

Modelação de Sólidos

Características de um Modelo de Sólido

1. Deve abranger um **domínio de representação** suficientemente abrangente para incorporar todo o tipo de objectos que pretendemos modelar.
2. A representação deve ser **não ambígua e única**: uma dada representação deve corresponder a um único sólido; e cada objecto deve ter apenas uma representação possível. A representação única permite comparar dois objectos para determinar a igualdade.
3. **Preciso/Exacto**: uma modelação exacta permite representar o objecto sem aproximações. Sistemas que aceitem apenas representação por segmentos de recta somente aproximam superfícies curvas.
4. Impossibilidade de criar **objectos inválidos**, i.e. que não correspondem a um sólido.
5. Representação **fechada**: a representação deve manter-se válida depois da aplicação quaisquer operações válidas.
6. Representação **compacta** para otimizar a utilização de memória.

Tipos de Representação

1. Representação por Instanciação de Primitivas
2. Representação por Varimento
3. Representação pela Fronteira (Boundary Representation)
4. Representação por Decomposição Espacial
5. Geometria Sólida Construtiva (Constructive Solid Geometry - CSG)



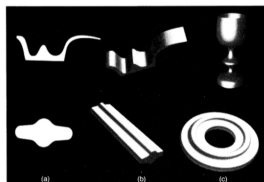
Exemplo

2) Representação por Varimento

O deslocamento de um objecto segundo uma trajectória define um outro objecto:

- Translação (extrusão)
- Rotação

Ex: A translação de um rectângulo 2D ao longo de uma trajectória perpendicular a si próprio cria um objecto paralelepípedo. Uma extensão simples consiste em variar a dimensão do objecto 2D ao longo da trajectória.



A utilização deste método sem restrições de trajectória pode resultar numa modelação ineficiente do objecto.

Ex: Se o objecto se intersecta a si mesmo dificulta o cálculo de volume.

Pode não gerar um sólido válido se o movimento for no plano que contém a forma 2D.

Em geral as ferramentas de software convertem os objectos criados por varimento em uma outra forma de representação.



Operações booleanas com objectos criados por varimento.

Poliedro

Sólido delimitado por um conjunto de polígonos cujas arestas pertencem a dois polígonos (sólidos 2-manifolds).

Fórmula de Euler

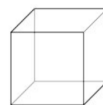
Um poliedro simples, sem buracos, obedece à fórmula de Euler:

$$V - E + F = 2$$

V - Vértices

E - Arestas (edges)

F - Faces



$$V = 8$$

$$E = 12$$

$$F = 6$$



$$V = 5$$

$$E = 8$$

$$F = 5$$



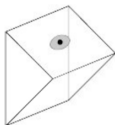
$$V = 6$$

$$E = 12$$

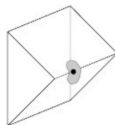
$$F = 8$$

3) Representação pela Fronteira (b-rep)

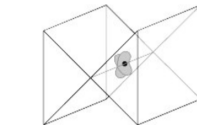
- Os sólidos são descritos pela sua superfície de fronteira. Utiliza a descrição por vértices, arestas e faces.
- A representação mais comum é a fronteira por **malha poligonal fechada**.
- Vão ser considerados apenas os sólidos com fronteira **2-manifolds**, i.e. os pontos vizinhos de um qualquer ponto da fronteira estão num disco (o mesmo é dizer que **cada aresta é partilhada por 2 faces**).



(a) e (b) são 2-manifold,



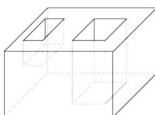
(b)



(c) não é 2-manifold

Generalização da Fórmula de Euler para poliedros com buracos:

$$V - E + F - H = 2(C - G)$$



$$V - E + F - H = 2(C - G)$$

V - Vértices

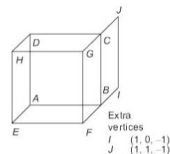
E - Arestas (edges)

F - Faces

H - Número de buracos nas faces

G - Número de buracos que atravessam o objecto

C - número de partes do objecto



Condições adicionais:

1. Cada aresta liga 2 vértices e é partilhada por 2 faces
2. Pelo menos 3 arestas encontram-se no mesmo vértice

Representação por Decomposição Espacial

Um sólido é decomposto em:

- Num conjunto de sólidos mais primitivos que o original
- Os sólidos primitivos são adjacentes e não se intersectam

Tipos de Representação por Decomposição Espacial

- Decomposição Celular
- Enumeração da Ocupação Espacial
- Octrees
- Árvores binárias de partição do espaço

Octrees

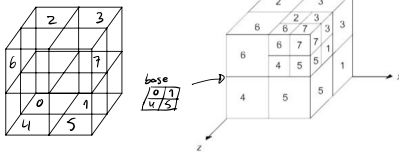
A Octree é semelhante à quadtree

- A octree é 3D e a divisão do espaço é feita em octantes

Número de nós de uma octree

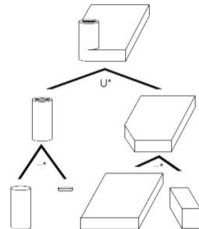
- É proporcional à superfície do objecto porque a necessidade de divisão do espaço só ocorre na superfície.

Enumeração da octree



Representação Construtiva (CSG)

- O objecto é obtido pela combinação de primitivas simples através de operadores booleanos.
- O objecto é guardado como uma árvore, em que os nós interiores são operadores e as folhas são primitivas simples
- Os nós representam operações booleanas e transformações geométricas.



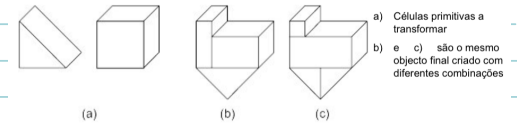
Decomposição Celular

Na Decomposição Celular:

- Existe um conjunto de células primitivas, parametrizáveis
- Podem ser curvas
- Difere da Instância de Primitivas, por admitir a composição de objectos mais complexos, a partir de outros já criados

Operação de colagem

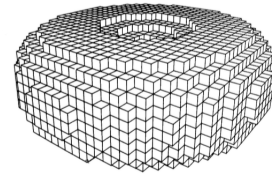
Trata-se de uma união de células que não se intersectam



Enumeração da Ocupação Espacial

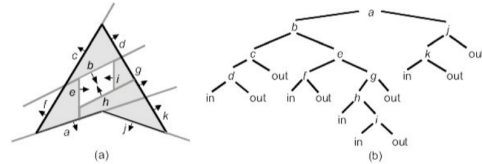
A Enumeração da Ocupação Espacial é um caso particular da Decomposição Celular:

- Sólido formado por células idênticas de igual dimensão colocadas numa grelha regular.
- As células são designadas por **Voxels** (volume elements) por analogia com pixels.
- Controla-se apenas a presença ou ausência da célula em cada posição da grelha
- A forma mais usual para a célula é o **cuco**
- O objecto é codificado por uma lista única de células ocupadas



Árvores Binárias de Partição do Espaço (BSP)

- Em cada passo, o espaço é dividido por um plano de posição e orientação arbitrários
- A cada nó interno da árvore está associado um plano e 2 apontadores (um para o lado de dentro do polígono e outro para o lado de fora).
- Se um sub-espaço é homogéneo (totalmente interior ou exterior), deixa de ser dividido.



Exercícios

5. A estrutura de dados junta representa uma malha poligonal.

a)- I: Quais as faces que partilham o vértice V_3 ? $\bullet 2, 3, 5$

II: Quais as faces vizinhas de F_2 ? $\bullet 1, 3, 5$

b)- Verifique se, em termos de modelação sólida, aquela malha poligonal pode ou não corresponder à fronteira de um poliedro válido.

$NVert=9$

	x	y	z
1	0	0	0
2	1	0	0
3	1	0	1
4	0	0	1
5	0	1	0
6	1	1	0
7	1	1	1
8	0	1	1
9	1	0	0

$NEdges=12$

	V1	V2	F1	F2
1	1	2	1	5
2	2	3	2	3
3	3	4	3	5
4	4	1	4	5
5	5	6	-	1
6	6	7	-	2
7	7	8	-	3
8	8	5	-	4
9	1	5	4	1
10	2	6	1	2
11	3	7	2	3
12	4	8	3	4

$NFaces=5$

	E1	E2	E3	E4
1	5	10	1	9
2	6	10	2	11
3	7	11	3	12
4	12	4	9	8
5	2	1	4	3

✓ Cada aresta liga 2 vértices e é partilhada por 2 faces.
 ✓ Pelo menos 3 arestas encontram-se no mesmo vértice.
 1) ✓ 2) ✓ 3) ✓ 4) ✓ 5) ✓ 6) ✓ 7) ✓ 8) ✓

4. Sejam, num sistema de modelação sólida baseada em CSG, dois sólidos B_1 e B_2 , correspondentes a instâncias de um cubo de aresta unitária e centrado na origem, acompanhadas da aplicação, respectivamente, das transformações geométricas:

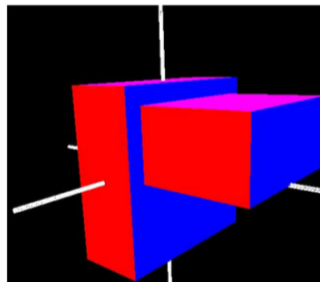
$$M_1 = S(4, 10, 10)$$

$$M_2 = T(4, 2, 0) \cdot S(8, 4, 8)$$

Nota: S e T são respectivamente, escalamento e translação.

a)- Esboce o sólido resultante da árvore $A = B_1 \cup B_2$ no referencial xyz .

b)- Verifique a validade do sólido obtido, à luz da fórmula de Euler Generalizada.



b) $V - E + F - H = \chi(C - G)$

\uparrow vértices \uparrow arestas \uparrow faces que limitam o objeto

$\Rightarrow 16 - 24 + 11 - 1 = \chi(1 - 0)$

$\Rightarrow -8 + 11 - 1 = 2$

$\Rightarrow 2 = 2 \checkmark$

