TP3 - Exercício 2

Grupo 1

- Diogo Coelho da Silva A100092
- Pedro Miguel Ramôa Oliveira A97686

Problema proposto: Relativo ao programa do problema anterior,

1. Construa um "Control Flow Automaton (CFA)" que determina este programa. Identifique os locais e as transições/ramos. Numa abordagem orientada às pré-condições identifique os transformadores de predicados associados aos vários locais e os "switches" associados aos vários ramos.
2. Construa em `z3` o sistema de equações que representa o comportamento deste sistema dinâmico sob o ponto de vista da prova de segurança e verifique a segurança do programa através da resolução (total ou parcial) deste sistema.

> sugere-se (não é obrigatório mas é valorizado !), na alínea (a), uma representação do CFA através de um grafo orientado implementado em `networkx` e a sua compilação para o sistema de equações.

Proposta Resolução

O problema apresentado tem como objetivo a construção de um Control Flow Automaton (CFA) para representar o fluxo de controlo de um programa, associado ao algoritmo de Euclides descrito no problema anterior.

Na nossa solução, o CFA é utilizado como uma abstração formal do programa, destacando os estados do mesmo (locais) e as transições entre estes estados, baseando-se nas condições e transformações das variáveis.

A construção do CFA foi implementada utilizando a biblioteca networkx para criar um grafo orientado. Os estados do programa foram representados por nós, enquanto as transições entre eles foram modeladas como arestas do grafo, cada uma acompanhada de uma etiqueta representando a condição associada à transição.

Após a construção do CFA, o programa foi modelado simbolicamente utilizando a biblioteca z3. Com o sistema de equações definido, utilizou-se o solver do Z3 para verificar se o programa é seguro. Ao resolver o sistema, foi determinado que o programa satisfaz todas as condições de segurança, sendo classificado como "Seguro". Caso contrário, o solver teria identificado um contra-exemplo,

evidenciando uma execução que violaria as condições de segurança.

1. Importar as bibliotecas importantes

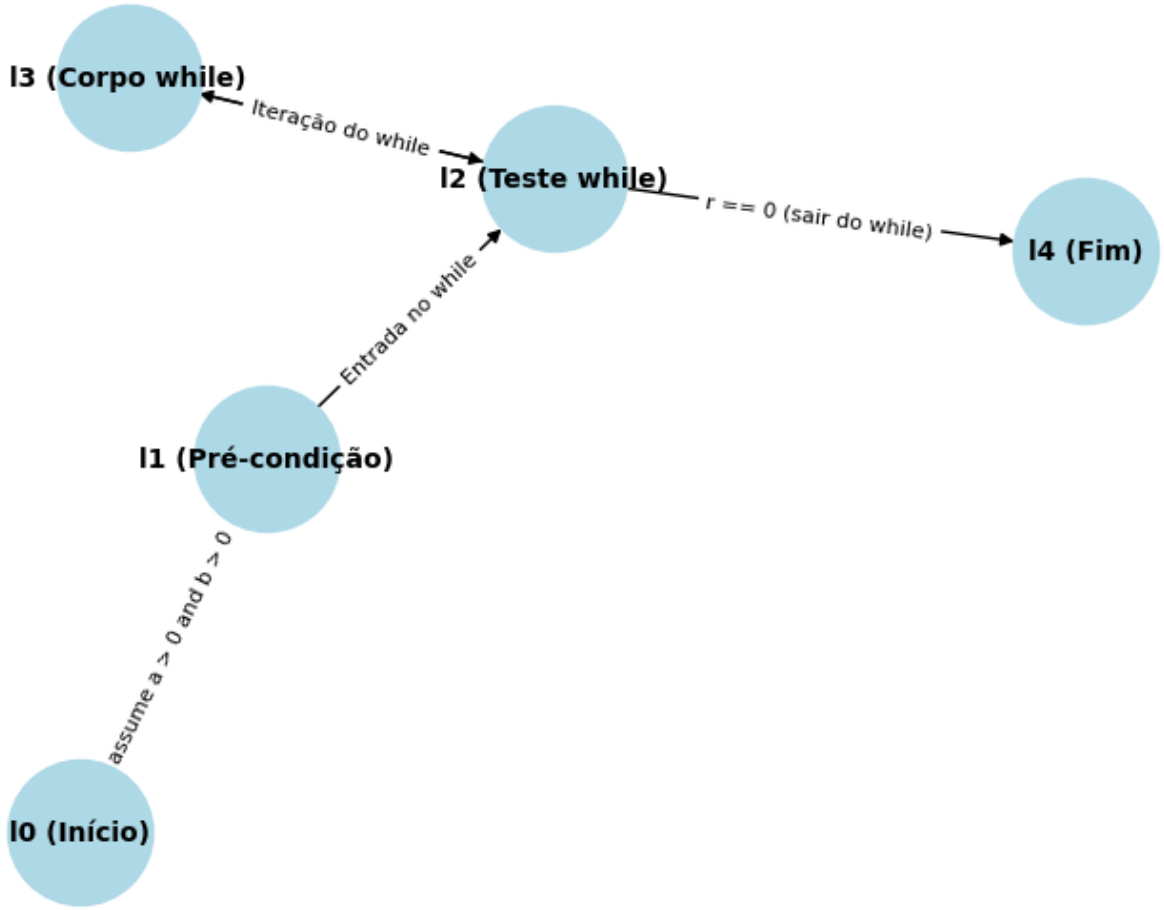
In [31]:
```
import networkx as nx
from z3 import *
```

- `networkx` : Responsável pelo desenho do grafo
- `pysmt.typing` : Importa tipos específicos usados para criar variáveis simbólicas

2. Criação e desenho do CFA

In [32]:
```
def createCfa():
    G = nx.DiGraph()

    locais = {
        "l0 (Início)": "True",
        "l1 (Pré-condição)": "a > 0 and b > 0",
        "l2 (Teste while)": "r != 0",
        "l3 (Corpo while)": "True",
        "l4 (Fim)": "r == 0"
    }

    transitions = [
        ("l0 (Início)", "l1 (Pré-condição)", "assume a > 0 and b > 0"),
        ("l1 (Pré-condição)", "l2 (Teste while)", "Entrada no while"),
        ("l2 (Teste while)", "l3 (Corpo while)", "r != 0 (continuar)"),
        ("l3 (Corpo while)", "l2 (Teste while)", "Iteração do while"),
        ("l2 (Teste while)", "l4 (Fim)", "r == 0 (sair do while)")
    ]

    G.add_nodes_from(locais.keys())
    G.add_edges_from((src, dst, {"label": label}) for src, dst, label in

    pos = nx.spring_layout(G, seed=42)
    nx.draw(G, pos, with_labels=True, node_color="lightblue", node_size=3
    edge_labels = nx.get_edge_attributes(G, "label")
    nx.draw_networkx_edge_labels(G, pos, edge_labels=edge_labels, font_si
    return G
createCfa()
```

Out[32]:
```
<networkx.classes.digraph.DiGraph at 0x14ab91990>
```



Cria um grafo orientado CFA, que modela o fluxo de controlo do programa. Cada local do CFA representa um estado ou um ponto no programa.

- l0 (Início): Estado inicial, onde nenhuma condição é aplicada ainda (True).
- l1 (Pré-condição): Verifica se os valores iniciais $a > 0$ e $b > 0$ são válidos.
- l2 (Teste while): Representa o início do laço while, onde a condição $r! = 0$ é avaliada.
- l3 (Corpo while): Dentro do corpo do laço while.
- l4 (Fim): Estado final, quando $r == 0$.

Define também as transições:

- De l0 (Início) para l1 (Pré-condição): Transição ocorre assumindo que $a > 0$ e $b > 0$.
- De l2 (Teste while) para l3 (Corpo while): Condição $r! = 0$ leva ao node do laço.
- De l2 (Teste while) para l4 (Fim): Quando $r == 0$, o programa termina.

3. Verificar programa e representação do comportamento do mesmo

O codigo abaixo utiliza o PySMT e o solver Z3 para modelar e verificar a segurança do programa pedido. Primeiro são definidas as variáveis do programa (a, b, r, r_, q) como símbolos inteiros (INT). Estas variáveis representam:

- a e b: os dois valores de entrada.
- r: o resto atual (estado anterior).
- r_: o novo valor do resto após uma iteração do laço.
- q: o quociente calculado em cada iteração.

Após a definição das variáveis, definimos a pré-condição que garante que os valores de entrada são positivos $a > 0$ e $b > 0$ e que o resto inicial r é igual a a. Garantimos também que as variáveis r e $r\_$ permanecem não negativas durante a execução do programa. Por fim garantimos que o programa termina corretamente quando o valor de $r\_$ for igual a 0. Isto significa que o resto foi reduzido a 0, sinalizando a conclusão do algoritmo.

In [33]:
```
from pysmt.shortcuts import Symbol, Int, And, Not, Equals, GT, Times, Min
from pysmt.typing import INT
from pysmt.environment import reset_env


def sistemaPrograma():
    # Definição das variáveis
    a = Symbol("a", INT)
    b = Symbol("b", INT)
    r = Symbol("r", INT)
    r_ = Symbol("r_", INT)
    q = Symbol("q", INT)

    # Pré-condições
    pre_condicoes = And(
        GT(a, Int(0)),
        GT(b, Int(0)),
        Equals(r, a)
    )

    # Transformação do loop
    loop_transform = And(
        Equals(r_, Minus(r, Times(q, b))),
        GT(r_, Int(0)),
        GT(q, Int(0))
    )

    # Condições de segurança
    condicoes_seguranca = And(
        GT(r, Int(0)),
        GT(r_, Int(0))
    )

    # Pós-condição
    pos_condicao = Equals(r_, Int(0))

    # Resolução com PySMT
    with Solver() as solver:
```

```
        solver.add_assertion(pre_condicoes)
        solver.add_assertion(loop_transform)

        # Verificar segurança e pós-condição
        verifica_seguranca = And(
            Not(condicoes_seguranca),
            Not(pos_condicao)
        )
        solver.add_assertion(verifica_seguranca)

        if solver.solve():
            return "Não Seguro", solver.get_model()
        else:
            return "Seguro", None

# Execução do sistema
status, contraexemplo = sistemaPrograma()
print(f"Estado: {status}")
if contraexemplo:
    print(f"Contra-Exemplo: {contraexemplo}")
```

```
Estado: Seguro
```