

# **PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA**

## **TABELAS DE FREQUÊNCIAS**

# ROL

Conjunto de dados brutos, ordenados de forma crescente.

25	28	28	35	25	24	22	25	26	26	26	40
39	22	27	27	27	28	30	22	25	26	28	35



22	22	22	24	25	25	25	25	26	26	26	26
27	27	27	28	28	28	28	30	35	35	39	40

# FREQÜÊNCIA ABSOLUTA

Denotado por  $f_a$  ou  $f_i$ .

É a quantidade de repetição de cada variável (qualitativa ou quantitativa) distinto do ROL.

# FREQÜÊNCIA RELATIVA

Denotado por %,  $f_{\%}$  ou  $f_r$ .

É o percentual que corresponde cada frequência absoluta.

Valor percentual de repetição de cada variável (qualitativa ou quantitativa) do ROL.

# FREQÜÊNCIA RELATIVA

$$\frac{n}{f_{a1}} = \frac{100 \%}{f_{r1} \%}$$

$$f_{r1} = fa1 \div n \times 100$$

# FREQÜÊNCIA RELATIVA

Em algumas calculadoras:

$$100 \div n \times \times fa1 =$$

$$fa2 =$$

$$fa3 =$$

...



# TABELA SIMPLES

Idade (anos)	fa	
22	3	
24	1	
25	4	
26	4	
27	3	
28	4	
30	1	
35	2	
39	1	
40	1	
Total	24	

22 22 22 24 25 25 25 25 26 26 26 26  
27 27 27 28 28 28 28 30 35 35 39 40

# TABELA SIMPLES

Idade (anos)	fa	fr
22	3	12,5
24	1	
25	4	
26	4	
27	3	12,5
28	4	
30	1	
35	2	
39	1	
40	1	
Total	24	

$$Fr = fa/n \times \frac{100}{24} \times 3$$

22 22 22 24 25 25 25 25 26 26 26 26  
27 27 27 28 28 28 28 30 35 35 39 40



# TABELA SIMPLES

Idade (anos)	fa	fr
22	3	12,5
24	1	4,2
25	4	
26	4	
27	3	12,5
28	4	
30	1	4,2
35	2	
39	1	4,2
40	1	4,2
Total	24	

$$\frac{100}{24} \times 1$$

22 22 22 24 25 25 25 25 26 26 26 26  
27 27 27 28 28 28 28 30 35 35 39 40

# TABELA SIMPLES

Idade (anos)	fa	fr
22	3	12,5
24	1	4,2
25	4	16,7
26	4	16,7
27	3	12,5
28	4	16,7
30	1	4,2
35	2	
39	1	4,2
40	1	4,2
Total	24	

$$\frac{100}{24} \times 4$$

22 22 22 24 25 25 25 25 26 26 26 26  
27 27 27 28 28 28 28 30 35 35 39 40

# TABELA SIMPLES

Idade (anos)	fa	fr
22	3	12,5
24	1	4,2
25	4	16,7
26	4	16,7
27	3	12,5
28	4	16,7
30	1	4,2
35	2	8,3
39	1	4,2
40	1	4,2
Total	24	

$$\frac{100}{24} \times 2$$

22 22 22 24 25 25 25 25 26 26 26 26  
27 27 27 28 28 28 28 30 35 35 39 40

# TABELA SIMPLES

Idade (anos)	fa	fr
22	3	12,4
24	1	4,2
25	4	16,7
26	4	16,7
27	3	12,4
28	4	16,7
30	1	4,2
35	2	8,3
39	1	4,2
40	1	4,2
Total	24	100

22 22 22 24 25 25 25 25 26 26 26 26  
27 27 27 28 28 28 28 30 35 35 39 40

# TABELA SIMPLES

**Título:**

Idade (anos)	fa	fr
22	3	12,4
24	1	4,2
25	4	16,7
26	4	16,7
27	3	12,4
28	4	16,7
30	1	4,2
35	2	8,3
39	1	4,2
40	1	4,2
Total	24	100

22 22 22 24 25 25 25 25 26 26 26 26  
27 27 27 28 28 28 28 30 35 35 39 40

**Fonte:**

# FREQÜÊNCIA ACUMULADA

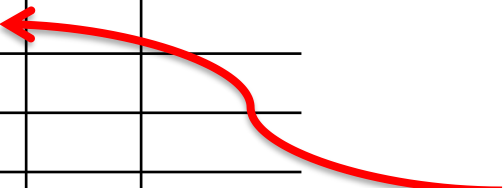
“Frequência acumulada **abaixo de**” ( $F_{\downarrow}$ ) – nos diz quantos dados estão abaixo de um determinado limite da tabela.

“Frequência acumulada **acima de**” ( $F_{\uparrow}$ ) – nos diz quantos dados estão acima de um determinado limite da tabela.

# TABELA SIMPLES

Idade (anos)	$f_a$	$f_r$	$F\downarrow$	$F\downarrow\%$	$F\uparrow$	$F\uparrow\%$
22	3	12,4	3	12,4		
24	1	4,2				
25	4	16,7				
26	4	16,7				
27	3	12,4				
28	4	16,7				
30	1	4,2				
35	2	8,3				
39	1	4,2				
40	1	4,2				
Total	24	100				

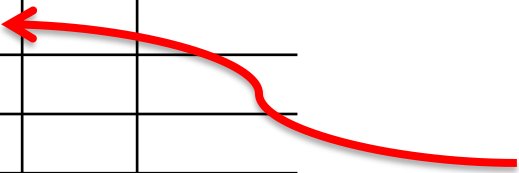
A primeira  $F\downarrow$  é  
sempre a mesma  $f_a$



# TABELA SIMPLES

Idade (anos)	fa	fr	F↓	F↓%	F↑	F↑%
22	3	12,4	3	12,4		
24	1	4,2	4	16,6		
25	4	16,7				
26	4	16,7				
27	3	12,4				
28	4	16,7				
30	1	4,2				
35	2	8,3				
39	1	4,2				
40	1	4,2				
Total	24	100				

As demais F↓ são  
os resultados das  
somas das fa  
anteriores





# TABELA SIMPLES

Idade (anos)	fa	fr	F↓	F↓%	F↑	F↑%
22	3	12,4	3	12,4		
24	1	4,2	4	16,6		
25	4	16,7	8	33,3		
26	4	16,7				
27	3	12,4				
28	4	16,7				
30	1	4,2				
35	2	8,3				
39	1	4,2				
40	1	4,2				
Total	24	100				

# TABELA SIMPLES

Idade (anos)	fa	fr	F↓	F↓%	F↑	F↑%
22	3	12,4	3	12,4		
24	1	4,2	4	16,6		
25	4	16,7	8	33,3		
26	4	16,7	12	50,0		
27	3	12,4				
28	4	16,7				
30	1	4,2				
35	2	8,3				
39	1	4,2				
40	1	4,2				
Total	24	100				

# TABELA SIMPLES

Idade (anos)	fa	fr	F↓	F↓%	F↑	F↑%
22	3	12,4	3	12,4		
24	1	4,2	4	16,6		
25	4	16,7	8	33,3		
26	4	16,7	12	50,0		
27	3	12,4	15	62,4		
28	4	16,7				
30	1	4,2				
35	2	8,3				
39	1	4,2				
40	1	4,2				
Total	24	100				

# TABELA SIMPLES

Idade (anos)	fa	fr	F↓	F↓%	F↑	F↑%
22	3	12,4	3	12,4		
24	1	4,2	4	16,6		
25	4	16,7	8	33,3		
26	4	16,7	12	50,0		
27	3	12,4	15	62,4		
28	4	16,7	19	79,1		
30	1	4,2				
35	2	8,3				
39	1	4,2				
40	1	4,2				
Total	24	100				

# TABELA SIMPLES

Idade (anos)	fa	fr	F↓	F↓%	F↑	F↑%
22	3	12,4	3	12,4		
24	1	4,2	4	16,6		
25	4	16,7	8	33,3		
26	4	16,7	12	50,0		
27	3	12,4	15	62,4		
28	4	16,7	19	79,1		
30	1	4,2	20	83,3		
35	2	8,3				
39	1	4,2				
40	1	4,2				
Total	24	100				

# TABELA SIMPLES

Idade (anos)	fa	fr	F↓	F↓%	F↑	F↑%
22	3	12,4	3	12,4		
24	1	4,2	4	16,6		
25	4	16,7	8	33,3		
26	4	16,7	12	50,0		
27	3	12,4	15	62,4		
28	4	16,7	19	79,1		
30	1	4,2	20	83,3		
35	2	8,3	22	91,6		
39	1	4,2				
40	1	4,2				
Total	24	100				

# TABELA SIMPLES

Idade (anos)	fa	fr	F↓	F↓%	F↑	F↑%
22	3	12,4	3	12,4		
24	1	4,2	4	16,6		
25	4	16,7	8	33,3		
26	4	16,7	12	50,0		
27	3	12,4	15	62,4		
28	4	16,7	19	79,1		
30	1	4,2	20	83,3		
35	2	8,3	22	91,6		
39	1	4,2	23	95,8		
40	1	4,2				
Total	24	100				

# TABELA SIMPLES

Idade (anos)	fa	fr	F↓	F↓%	F↑	F↑%
22	3	12,4	3	12,4		
24	1	4,2	4	16,6		
25	4	16,7	8	33,3		
26	4	16,7	12	50,0		
27	3	12,4	15	62,4		
28	4	16,7	19	79,1		
30	1	4,2	20	83,3		
35	2	8,3	22	91,6		
39	1	4,2	23	95,8		
40	1	4,2	24	100		
Total	24	100	–	–		



# TABELA SIMPLES

Idade (anos)	fa	fr	F↓	F↓%	F↑	F↑%
22	3	12,4	3	12,4		
24	1	4,2	4	16,6		
25	4	16,7	8	33,3		
26	4	16,7	12	50,0		
27	3	12,4	15	62,4		
28	4	16,7	19	79,1		
30	1	4,2	20	83,3		
35	2	8,3	22	91,6		
39	1	4,2	23	95,8		
40	1	4,2	24	100	1	4,2
Total	24	100	–	–	–	–

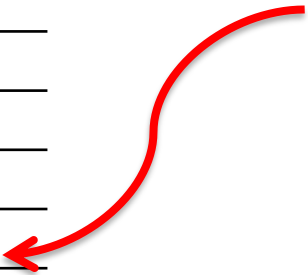
A última F↑ é a  
mesma fa última.



# TABELA SIMPLES

Idade (anos)	fa	fr	F↓	F↓%	F↑	F↑%
22	3	12,4	3	12,4		
24	1	4,2	4	16,6		
25	4	16,7	8	33,3		
26	4	16,7	12	50,0		
27	3	12,4	15	62,4		
28	4	16,7	19	79,1		
30	1	4,2	20	83,3		
35	2	8,3	22	91,6		
39	1	4,2	23	95,8	2	8,4
40	1	4,2	24	100	1	4,2
Total	24	100	–	–	–	–

As demais F↑ são as somas das fa anteriores (de baixo para a cima)



# TABELA SIMPLES

Idade (anos)	fa	fr	F↓	F↓%	F↑	F↑%
22	3	12,4	3	12,4		
24	1	4,2	4	16,6		
25	4	16,7	8	33,3		
26	4	16,7	12	50,0		
27	3	12,4	15	62,4		
28	4	16,7	19	79,1		
30	1	4,2	20	83,3		
35	2	8,3	22	91,6	4	16,7
39	1	4,2	23	95,8	2	8,4
40	1	4,2	24	100	1	4,2
Total	24	100	–	–	–	–

# TABELA SIMPLES

Idade (anos)	fa	fr	F↓	F↓%	F↑	F↑%
22	3	12,4	3	12,4		
24	1	4,2	4	16,6		
25	4	16,7	8	33,3		
26	4	16,7	12	50,0		
27	3	12,4	15	62,4		
28	4	16,7	19	79,1		
30	1	4,2	20	83,3	5	20,9
35	2	8,3	22	91,6	4	16,7
39	1	4,2	23	95,8	2	8,4
40	1	4,2	24	100	1	4,2
Total	24	100	–	–	–	–

# TABELA SIMPLES

Idade (anos)	fa	fr	F↓	F↓%	F↑	F↑%
22	3	12,4	3	12,4		
24	1	4,2	4	16,6		
25	4	16,7	8	33,3		
26	4	16,7	12	50,0		
27	3	12,4	15	62,4		
28	4	16,7	19	79,1	9	37,6
30	1	4,2	20	83,3	5	20,9
35	2	8,3	22	91,6	4	16,7
39	1	4,2	23	95,8	2	8,4
40	1	4,2	24	100	1	4,2
Total	24	100	–	–	–	–

# TABELA SIMPLES

Idade (anos)	fa	fr	F↓	F↓%	F↑	F↑%
22	3	12,4	3	12,4		
24	1	4,2	4	16,6		
25	4	16,7	8	33,3		
26	4	16,7	12	50,0		
27	3	12,4	15	62,4	12	50,0
28	4	16,7	19	79,1	9	37,6
30	1	4,2	20	83,3	5	20,9
35	2	8,3	22	91,6	4	16,7
39	1	4,2	23	95,8	2	8,4
40	1	4,2	24	100	1	4,2
Total	24	100	–	–	–	–

# TABELA SIMPLES

Idade (anos)	fa	fr	F↓	F↓%	F↑	F↑%
22	3	12,4	3	12,4		
24	1	4,2	4	16,6		
25	4	16,7	8	33,3		
26	4	16,7	12	50,0	16	66,7
27	3	12,4	15	62,4	12	50,0
28	4	16,7	19	79,1	9	37,6
30	1	4,2	20	83,3	5	20,9
35	2	8,3	22	91,6	4	16,7
39	1	4,2	23	95,8	2	8,4
40	1	4,2	24	100	1	4,2
Total	24	100	–	–	–	–

# TABELA SIMPLES

Idade (anos)	fa	fr	F↓	F↓%	F↑	F↑%
22	3	12,4	3	12,4		
24	1	4,2	4	16,6		
25	4	16,7	8	33,3	20	83,4
26	4	16,7	12	50,0	16	66,7
27	3	12,4	15	62,4	12	50,0
28	4	16,7	19	79,1	9	37,6
30	1	4,2	20	83,3	5	20,9
35	2	8,3	22	91,6	4	16,7
39	1	4,2	23	95,8	2	8,4
40	1	4,2	24	100	1	4,2
Total	24	100	–	–	–	–



# TABELA SIMPLES

Idade (anos)	fa	fr	F↓	F↓%	F↑	F↑%
22	3	12,4	3	12,4		
24	1	4,2	4	16,6	21	87,6
25	4	16,7	8	33,3	20	83,4
26	4	16,7	12	50,0	16	66,7
27	3	12,4	15	62,4	12	50,0
28	4	16,7	19	79,1	9	37,6
30	1	4,2	20	83,3	5	20,9
35	2	8,3	22	91,6	4	16,7
39	1	4,2	23	95,8	2	8,4
40	1	4,2	24	100	1	4,2
Total	24	100	–	–	–	–

# TABELA SIMPLES

Idade (anos)	fa	fr	F↓	F↓%	F↑	F↑%
22	3	12,4	3	12,4	24	100
24	1	4,2	4	16,6	21	87,6
25	4	16,7	8	33,3	20	83,4
26	4	16,7	12	50,0	16	66,7
27	3	12,4	15	62,4	12	50,0
28	4	16,7	19	79,1	9	37,6
30	1	4,2	20	83,3	5	20,9
35	2	8,3	22	91,6	4	16,7
39	1	4,2	23	95,8	2	8,4
40	1	4,2	24	100	1	4,2
Total	24	100	–	–	–	–

# TABELA EM CLASSES

Idade (anos)	fa	fr	F↓	F↓%	F↑	F↑%
22	3	12,4	3	12,4	24	100
24	1	4,2	4	16,6	21	87,6
25	4	16,7	8	33,3	20	83,4
26	4	16,7	12	50,0	16	66,7
27	3	12,4	15	62,4	12	50,0
28	4	16,7	19	79,1	9	37,6
30	1	4,2	20	83,3	5	20,9
35	2	8,3	22	91,6	4	16,7
39	1	4,2	23	95,8	2	8,4
40	1	4,2	24	100	1	4,2
Total	24	100	–	–	–	–



Idade (anos)	fa	fr	F↓	F↓%	F↑	F↑%
22 ┌ 26	8	33,3	8	33,3	24	100
26 ┌ 30	11	45,8	19	79,1	16	66,6
30 ┌ 34	1	4,2	20	83,3	5	20,8
34 ┌ 38	2	8,3	22	91,6	4	16,6
38 ┌ 40	2	8,3	24	100	2	8,3
Total	24	100	–	–	–	–

# TABELA EM CLASSES

- Sempre que o ROL for quantitativo com muitas variações;
- Ajuda a reduzir o tamanho (diminui a quantidade de classes/linhas);
- Agrupa-se os dados em intervalos pré-estabelecidos.

# NÚMERO DE CLASSES

Limite superior do ROL

Limite inferior do ROL

Intervalo de cada classe

Total da amostra

$$i = \frac{Ls - Li}{\sqrt{n}}$$

# NÚMERO DE CLASSES

22	22	22	24	25	25	25	25	26	26	26	26
27	27	27	28	28	28	28	30	35	35	39	40

$$i = \frac{40 - 22}{\sqrt{24}} \approx 4 \text{ anos}$$

# INTERVALO DE CLASSES

$\text{[}$  intervalo fechado à esquerda e aberto à direita

$\text{[}$   $\text{--}$  intervalo fechado à esquerda e à direita

# TABELA EM CLASSES

Idade (anos)	fa	fr
22 ┤ 26	8	
26 ┤ 30		
30 ┤ 34		
34 ┤ 38		
38 ┤ 40		
Total		

22 22 22 24 25 25 25 25 26 26 26 26

27 27 27 28 28 28 28 30 35 35 39 40



# TABELA EM CLASSES

Idade (anos)	fa	fr
22 ┤ 26	8	
26 ┤ 30	11	
30 ┤ 34		
34 ┤ 38		
38 ┤ 40		
Total		

22 22 22 24 25 25 25 25 26 26 26 26

27 27 27 28 28 28 28 30 35 35 39 40

# TABELA EM CLASSES

Idade (anos)	fa	fr
22 ┤ 26	8	
26 ┤ 30	11	
30 ┤ 34	1	
34 ┤ 38		
38 ┤ 40		
Total		

22 22 22 24 25 25 25 25 26 26 26 26

27 27 27 28 28 28 28 30 35 35 39 40

# TABELA EM CLASSES

Idade (anos)	fa	fr
22 ┤ 26	8	
26 ┤ 30	11	
30 ┤ 34	1	
34 ┤ 38	2	
38 ┤ 40		
Total		

22 22 22 24 25 25 25 25 26 26 26 26

27 27 27 28 28 28 28 30 35 35 39 40

# TABELA EM CLASSES

Idade (anos)	fa	fr
22 ┤ 26	8	
26 ┤ 30	11	
30 ┤ 34	1	
34 ┤ 38	2	
38 ┤ 40	2	
Total		

22 22 22 24 25 25 25 25 26 26 26 26

27 27 27 28 28 28 28 30 35 35 39 40

# TABELA EM CLASSES

Idade (anos)	fa	fr
22 ┤ 26	8	
26 ┤ 30	11	
30 ┤ 34	1	
34 ┤ 38	2	
38 ┤ 40	2	
Total	24	

22 22 22 24 25 25 25 25 26 26 26 26

27 27 27 28 28 28 28 30 35 35 39 40

# TABELA EM CLASSES

Idade (anos)	fa	fr
22 ┤ 26	8	33,3
26 ┤ 30	11	
30 ┤ 34	1	
34 ┤ 38	2	
38 ┤ 40	2	
Total	24	

22 22 22 24 25 25 25 25 26 26 26 26

27 27 27 28 28 28 28 30 35 35 39 40

# TABELA EM CLASSES

Idade (anos)	fa	fr
22 ┤ 26	8	33,3
26 ┤ 30	11	45,8
30 ┤ 34	1	
34 ┤ 38	2	
38 ┤ 40	2	
Total	24	

22 22 22 24 25 25 25 25 26 26 26 26

27 27 27 28 28 28 28 30 35 35 39 40

# TABELA EM CLASSES

Idade (anos)	fa	fr
22 ┤ 26	8	33,3
26 ┤ 30	11	45,8
30 ┤ 34	1	4,2
34 ┤ 38	2	
38 ┤ 40	2	
Total	24	

22 22 22 24 25 25 25 25 26 26 26 26

27 27 27 28 28 28 28 30 35 35 39 40



# TABELA EM CLASSES

Idade (anos)	fa	fr
22 ┤ 26	8	33,3
26 ┤ 30	11	45,8
30 ┤ 34	1	4,2
34 ┤ 38	2	8,3
38 ┤ 40	2	
Total	24	

22 22 22 24 25 25 25 25 26 26 26 26

27 27 27 28 28 28 28 30 35 35 39 40

# TABELA EM CLASSES

Idade (anos)	fa	fr
22 ┤ 26	8	33,3
26 ┤ 30	11	45,8
30 ┤ 34	1	4,2
34 ┤ 38	2	8,3
38 ┤ 40	2	8,3
Total	24	

22 22 22 24 25 25 25 25 26 26 26 26

27 27 27 28 28 28 28 30 35 35 39 40

# Roteiro para a elaboração de uma distribuição de frequência

1. Liste os dados brutos que podem ou não serem transformados em um rol.
2. Encontre a amplitude total  $A_t$  do conjunto de valores observados ( $A_t = \text{Valor máximo} - \text{Valor mínimo}$ )
3. Defina o número de classes a serem utilizadas.

Como sugestão, pode-se utilizar o **Critério de Sturges**:

$n^\circ \text{ de classes} = 1 + 3,3 \times \log_{10} n$ , onde  $n$  = número de observações.

# Roteiro para a elaboração de uma distribuição de frequência

4. Determine a amplitude do intervalo de classe.

A amplitude do intervalo de classe será igual ao quociente entre a amplitude total da série e o número de classes escolhido:

$$\text{Amplitude de Classe} \gg \frac{(\text{Valor Máximo}) - (\text{Valor Mínimo})}{\text{Número de Classes}}$$

# Distribuições de Frequência

## □ EXEMPLO:

- Considere a relação de número abaixo, referente às alturas (em centímetros) dos alunos da UTFPR:



- Utilizando o critério de Sturges, tem-se:

$$\text{número de classes} = 1 + 3,3 \times \log 40 \approx 6,286798 \approx 7$$

**(arredonde para cima)**

# Distribuições de Frequência

Intervalos de Classe	Ponto médio	Frequência absoluta	Frequência Relativa	Freq. Abs. Acumulada	Freq. Rel. Acumulada
150  — 154	$(150+154)/2 = 152$	4	$4 / 40 = 0,100$	4	0,100
154  — 158	156	9	0,225	$4 + 9 = 13$	0,325
158  — 162	160	11	0,275	24	0,600
162  — 166	164	8	0,200	32	0,800
166  — 170	168	5	0,125	37	0,925
170  — 174	172	3	0,075	40	1,000
		40	1		