ângelo Bianco Yanagita - 6649978

Diôgo Cavalcante Rodrigues Lopes - 11180872

As equações utilizadas são:

$$(1) \dot{x}_G = u \cdot \cos(\psi) - v \cdot \sin(\psi)$$

$$(2) \dot{y}_G = u \cdot \sin(\psi) + v \cdot \cos(\psi)$$

$$(3) \dot{\psi} = r$$

$$(4) (M + M_{11})\dot{u} - (M + M_{22})v \cdot r - (M \cdot x_G + M_{26})r^2 = F_x$$

$$(5) (M + M_{22})\dot{v} + (M \cdot x_G + M_{26})\dot{r} + (M + M_{11})u \cdot r = F_y$$

$$(6) (I_Z + M_{66})\dot{r} + (M \cdot x_G + M_{26})(\dot{v} + u \cdot r) + (M_{22} - M_{11})u \cdot v = M_z$$

Sendo as variáveis:

Estados:	x_G, y_G : posição do navio (m)
	ψ : aproamento do navio (rad)
	u, v : velocidades nas direções longitudinal e transversal (m/s)
	r : velocidade de guinada (rad/s)
Entradas:	F_x, F_y : Forças resultantes dos propulsores nas direções longitudinal e transversal (N)
	F_z : Momento de guinada resultante dos propulsores (N.m)
Saídas:	x_G, y_G, ψ

$$x = [x_g \ y_g \ \psi \ u \ v \ r]^T$$

$$u = [F_x \ F_y \ F_z]^T$$

$$y = [x_g \ y_g \ \psi]^T$$

Colocando os termos na forma matricial do espaço de estados:

$$\delta \dot{x} = A \delta x(t) + B \delta u(t)$$

$$\delta y = C \delta x(t) + D \delta u(t)$$

$$A_{6 \times 6} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B_{6 \times 3} = 10^{-10} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1269 & 0 & 0 \\ 0 & 734 & -1,345 \\ 0 & -1,345 & 2,323 \end{bmatrix} \quad C_{3 \times 6} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = 0$$

Matriz de Transferência

$$G(s) = \frac{\begin{bmatrix} (1.2690E - 07)s^4 & 0 & 0 \\ 0 & (7.3395E - 08)s^4 & (1.3453E - 10)s^4 \\ 0 & (1.3453E - 10)s^4 & (2.3225E - 10)s^4 \end{bmatrix}}{s^6} =$$

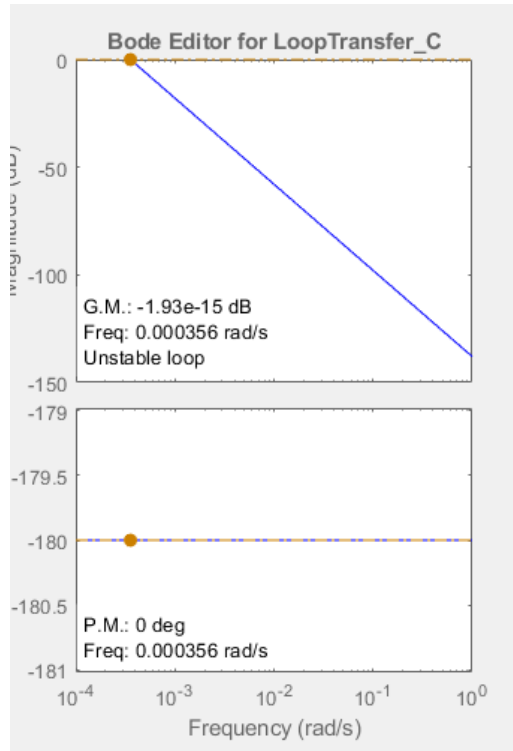
$$\begin{bmatrix} \frac{(1.2690E - 07)}{s^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(7.3395E - 08)}{s^2} & \frac{(1.3453E - 10)}{s^2} \\ 0 & \frac{(1.3453E - 10)}{s^2} & \frac{(2.3225E - 10)}{s^2} \end{bmatrix}$$

Como pode-se observar pela matriz de transferência acima, ocorre cancelamento dos quatro zeros de multiplicidade 4 no ponto zero com os quatro polos de multiplicidade 4 no ponto zero.

A função de transferência que gera a maior banda, vai ser a que tem o maior ganho, portanto é:

$$G_1(s) = \frac{(1.2690E - 07)}{s^2}$$

Que resulta nos gráficos de bode abaixo:



Deste gráficos, retirou-se a largura de banda de $\omega = 0.000300 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ que resulta no tempo de amostragem:

$$T_{\text{amostragem}} = \frac{2\pi}{\omega_{\text{Banda}}} = 2.094E + 04$$