# Grupo - Conservação do Parâmetro de Ordem

De Física Computacional

## Índice

- 1 Introdução
- 2 Teoria<sup>[1][2]</sup>
  - 2.1 Equivalência ao modelo de Ising
  - 2.2 Conservação do parâmetro de ordem
- 3 Transição de fase
- 4 Implementação<sup>[1]</sup>
  - 4.1 Gás de rede
- 5 Teoria<sup>[1][2]</sup>
- 6 Simulação
  - 6.1 Interface linear
  - 6.2 Interface circular
  - 6.3 Interface esférica
- 7 Equilíbrio
- 8 Códigos
- 9 Bibliografia

### Introdução

O modelo de Ising possui características universais que permitem aplicá-lo a situações diversas sendo tão versátil a ponto de descrever desde ferromagnetos até interações sociais. Dentro dessa gama de possibilidades existe o modelo de Conservação do Parâmetro de Ordem (CPO) em que, como o nome indica, mantém-se o parâmetro de ordem constante. No caso de um ferromagneto o parâmetro de ordem é a magnetização, portanto, um modelo de Ising sujeito CPO a grandeza análoga à magnetização se manteria constante a cada passo da simulação.

Apesar da estrutura matemática muito similar ao modelo de Ising, o modelo de CPO com sua simples condição de conservação do parâmetro de ordem aliado a condições de contorno permite que se modele sistemas marcadamente diferentes do tradicional sistema de ferromagneto tais como o gás de rede onde é possível estudar o comportamento de interfaces vapor-sólido ou vapor-líquido em condições de equilíbrio como por exemplo o equilíbrio entre água líquida e seu vapor ou entre gelo e vapor d'água.

O gás de rede é um modelo simplificado de um gás real onde se associa a cada ponto da rede uma partícula (átomo) ou sua ausência (vacância). Ao contrário do gás real a coordenada do movimento não é contínua, pois as partículas se movem de maneira discreta somente pelos vértices da rede. Pode-se refinar o modelo de diversas formas:

- Atribuindo inércia às partículas
- Alterando a forma da rede (quadrada, hexagonal, fcc, bcc, cúbica)
- Incluindo partículas de tipos diferentes com interações comum a seu respectivo tipo
- Presença e/ou tipos de colisões

No entanto, uma versão simplificada (e simples de simular) desse modelo é suficiente para reproduzir qualitativamente o comportamento de interfaces.

## Teoria<sup>[1][2]</sup>

No modelo simplificado do gás de rede as partículas (sem inércia), movem-se de forma aleatória sob excitação térmica e satisfazem as seguintes condições:

- 1. O número total de partículas é fixo: nenhuma partícula deixa ou entra no sistema, portanto, caso desapareça a partícula deve reaparecer em outro ponto da rede no mesmo passo de simulação.
- 2. Um ponto da rede pode ser ocupado por uma única partícula ou permanecer vazio (não ocupado). Essa é uma maneira grosseira de assimilar o caráter físico de repulsão do gás real onde partículas não podem interpenetrar-se devido a exclusão de Pauli.
- 3. Se duas partículas são primeiras vizinhas uma da outra elas sentem uma atração € que é a mesma para qualquer par de partículas. Essa condição modela o efeito de atração entre partículas de um gás real.

As forças de atração e repulsão num gás real não possuem alcance de mesma ordem. A repulsão é de curto alcance enquanto a atração é de longo-alcance. Embora o presente modelo trate as partículas como se o alcance de repulsão e atração fossem da mesma ordem, ainda é possível extrair propriedades físicas que tem paralelo com o gás real tais como transições de fase e formato de interfaces.

A cada ponto da rede associamos o valor +1 se houver uma partícula nesse ponto ou 0 caso contrário. Representamos essa variável por  $\sigma_i$ , ou seja, no iésimo ponto da rede a variável  $\sigma_i$  pode assumir apenas os valores +1 ou 0, ou resumidamente:

$$\left\{ egin{aligned} 0, & ext{ponto da rede vazio} \\ 1, & ext{ponto da rede ocupado} \end{aligned} 
ight.$$

A conservação do número de partículas exige que se tenha:

$$\sum_{i} \sigma_{i} = \rho N$$

Onde ho é a densidade de partículas e N é o número total de partículas, sendo, portanto, ho N o número de pontos ocupados da rede.

O hamiltoniano do sistema é modelado a partir da condição 2 exposta acima em que é especificado que um par de primeiros vizinhos na rede contribui para a diminuição da energia do sistema por uma quantidade  $\epsilon$ :

$$H = -\epsilon \sum_{\langle ij \rangle} \sigma_i \sigma_j$$

Onde  $\sum_{\langle ij \rangle}$  denota soma sobre todos os pares de primeiros vizinhos da rede.

### Equivalência ao modelo de Ising

Para mostrar a equivalência com o modelo de Ising definimos a seguinte variável:

$$s_i = 2\sigma_i - 1$$

Essa nova variável é nada mais do que o spin no modelo de Ising para um ferromagneto assumindo os valores:

- ullet +1 quando  $\sigma_i=+1$ , ou seja, posição ocupada por partícula; ou
- -1 quando  $\sigma_i = 0$ , ou seja, posição não ocupada

Em termos da variável de spin  $\sigma_i$  é dada por:

$$\sigma_i = \frac{1}{2}(s_i + 1)$$

Substituindo no Hamiltoniano tem-se:

$$\begin{split} H &= -\frac{1}{4} \epsilon \sum_{< ij>} (s_i + 1)(s_j + 1) \\ H &= -\frac{1}{4} \epsilon \sum_{< ij>} s_i s_j - \frac{1}{4} \epsilon \sum_{< ij>} s_i - \frac{1}{4} \epsilon \sum_{< ij>} s_j - \frac{1}{4} \epsilon \sum_{< ij>} 1 \end{split}$$

Seja z o número de coordenação da rede, ou seja, o número de primeiros vizinhos (z=4 para rede quadrada e z=6 para rede cúbica simples). Para uma dada rede existem 2zN possíveis pares distintos

Pode-se simplificar esssa expressão com base nas seguintes observações:

- Os somatórios em  $S_i$  e  $S_j$  são idênticos exceto pelo índice.
- A soma  $\sum_{i,j} S_i$  sobre pares de vizinhos é equivalente a somar z vezes sobre o número de pontos da rede:

$$\sum_{\langle ij \rangle} s_i = 2z \sum_i s_i$$

 $\blacksquare$   $\sum_{i}^{S_i}$  pode ser escrito em termos das constantes  $\rho$  e N assim como ocorre com  $\sigma_i$ 

$$\sum_{i} \sigma_{i} = \rho N$$

$$\frac{1}{2} \sum_{i} (s_{i} + 1) = \rho N$$

$$\frac{1}{2} \sum_{i} s_{i} = \rho N - \frac{1}{2} \sum_{i} 1$$

$$\frac{1}{2} \sum_{i} s_{i} = \rho N - \frac{1}{2} N$$

$$\sum_{i} s_{i} = N(2\rho - 1)$$

Dessa forma o Hamiltoniano se reduz a:

$$\begin{split} H &= -\frac{1}{4}\epsilon \sum_{\langle ij \rangle} s_i s_j - \frac{1}{2}z\epsilon \sum_i s_i - \frac{1}{4}\epsilon(2zN) \\ H &= -\frac{1}{4}\epsilon \sum_{\langle ij \rangle} s_i s_j - \frac{1}{2}z\epsilon(N(2\rho - 1)) - \frac{1}{4}\epsilon(2zN) \\ H &= -\frac{1}{4}\epsilon \sum_{\langle ij \rangle} s_i s_j - z\epsilon N\rho + \frac{1}{2}\epsilon zN - \frac{1}{2}\epsilon zN \\ H &= -\frac{1}{4}\epsilon \sum_{\langle ij \rangle} s_i s_j - z\epsilon N\rho \end{split}$$

Seja J =  $\frac{1}{4}\epsilon$  e observando que  $-z\epsilon N\rho$  é uma constante pois todos seus termos são constantes, chegamos na equivalência com o Hamiltoniano do modelo de Ising na ausência de campo magnético:

$$H = -J \sum_{\langle ij \rangle} s_i s_j + ctc = H_{B=0}^{Ising} + ctc$$

O valor esperado < Q > de qualquer quantidade física Q não é alterado pela adição de uma constante ao hamiltoniano:

$$< Q > = \sum_{\mu} Q_{\mu} p_{\mu} = \frac{\sum_{\mu} Q_{\mu} e^{-\beta(E_{\mu} + ctc)}}{\sum_{\mu} e^{-\beta(E_{\mu} + ctc)}} = \frac{e^{-\beta ctc} \sum_{\mu} Q_{\mu} e^{-\beta E_{\mu}}}{e^{-\beta ctc} \sum_{\mu} e^{-\beta E_{\mu}}} = \frac{1}{Z} \sum_{\mu} Q_{\mu} e^{-\beta E_{\mu}} = < Q >$$

### Conservação do parâmetro de ordem

A magnetização do sistema é nada mais do que a soma de spins que já calculamos acima:

$$M = \sum_{i} s_i = N(2\rho - 1)$$

No entanto,  $\rho$  e N devem permanecer constantes durante toda a simução, isso implica que a magnetização também é sempre constante, ou seja, a magneticação é o **parâmetro de ordem conservado** nesse sistema fato que dá nome ao método.

É vantajoso tratar o modelo de gás de rede sob a perspectiva de um modelo de Ising pois todo o arcabouço de técnicas amplamente conhecidas e extensivamente estudadas para o modelo de Ising podem ser aplicadas.

Apesar das similaridades, o gás de rede, como definido, possui muito menos estados válidos pois não é permitido alterar a magnetização do sistema enquanto no modelo de Ising qualquer spin individual pode ser invertido sem restrições pois a magnetização não precisa se manter constante.

### Transição de fase

Aproveitando a equivalência estabelecida entre gás de rede e o modelo de Ising sabe-se que o sistema possui uma transição de fase que ocorre a uma temperatura crítica  $T_c$ . Rearranjando a densidade de pontos (equivalente agora a spins up) tem-se:

$$2\rho - 1 = \frac{M}{N}$$
$$\rho = \frac{1}{2}(1+m)$$

No modelo de Ising sabe-se também que abaixo da temperatura crítica existem dois valores de equilíbrio para a magnetização que são +|m| e -|m|, portanto, para favorecer a coexistência de fases tem-se que:

$$\frac{1}{2}(1-|m|) = \rho_{-} \le \rho \le \rho_{+} = \frac{1}{2}(1+|m|)$$

Para valores de  $\rho$  fora do intervalo  $\rho_- \le \rho \le \rho_+$  ainda é possível que uma região do sistema favoreça uma das duas densidades preferenciais. Suponha que se tenha  $\rho < \rho_-$ . Nesse caso o sistema possui menos partículas do que precisa pra atingir o a densidade  $\rho_+$ . Ainda que localmente seja possível o sistema atingir a densidade  $\rho_+$ 

isso leva a uma falta ainda maior de partículas em outras regiões do sistema sendo, portanto, energeticamente custoso. A opção energeticamente mais favorável adotada pelo sistema é distribuir as poucas partículas homegeneamente pela rede. Esse comportamento é observado na simulação.

Dessa forma, no caso de J>0 o sistema possui duas fases:

- Uma em que  $\rho \in [\rho_-, \rho_+]$  se dividindo em dois domínios cada qual favorecendo uma das duas densidades  $\pm \rho$
- lacksquare E outra em que  $ho 
  otin [
  ho_-, 
  ho_+]$  tendo densidade homogênea

Com  $\rho$  sujeito ao intervalo  $\frac{1}{2}(1-|m|) \leq \rho \leq \frac{1}{2}(1+|m|)$  conclui-se que /rho pode assumir um intervalo menor de valores a medida que |m| diminui. A magnetização diminui sob o aumento da temperatura.

Acima da temperatura crítica a |m|=0 e portanto o intervalo  $\frac{1}{2}(1-|m|) \le \rho \le \frac{1}{2}(1+|m|)$  reduz-se a zero evidenciando que não existe mais um valor de  $\rho$  que evite a homogeinização da rede.

A discussão acima pode ser apresentada resumidamente pelo diagrama de fases:

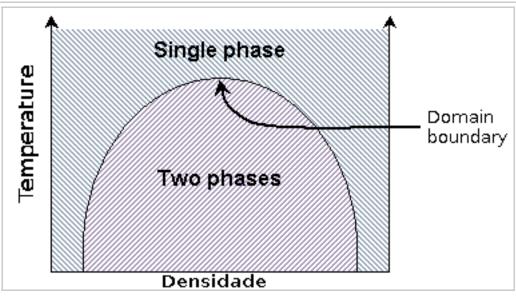


Diagrama de fases do modelo CPO. Fase homogênea para temperaturas além da temperatura crítica e fase coexistente abaixo com densidades preferenciais  $\rho_+$  e  $\rho_-$ 

Esse comportamento é observado quando se diminui a temperatura de vapor d'agua que passa a formar gotas líquidas que coexistem com o vapor para um intervalo de temperaturas. A fase condensada do gás de rede, no entanto, é mais adequadamente interpretada como um sólido devido a posição fixa das partículas (análogas a moléculas ou átomos) na rede, dessa forma, falamos de interface vapor/sólido ao invés de vapor/líquido.

# Implementação $^{[1]}$

Sistemas físicos em equilíbrio com muitos graus de liberdade e no limite termodinâmico comportam-se de tal forma que ao flutuarem de um estado  $\mu$  para um estado  $\nu$  tem-se que  $\nu$  difere pouco de  $\mu$ . Outra maneira de dizer isso é que as flutuações dessa tipo de sistema físico são muito pequenas em relação ao número de configurações possíveis e que portanto o sistema passa a maior parte do tempo alternando entre um pequeno conjunto de configurações. A consequência disso é que pode-se escolher uma estratégia de visitar com maior probabilidade apenas a fração de estados do sistema, as quais mais contribuem para atingir o equilíbrio ao invés de se visitar todos os estados indistintamente. No modelo de ferromagneto, por exemplo, com uma rede  $10 \times 10 \times 10$ , há  $2^{1000} \simeq 10^{300}$  configurações possíveis sendo que mesmo com um supercomputador seria impraticável realizar essa simulação. O método de Monte Carlo consiste em visitar eficientemente uma pequena

fração desses estados e atingir rapidamente o equilíbrio em poucos passos e o peso que define como visitar o estado seguinte é dado pela distribuição de Boltzmann  $e^{\beta(E_{\nu}-E_{\mu})}$  onde fica claro que quanto mais diferente  $\nu$  for de  $\mu$  menor a change de fazer a transição  $\mu \to \mu$ 

Dessa forma impõe-se que no equilíbrio o sistema obedeça a distribuição de Boltzmann, portanto a condição de balanço detalhado dá liberdade na escolha de  $P(\mu \to \nu)$ e  $P(\nu \to \mu)$  desde que seja satisfeita:

$$\frac{g(\mu)}{g(\nu)} \frac{A(\mu \to \nu)}{A(\nu \to \mu)} = e^{\beta(E_{\nu} - E_{\mu})}$$

Uma possível escolha para  $A(\mu o
u)$  seria:

$$A(\mu \to \nu) = A_0 e^{-\frac{1}{2}\beta(E_{\nu} - E_{\mu})}$$

Como  $A_0$  é cancelada na razão entre probabilidades de aceitação temos a liberdade na sua escolha desde que mantenha a probabilidade menor ou igual a um. No modelo de Ising, por exemplo, a maior diferença de energia que se pode obter entre estados é  $\Delta E = E_{\nu} - E_{\mu} = \pm 2zJ$  o que significa que o maior valor de  $e^{-\frac{1}{2}\beta(E_{\nu}-E_{\mu})}$  é justamente  $e^{\beta zJ}$ . Assim, para garantir que a probabilidade seja menor ou igual a 1 deve-se escolher  $A_0 \leq e^{-\beta zJ}$ 

Para que o algoritmo seja eficiente deseja-se que a probabilidade de aceitação seja a maior possível, pois do contrário estaríamos utilizando tempo computacional apenas para rejeitar trocas de estado. Portanto queremos que  $A_0$  assuma o maior valor possível  $A_0=e^{-\beta zJ}$ , maximizando  $A(\mu \to \nu)$ :

$$A(\mu \to \nu) = e^{-\frac{1}{2}\beta(E_{\nu} - E_{\mu} + 2\beta zJ)}$$

Devido a condição de balanço detalhado, essa escolha implica:

$$A(\nu \to \mu) = e^{-\beta zJ}$$

Metropolis percebeu que desde que a condição de balanço detalhado seja satisfeita tem-se liberdade na escolha das probabilidades de aceitação. Então ele decidiu atribuir o maior valor possível para a probabilidade de aceitação que tem o maior valor entre as duas, no caso  $A(\nu \to \mu)$ , ou seja:

$$A(\nu \rightarrow \mu) = 1$$

O que implica:

$$A(\mu \to \nu) = e^{-\beta(E_{\nu} - E_{\mu})}$$

Dessa forma a transição de estados sempre ocorre se  $E_{\nu} < E_{\mu}$  ou seja  $\Delta E <= 0$  mas pode ou não ocorrer caso seja  $\Delta E > 0$  com uma probabilidade dada por  $e^{-\beta(E_{\nu}-E_{\mu})}$ . Em suma:

$$A(\mu \to \nu) = \begin{cases} e^{-\beta(E_{\nu} - E_{\mu})} & \text{se } E_{\nu} - E_{\mu} > 0\\ 1 & \text{caso contrario} \end{cases}$$

#### Gás de rede

# Teoria<sup>[1][2]</sup>

Para obedecer a condição de conservação da magnetização não é permitido alterar um spin individualmente (ou um número ímpar de spins). Uma maneira de tratar a dinâmica desse sistema foi proposta por Kawasaki <sup>[3]</sup> e consiste em simplesmente alternar o estado de spin de um par de partículas que tenham estados de spin oposto, ou seja:

$$\begin{cases} \uparrow \uparrow ou \downarrow \downarrow & \to \text{ nada a fazer} \\ \uparrow \downarrow & \to & \downarrow \uparrow \\ \downarrow \uparrow & \to & \uparrow \downarrow \end{cases}$$

É evidente que nesse caso a mudança na magnetização é conservada pois a troca de spins resulta em variação de magnetização nula.

Cada ponto da rede possui z vizinhos e portanto a cada passo de iteração deve-se sortear com qual dos vizinhos será feita uma tentativa de troca de spins. Essa escolha é feita aleatoriamente (uniforme). Uma vez escolhido um vizinho deve-se decidir se a troca deve ser feita ou não. Essa decisão é tomada com base no método de Monte Carlo, em particular, com a probabilidade de aceitação de Metropolis exatamente como exposto na seção acima.

A **ergodicidade** é satisfeita pelo sistema pois um passo de Monte Carlo corresponde a uma troca entre vizinhos que numa rede finita pode ser efetuada a partir de outro estado qualquer em número finito de passos

Como já foi mencionado a rede possui N pontos e número de coordenação z o que resulta em  $\frac{1}{2}zN$  pares de primeiros vizinhos, portanto, a probabilidade de selecionar um par qualquer é dada por:

$$g(\mu \to \nu) = \frac{1}{\frac{1}{2}zN} = \frac{2}{zN}$$

A probabilidade de seleção  $g(\nu \to \mu)$  é a mesma fazendo com que esses termos se cortem na condição de balanço detalhado e permitindo que se aplique a escolha de Metropolis discutida acima sem alterações.

Para efetivamente tomar a decisão sobre a troca entre vizinhos onde  $\Delta E$  é necessário especificar como é feito seu cálculo.  $\Delta E$  é dado pela seguinte expressão:

$$\Delta E = E_{\nu} - E_{\mu} = 2J \left[ s_{k}^{\mu} \sum_{i \notin \{k',k\}} s_{i}^{\mu} + s_{k'}^{\mu} \sum_{j \notin \{k,k'\}} s_{j}^{\mu} \right]$$

Seja um ponto da rede k e k' primeiro vizinho de k. Deseja-se calcular a energia de interação entre esse par. A expressão acima apenas diz que deve-somar os produtos do spin de k,  $(s_k)$ , com seus primeiros vizinhos  $s_i$  excluindo-se da soma tanto k quanto k'. Faz-se o mesmo procedimento para k', ou seja, soma-se os produtos do spin k',  $(s_{k'})$ , com todos os seus primeiros vizinhos  $s_j$  exceto ele mesmo e k. A soma dessas duas quantidades multiplicadas por 2J é igual a diferença de energia entre a configuração  $\mu$  e a  $\nu$ 

## Simulação

Foram simulados três sistemas diferentes os quais são discutidos a seguir. O objetivo das simulações em determinar a tendência do formato de cada interface após vários passos de monte carlo sem verificar rigorosamente se o equilíbrio foi atingido. Uma análise das condições de equilíbrio é discutida na última seção. Todas as simulações demandam a geração de muitos números aleatórios por isso optou-se por usar Mersenne Twister que é um algoritmo veloz para geração de números aleatórios.

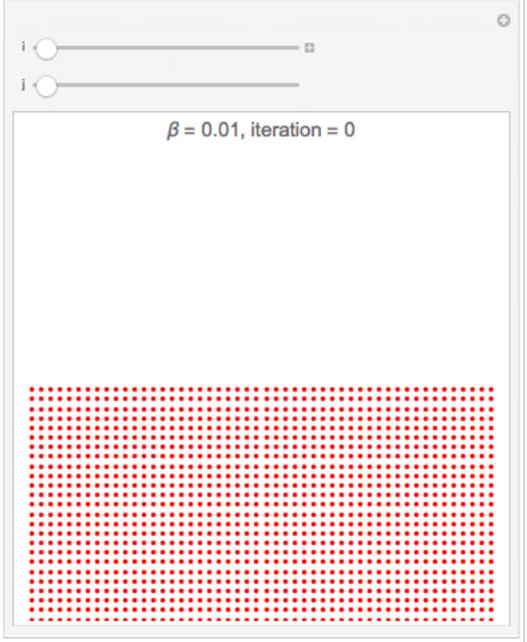
### Interface linear

Esse sistema consiste rede quadrada de aresta l. A rede tem inicialmente sua metade inferior completamente populada por partículas.

Cada ponto da rede é visitado sequencialmente e um dos seus 4 vizinhos é sorteado para que se faça uma tentativa de troca de posição entre o par. Caso a energia do sistema diminua, a troca é feita com probabilidade 1. Caso contrário a troca ocorre com probabilidade dada pelo peso de Boltzmann (algoritmo de Metropolis).

A primeira condição de contorno refere-se às paredes superior e inferior. A ultima linha de pontos da rede possui spins apontando pra baixo permanentemente assim como a primeira linha de pontos da rede tem-se spins apontando pra cima. Para que essa configuração seja mantida ao longo da simulação, evita-se qualquer tentativa de troca entre pares envolvendo esses pontos. Essa condição de contorno garante que a interface se mantenha fixa, do contrário, ela poderia transitar pela rede. Nas paredes laterais aplica-se condição de contorno periódica onde por exemplo um ponto da rede na coluna l-1 pode trocar de lugar com um primeiro vizinho da coluna 0 e vice-versa.

Ao iterar pela rede é comum deparar-se com pares de vizinhos que possuem mesma orientação de spin e portanto são ignorados imediatamente pois em nada contribuem para a dinâmica do sistema.

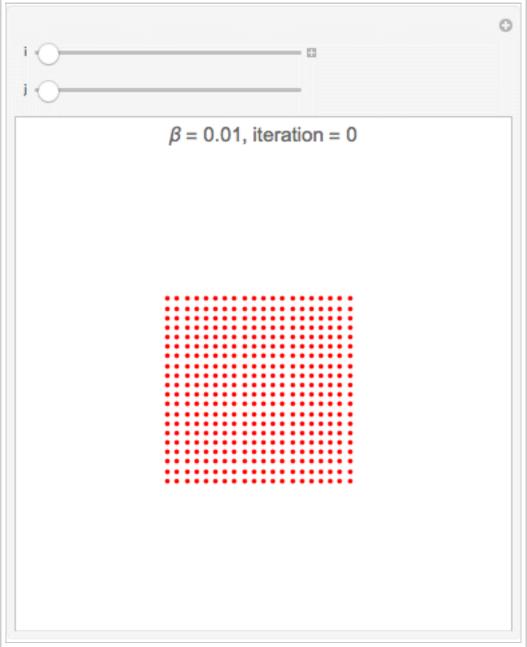


Interface linear entre sólido e vapor. Cada frame corresponde a 10 passos de Monte Carlo de um total de 500 passos. Primeira simulação com alta temperatura  $T>T_C$ . Segunda simução com temperatura intermediária  $T< T_C$ . Terceira simulação com baixa temperatura  $T\ll T_C$ 

Como observado, a alta temperatura recai-se no regime homogêneo em que a alternativa mais favorável ao sistema para minizar a sua energia é distribuir os spins up (partículas) uniformemente pela rede. A uma temperatura abaixo da crítica percebe-se a formação de uma interface persistente entre a região inferior com densidade preferencial  $\rho_{-}$  em coexistência. Ao diminuir ainda mais a temperatura o efeito fica mais acentuado, ou seja, a interface é menos deformada em relação ao caso anterior.

#### Interface circular

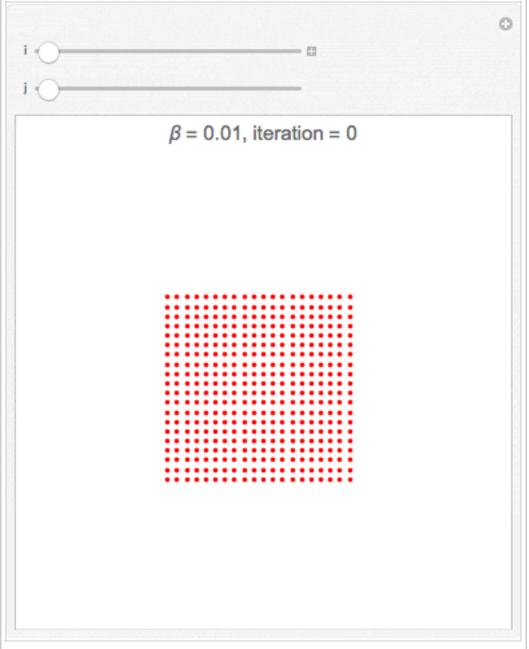
Nessa sistema excluem-se as condições fixas nas paredes superior e inferior e atribui-se a elas as mesmas condições das paredes laterais, ou seja, condições de contorno periódicas onde, por exemplo, uma partícula na linha l=1 pode trocar de lugar com sua primeira vizinha da linha 0 Como condição inicial posiciona-se as partículas num formato quadrado no centro da rede e observa-se como o formato da interface varia ao longo da simulação. A densidade de partículas é bem menor que no exemplo anterior da interface linear.



Interface circular entre sólido e vapor. Cada frame corresponde a 10 passos de Monte Carlo de um total de 500 passos. Primeira simulação com alta temperatura  $T>T_C$ . Segunda simução com temperatura intermediária  $T< T_C$ . Terceira simulação com baixa temperatura  $T\ll T_C$ 

A interface é energeticamente custosa pois para cada par de spins antialinhados o sistema aumenta de energia por um fator 2J e como na rede quadrada um spin da interface possui 3 vizinhos antialinhados, sistema aumenta de energia por um fator 6J. Portanto fisicamente espera-se que o sistema evolua de tal forma a minimizar a extensão da sua interface, minimizando sua tensão superficial. No caso simulado espera-se que um domínio circular seja gerado pois o círculo é a forma geométrica que possui menor perímetro. No entanto, como a simulação demonstra, mesmo pra baixas temperaturas a forma nunca é perfeitamente circular e isso se deve ao tamanho finito da rede o faz com que seu formato (da rede) influencie o formato da interface.

A animação abaixo ilustra o mesmo processo mas com menos frames por segundo permitindo acompanhar detalhes da dinâmica do sistema.

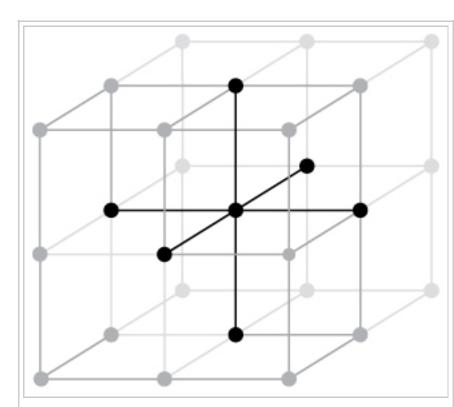


Animação com 100 passos de Monte Carlo. Primeira simulação com alta temperatura  $T>T_C$ . Segunda simução com temperatura intermediária  $T< T_C$ . Terceira simulação com baixa temperatura  $T\ll T_C$ 

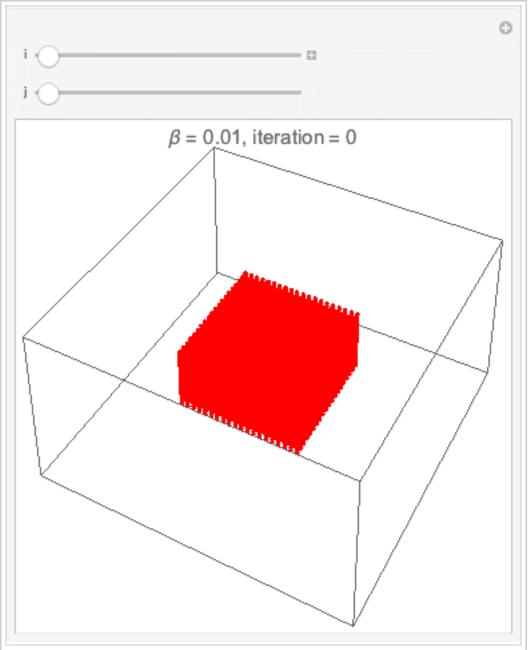
### Interface esférica

A simulação da interface esférica é uma extensão direita da simulação da interface circular apenas adicionando mais uma dimensão. Observa-se os mesmos efeitos de redução de tensão superficial pela deformação do cubo em uma região aproximadamente esférica quando a temperatura é menor que a temperatura crítica. Acima da a temperatura crítica a densidade fica homogênea como esperado.

Cada ponto da rede agora possui 6 vizinhos ao invés de 4 e isso faz com que as haja valores adicionais de diferenças de energia entre estados (na rede quadrada era possível obter  $\Delta E \in \{0, \pm 4, \pm 8, \pm 12\}$  e agora na rede cúbica  $\Delta E \in \{0, \pm 4, \pm 8, \pm 12, \pm 16, \pm 20\}$ 

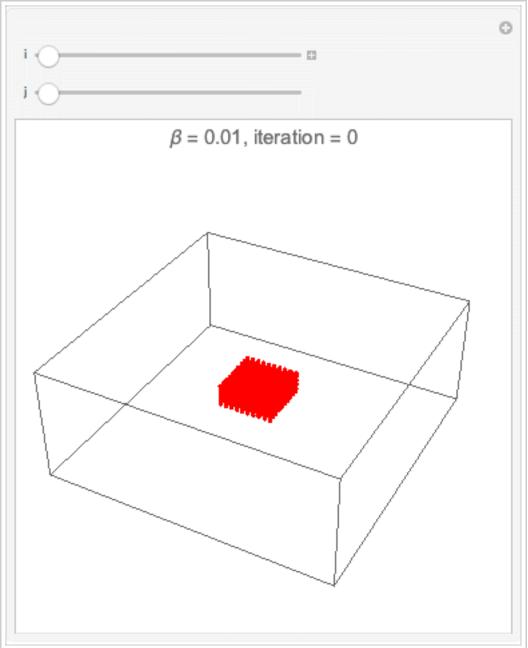


Visualização da vizinhança de um ponto de uma rede cúbica. Download for free at http://cnx.org/contents/85abf193-2bd2-4908-8563-90b8a7ac8df6@9.311



Interface esférica entre sólido e vapor. Cada frame corresponde a 10 passos de Monte Carlo de um total de 500 passos. Primeira simulação com alta temperatura  $T>T_C$ . Segunda simução com temperatura intermediária  $T< T_C$ . Terceira simulação com baixa temperatura  $T\ll T_C$ 

A mesma simulação com menos partículas, vista mais distante e com uma pequena diferença na quantidade de passos.

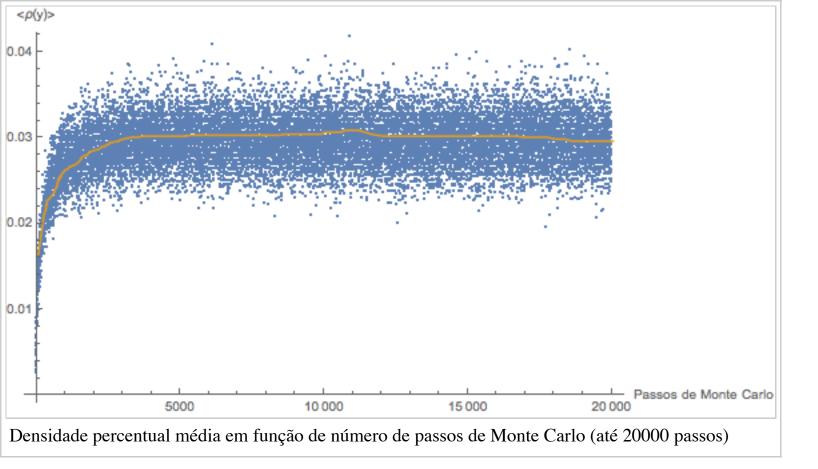


Interface esférica entre sólido e vapor. Cada frame corresponde a 5 passos de Monte Carlo de um total de 250 passos. Primeira simulação com alta temperatura  $T>T_C$ . Segunda simução com temperatura intermediária  $T< T_C$ . Terceira simulação com baixa temperatura  $T\ll T_C$ 

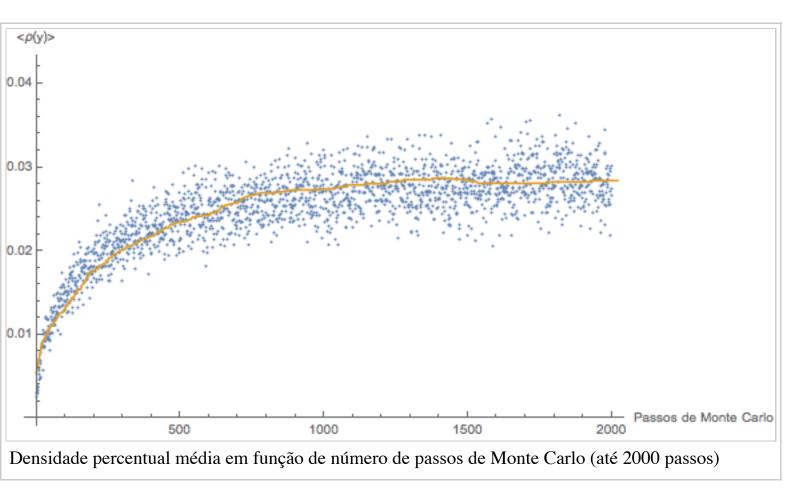
Introduzindo interações entre segundos vizinhos é possível reproduzir formatos de cristais cúbicos como por exemplo o cristal de face centrada ou de corpo centrado.<sup>[1]</sup>

## Equilíbrio

Para medir qualquer grandeza de um sistema simulado pelo método de Carlo é necessária que a medida seja feita sob regime de equilíbrio. Torna-se então importante saber quando o sistema atinge o equilíbrio. No caso de um ferromagneto no modelo de Ising pode-se monitorar a magnetização ou calor específico até que a grandeza atinja um valor estacionário. No caso do gás de rede podemos monitorar o formato da interface, ou mais simplesmente, a densidade média de spins up (partículas) em cada coluna da rede quadrada. Acompanhando a mudança percentual nessa densidade ao passar de um passo de Monte Carlo para o passo seguinte é possível ter uma idéia de quanto passos são necessários para atingir o equilíbrio.



Olhando mais de perto o início da curva percebe-se que em torno de 1500 passos o equilíbrio ja foi seguramente atingido.



As simulações exibidas acima estão, portanto, na região fora do equilíbrio mas como observado acima o objetivo das simulações era determinar a tendência do formato das interfaces e não o seu formato no equilíbrio.

## Códigos

Conservação de parâmetro de ordem - Interface linear (https://github.com/diogofriggo/metcompc/blob/master/Trabalho2/COP/COP/main.c)

Conservação de parâmetro de ordem - Interface circular (https://github.com/diogofriggo/metcompc/blob/master/Trabalho2/COPSquare/COPSquare/main.c)

Conservação de parâmetro de ordem - Interface esférica (https://github.com/diogofriggo/metcompc/blob/master/Trabalho2/COP3D/COP3D/main.c)

Conservação de parâmetro de ordem - Equilíbrio (https://github.com/diogofriggo/metcompc/blob/master/Trabalho2/COPEquilibrium/COPEquilibrium/main.c)

### Bibliografia

- 1. ↑ 1,0 1,1 1,2 1,3 Newman, M. E. J.; Barkema, G. T. (1999). "Monte Carlo Methods in Statistical Physics" New York: Oxford University Press. ISBN 019-851796-3.
- 2. ↑ <sup>2,0</sup> <sup>2,1</sup> Krauth, Werner (2006). "Statiscal Mechanics: Algorithms and Computations" New York: Oxford University Press. ISBN 978-0-19-851535-7.
- 3. ↑ T. Ohta, D. Jasnow and K. Kawasaki, Phys. Rev. Lett. 49 1223 (1982). "Universal Scaling in the Motion of Random Interfaces". American Physical Society (https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.49.1223)

Disponível em "http://fiscomp.if.ufrgs.br/index.php?title=Grupo\_-\_Conservação\_do\_Parâmetro\_de\_Ordem&oldid=2196"

- Esta página foi modificada pela última vez à(s) 01h39min de 25 de janeiro de 2018.
- Esta página foi acessada 36 vezes.