Entrega 5 - PMR3523 Controle Moderno

Teste de Controlabilidade e Observabilidade

Ângelo Bianco Yanagita - 6649978

Diôgo Cavalcante Rodrigues Lopes - 11180872

As equações utilizadas são:

$$(1)\ \dot{x}_G = u \cdot cos(\psi) - v \cdot sin(\psi)$$

$$(2)\ \dot{y}_G = u \cdot sin(\psi) + v \cdot cos(\psi)$$

$$(3)\ \dot{\psi} = r$$

$$(4)\ (M + M_{11})\dot{u} - (M + M_{22})v \cdot r - (M \cdot x_G + M_{26})r^2 = F_x$$

$$(5)\ (M + M_{22})\dot{v} + (M \cdot x_G + M_{26})\dot{r} + (M + M_{11})u \cdot r = F_y$$

$$(6)\ (I_Z + M_{66})\dot{r} + (M \cdot x_G + M_{26})(\dot{v} + u \cdot r) + (M_{22} - M_{11})u \cdot v = M_z$$

Sendo as variáveis:

Estados:	x_g, y_g : *Posição do navio* (m)
	ψ : *Aproamento do navio* (rad)
	u, v : *Velocidade nas direções longitudinal e transversal* $(\frac{m}{s})$
	r : *Velocidade de guinada* $(\frac{rad}{s})$
Entradas:	F_x, F_y : *Forças resultantes dos propulsores nas direções longitudinal e transversal* (N)
	F_z : *Momento de guinada resultante dos propulsores* $(N.m)$
Saídas:	x_g, y_g, ψ

$$x = \begin{bmatrix} x_g & y_g & \psi & u & v & r \end{bmatrix}^T$$
$$u = \begin{bmatrix} F_x & F_y & F_z \end{bmatrix}^T$$
$$y = \begin{bmatrix} x_g & y_g & \psi \end{bmatrix}^T$$

Colocando os termos na forma matricial do espaço de estados:

$$\delta \dot{x} = A\delta x(t) + B\delta u(t)$$
$$\delta y = C\delta x(t) + D\delta u(t)$$

$$A_{6x6} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B_{6x3} = 10^{-10} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1269 & 0 & 0 \\ 0 & 734 & -1,345 \\ 0 & -1,345 & 2,323 \end{bmatrix} \quad C_{3x6} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$D = 0$$

Matriz de Transferência

$$G(s) = \frac{\begin{bmatrix} (1.2690E-07)s^4 & 0 & 0 \\ 0 & (7.3395E-08)s^4 & (1.3453E-10)s^4 \\ 0 & (1.3453E-10)s^4 & (2.3225E-10)s^4 \end{bmatrix}}{s^6} =$$
$$\begin{bmatrix} \frac{(1.2690E-07)}{s^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(7.3395E-08)}{s^2} & \frac{(1.3453E-10)}{s^2} \\ 0 & \frac{(1.3453E-10)}{s^2} & \frac{(2.3225E-10)}{s^2} \end{bmatrix}$$

Como pode-se observar pela matriz de transferência acima, ocorre cancelamento dos quatro zeros da origem de multiplicidade 4 com os quatro polos da origem de multiplicidade 6.

Verificação da Controlabilidade e da Observabilidade:

A) Controlabilidade

$$C = [B\,\mathrm{AB}\;A^2B\ldots A^{n-1}B]$$

Então:

$$C = 1E-06\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.1269 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0734 & -0001 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0001 & 0.0002 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0.1269 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0.0734 & -0.0001 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & -0.0001 & 0.0002 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \end{bmatrix}$$

E o $\mathrm{Posto}(C) = 6$, logo o sistema é controlável, pois o número do posto é igual a ordem do sistema.

B) Observabilidade

$$O = \begin{bmatrix} C \\ \mathrm{CA} \\ \mathrm{CA}^2 \\ . \\ . \\ \mathrm{CA}^{n-1} \end{bmatrix}$$

Portanto:

$$O = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Resultando em $\mathrm{Posto}(O) = 6$, sendo assim, o sistema é observável, pois o número do $\mathrm{Posto}(O)$ é igual a ordem do sistema.