

Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto



## Aplicação de Fuzzy Sets ao Trânsito de Potência

Diogo Martins  
Inês Trigo Alves

Relatório do Trabalho Prático realizado no âmbito da Unidade Curricular  
Decisão, Otimização e Inteligência Artificial do 4º ano do Ramo de Energia  
do Mestrado em Engenharia Eletrotécnica e de Computadores

Data de Entrega: 19-05-18

# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Apresentação da Rede</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Trânsito de Potências - Modelo DC</b>	<b>4</b>
<b>4</b>	<b>Trânsito de Potências - Modelo AC</b>	<b>7</b>
4.1	Cálculo das fases e módulos das tensões difusos . . . . .	10
4.2	Trânsito de Potência Difuso . . . . .	11
4.2.1	Calculo das derivadas parciais . . . . .	11
4.3	Perdas Difusas . . . . .	15
4.3.1	Perdas Ativas - Resultados . . . . .	15
4.3.2	Perdas Reativas - Resultados . . . . .	16
4.3.3	Correção de Valores . . . . .	16
<b>5</b>	<b>Comparação de resultados entre o modelo AC e DC</b>	<b>18</b>
<b>6</b>	<b>Sobrecargas nas linhas</b>	<b>20</b>
<b>7</b>	<b>Sobre-tensões e sub-tensões</b>	<b>21</b>
<b>8</b>	<b>Conclusão</b>	<b>22</b>

# 1 Introdução

A função principal do Sistema elétrico de Energia é alimentar as cargas da forma mais económica e com os níveis de continuidade e qualidade de serviço sempre a roçar o máximo. Graças aos novos paradigmas da Energia, o Sistema Elétrico de Energia está sujeito a constantes incertezas de consumo, já que as previsões, não passam disso mesmo, e não constantes ao longo do dia e com variações diariamente. É assim, necessário analisar a rede para que a mesma seja capaz de suportar as várias variações. As capacidades nas linhas não podem ser ultrapassadas, bem como, os níveis de tensão não se excedem os regulamentos. Em resposta a estas necessidades, insere-se o algoritmo "Fuzzy Sets" que, partindo dos valores centrais dos trânsitos de Potência Ativa e Reativa, das perdas nos ramos e ainda, das Tensões e desfasamentos nos Barramentos, nos permite obter os mesmos valores para o limite inferior e limite superior do intervalo de variação das Potências Injetadas. Desta forma, é obtido um intervalo de grandezas indicativas das consequências da possível variação dos consumos no SEE.

Foram usados os Softwares Power World e Excel para a realização deste trabalho.

## 2 Apresentação da Rede

A rede em análise é apresentada na figura 1. É necessário fazer a caracterização da rede e analisá-la antes de iniciar qualquer tipo de estudo. É usado o barramento 4 como barramento de referência. Já o barramento 3 será um barramento PV com uma tensão especificada de 1,00 pu. Os restantes barramentos, 1, 2 e 5 serão barramentos PQ. A Potência de base a considerar é 100 MVA.

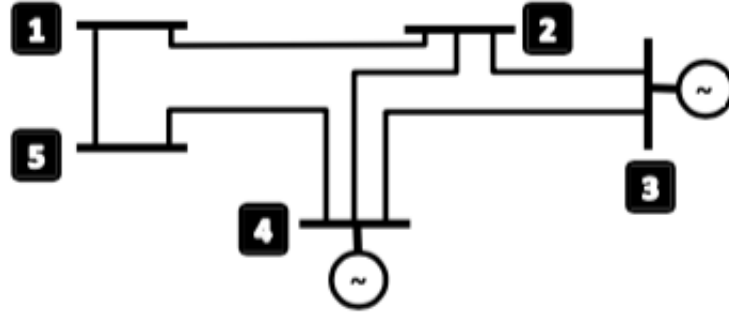


Figura 1: Esquema unifilar da rede em análise

É ainda necessário referir que cada ramo tem a capacidade apresentada na tabela 1.

Nó i	Nó k	Limite (MVA)
1	2	85
1	5	59
2	3	48
2	4	48
3	4	94
4	5	24

Tabela 1: Limites das linhas

A tabela 2, serve para demonstrar a distribuição de Produção e Carga para cada um dos nós, como conjuntos difusos, a partir dos quais se irão efetuar os cálculos.

Nó	$P_i$ (MW)			$Q_i$ (Mvar)		
	Esquerdo	Central	Direito	Esquerdo	Central	Direito
<b>1</b>	-45	-50	-57	-15	-20	-27
<b>2</b>	-94	-100	-105	-35	-40	-45
<b>3</b>	80	110	100	-	-	-
<b>4</b>	-	-	-	-	-	-
<b>5</b>	-47	-50	-53	-21	-25	-28

Tabela 2: Potências ativas e reativas injetadas em cada ramo da rede, organizadas em conjuntos difusos

$$[\Delta \tilde{Z}_{inj}] = [\tilde{Z}_{inj}] - [Z_{inj}]^{ctr} \quad (1)$$

Na tabela 3 são demonstrados os desvios da Potência injetada em cada barramento, calculados a partir da equação 1.

$\Delta P_{inj}$			
Variável	Esquerdo	Central	Direito
$\Delta P1$ (pu)	0,05	0	-0,07
$\Delta P2$ (pu)	0,06	0	-0,05
$\Delta P3$ (pu)	-0,3	0	-0,1
$\Delta P5$ (pu)	0,03	0	-0,03
$\Delta Q1$ (pu)	0	0	0
$\Delta Q2$ (pu)	0	0	0
$\Delta Q5$ (pu)	0,05	0	-0,07

Tabela 3: Desvios das potências ativas e reativas injetadas

### 3 Trânsito de Potências - Modelo DC

Inicialmente implementou-se o algoritmo dos conjuntos difusos ao modelo DC. É de lembrar que este comporta as seguintes considerações:

- Tensões próximas do valor nominal  $V \approx 1pu$ ;
- Resistências e admitâncias à terra desprezáveis;
- Não considera os trânsito de potência reativa;
- Não considera perdas.

Para a implementação do modelo DC começou-se por calcular a matriz B', segundo às equações 2 e 3, eliminou-se a linha e coluna correspondentes ao barramento de referencia e inverteu-se, obtendo-se os resultados apresentados nas tabelas 4 e 5.

É de notar que o barramento de referência escolhido foi o barramento 4.

Pretende-se então realizar um estudo inicial determinístico do Trânsito de Potências para determinar os valores centrais das potências injetadas.

$$B'_{ii} = \sum_{k=1 \neq i}^n \frac{1}{X_{ik}} \quad (2)$$

$$B'_{ik} = -\frac{1}{X_{ik}} \quad (3)$$

	1	2	3	4	5
1	18,75	-12,5	0	0	-6,25
2	-12,5	23,75	-5	-6,25	0
3	0	-5	10	-5	0
4	0	-6,25	-5	16,25	-5
5	-6,25	0	0	-5	11,25

Tabela 4: Matriz B' calculada através das equações 2 e 3 e das reactâncias da rede.

É ainda de notar que a sub-matriz a sombreado corresponde à matriz B' após eliminar a linha e a coluna correspondentes ao barramento 4, barramento de referencia.

	1	2	3	5
1	0,1261	0,0742	0,0371	0,0701
2	0,0742	0,0907	0,0453	0,0412
3	0,0371	0,0453	0,1226	0,0206
5	0,0701	0,0412	0,0206	0,1278

Tabela 5: Matriz B' invertida

Para obter os valores centrais das fases das potências injetadas é agora necessário multiplicar a matriz  $[B]_{inv}'$  (tabela 5) pelo vetor de potências injetadas centrais segundo a equação 4.

Os resultados obtidos encontra-se apresentados na tabela 6.

$$[\Theta]^{ctr} = [B]_{inv}' \times [P_{inj}]^{ctr} \quad (4)$$

Variável	Valor central
$\Theta_1$ (deg)	-0,1315
$\Theta_2$ (deg)	-0,0985
$\Theta_3$ (deg)	0,0607
$\Theta_5$ (deg)	-0,1175

Tabela 6: Valores centrais das fases nos barramentos.

É de notar que, por se tratar do modelo DC, as tensões nos barramentos consideram-se todas iguais a  $1pu$ .

Tendo em conta que, aquando a utilização de números difusos, não é possível calcular os desvios de um conjunto partindo de outros desvios difusos, já que isto implicaria uma incerteza associada, que não corresponderia à realidade. É necessário calcular a partir matriz das sensibilidades. Esta matriz indica a sensibilidade do trânsito de potências, em cada ramo, à variação das potências injetadas nos barramentos.

A matriz foi calculada segundo as equações 5 e 6 cujos resultados se encontram apresentados na tabela 7.

$$[Z] = [B']^{-1} \quad (5)$$

$$A_{ik}^j = \frac{Z_{ij} - Z_{kj}}{X_{ik}} \quad (6)$$

	1	2	3	5
L1-2	0,6494	-0,2061	-0,1030	0,3608
L1-5	0,3505	0,2061	0,1030	-0,3608
L2-3	0,1855	0,2268	-0,3865	0,1030
L2-4	0,4639	0,5670	0,2835	0,2577
L3-4	0,1855	0,2268	0,6134	0,1030
L4-5	-0,3505	-0,2061	-0,1030	-0,6391

Tabela 7: Matriz das Sensibilidades

Obtém-se o valor central do transito de potências em todos os ramos da rede multiplicando a matriz das sensibilidades pelo valor central das potências injetas (equação 7 ).

Os valores obtidos encontram-se na tabela 8

$$[P_{i-k}]^{ctr} = [A] \times [P_{inj}]^{ctr} \quad (7)$$

Variável	Valor central
$P_{1-2}$ (pu)	-0,4124
$P_{1-5}$ (pu)	-0,0876
$P_{2-3}$ (pu)	-0,7964
$P_{2-5}$ (pu)	-0,6160
$P_{3-4}$ (pu)	0,3036
$P_{4-5}$ (pu)	0,5876

Tabela 8: Valores centrais do trânsito de potências nos vários ramos da rede

$$\Delta\Theta = \begin{bmatrix} 0,1262 & 0,0742 & 0,0371 & 0,0701 \\ 0,0742 & 0,0907 & 0,0454 & 0,0412 \\ 0,0371 & 0,0454 & 0,1227 & 0,0206 \\ 0,0701 & 0,0412 & 0,0206 & 0,1278 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -0,07 & 0 & 0,05 \\ -0,05 & 0 & 0,06 \\ -0,3 & 0 & 0,1 \\ -0,03 & 0 & 0,03 \end{bmatrix}$$

Figura 2: Aplicação da equação 8 ao conjunto de dados em estudo.

É de notar a troca de ordem dos desvios esquerdo e direito. Esta deve-se às regras algébricas dos conjuntos difusos.

Aplicando agora a inversa da matriz  $[B]'$  no conjunto difuso dos desvios das potências injetadas (tabela 3), segundo a equação 8, obteve-se os valores apresentados na tabela 9 que correspondem aos desvios das fases nos barramentos em estudo.

$$[\Delta\Theta] = [B]_{inv}' \times [\Delta P_{inj}] \quad (8)$$

Variável	Esquerdo	Central	Direito
$\Delta\tilde{\Theta}_1$ (deg)	-0,0257	0	0,0166
$\Delta\tilde{\Theta}_2$ (deg)	-0,0245	0	0,0149
$\Delta\tilde{\Theta}_3$ (deg)	-0,0422	0	-0,0174
$\Delta\tilde{\Theta}_5$ (deg)	-0,0169	0	0,0119

Tabela 9: Desvios nas fases das tensões nos barramentos

Somando os desvios apresentados na tabela 9 aos valores centrais correspondentes da tabela 6, de acordo com a equação 9 obtemos o conjunto difuso das fases nos barramentos do sistema em estudo. Estes dados encontram-se apresentados na tabela 10

$$[\tilde{\Theta}] = [\Theta]^{crt} + [\Delta\tilde{\Theta}] \quad (9)$$

Variável	Esquerdo	Central	Direito
$\tilde{\Theta}_1$ (deg)	-0,1573	-0,1315	-0,1149
$\tilde{\Theta}_2$ (deg)	-0,1275	-0,0985	-0,0836
$\tilde{\Theta}_3$ (deg)	0,0184	0,0607	0,0781
$\tilde{\Theta}_5$ (deg)	-0,1345	-0,1175	-0,1056

Tabela 10: Valores das fases nos barramentos em conjuntos difuso

De seguida, utilizou-se o mesmo método para se calcular os desvios do trânsito de potência ativa.

Para tal aplicou-se, de novo, a matriz das sensibilidades segundo a equação 10.

Tal como foi referido na figura 2 é necessário respeitar as regras aritméticas dos conjuntos difusos. Teve-se, então, o cuidado de inverter o sentido do vetor difuso dos desvios de potência injeta (tabela 3) caso o seu coeficiente seja negativo. Para tal desdobrou-se a equação 10 em duas situações diferentes:

- Cálculo do limite Esquerdo (equação 11)
- Cálculo do limite Direito (equação 12)

Assim surge a necessidade de dividir a matriz das sensibilidades em duas, uma contendo os coeficientes negativos e outra os coeficientes positivos.

$$[\Delta\tilde{P}_{i-k}] = [A] \times [\Delta\tilde{P}_{inj}] \quad (10)$$

$$[\Delta\tilde{P}_{i-k}]_{\text{Limite Esquerdo}} = [A]^+ \times [\Delta\tilde{P}_{inj}]_{\text{Limite Esquerdo}} + [A]^- \times [\Delta\tilde{P}_{inj}]_{\text{Limite Direito}} \quad (11)$$

$$\left[ \Delta \tilde{P}_{i-k} \right]_{\text{Limite Direito}} = [A]^+ \times \left[ \Delta \tilde{P}_{inj} \right]_{\text{Limite Direito}} + [A]^- \times \left[ \Delta \tilde{P}_{inj} \right]_{\text{Limite Esquerdo}} \quad (12)$$

	1	2	3	5
L1-2	0,6494	-0,2061	-0,1030	0,3608
L1-5	0,3505	0,2061	0,1030	-0,3608
L2-3	0,1855	0,2268	-0,3865	0,1030
L2-4	0,4639	0,5670	0,2835	0,2577
L3-4	0,1855	0,2268	0,6134	0,1030
L4-5	-0,3505	-0,2061	-0,1030	-0,6391

Tabela 11: Matriz das Sensibilidades. É de notar que, nesta representação, os valores a sombreado correspondem à sub-matriz de coeficientes negativos. Por sua vez, os restantes, correspondem à sub-matriz de coeficientes positivos

Após a aplicação desta formulação obtiveram-se os resultados apresentados na tabela 12.

Variável	Esquerdo	Central	Direito
$\Delta P_{1-2}$ (pu)	-0,0789	0	0,0845
$\Delta P_{1-5}$ (pu)	-0,0765	0	0,0510
$\Delta P_{2-3}$ (pu)	-0,0660	0	0,1388
$\Delta P_{2-4}$ (pu)	-0,1536	0	0,0932
$\Delta P_{3-4}$ (pu)	-0,2114	0	0,0873
$\Delta P_{3-5}$ (pu)	0,0873	0	0,0849

Tabela 12: Desvios do trânsito de potência nos ramos.

Por fim somaram-se os desvios apresentados na tabela 12 aos valores centrais correspondentes (tabela 8), de acordo com a equação 13. Obteve-se o conjunto difuso que representa o transito de potências ativas nos ramos do sistema em estudo.

$$\left[ \tilde{P}_{i-k} \right] = [P_{i-k}]^{crt} + \left[ \Delta \tilde{P}_{i-k} \right] \quad (13)$$

Estes resultados são apresentados na tabela 13.

Variável	Esquerdo	Central	Direito
$\Delta P_{1-2}$ (pu)	-0,4913	-0,4123	-0,3278
$\Delta P_{1-5}$ (pu)	-0,1642	-0,0876	-0,0365
$\Delta P_{2-3}$ (pu)	-0,8624	-0,7963	-0,6575
$\Delta P_{2-4}$ (pu)	-0,7695	-0,6159	-0,5226
$\Delta P_{3-4}$ (pu)	0,0921	0,3036	0,3909
$\Delta P_{3-5}$ (pu)	0,5282	0,5876	0,6725

Tabela 13: Trânsito de Potência Ativa em conjuntos difusos

## 4 Trânsito de Potências - Modelo AC

Será agora implementado o modelo AC utilizando números difusos.

Inicialmente realizou-se um estudo de trânsito de potências AC com o auxílio da ferramenta *Power World* onde se resolver o problema a partir dos valores centrais de potência injetada (tabela 2). Obtiveram-se os valores centrais das tensões e fases nos barramentos, bem como transito de potência ativa e reativa nos sentidos  $i \rightarrow k$  e  $k \rightarrow i$  e perdas ativas e reativas nos ramos. Estes podem ser consultados nas tabelas 14, 15 e 16. A rede construída no *Power World* está representada na figura 3.



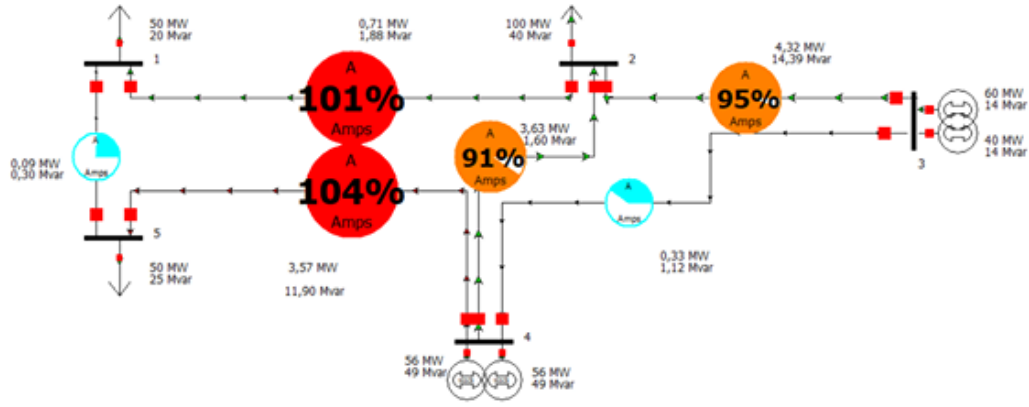


Figura 3: Rede construída no *Power World*

Variável	Valor Central (deg)	Valor central (rad)
$\Theta_1$	-7,77	-0,1356
$\Theta_2$	-5,76	-0,1005
$\Theta_3$	2,83	0,0493
$\Theta_4$	0	0
$\Theta_5$	-6,7	-0,1169

Tabela 14: Valores centrais das fases das tensões, valores centrais dos módulos das tensões, obtidos com o auxílio do *Power World*

Variável	Valor Central (pu)
$V_1$ (pu)	0,8659
$V_2$ (pu)	0,8935
$V_3$ (pu)	1,0000
$V_4$ (pu)	1
$V_5$ (pu)	0,8822

Tabela 15: Valores centrais dos módulos das tensões, obtidos com o auxílio do *Power World*

Ramo	$P_{i-k}$ (MW)	$P_{k-i}$ (MW)	$Q_{i-k}$ (Mvar)	$Q_{k-i}$ (MVAR)	$p_{i-k}$ (MW)	$q_{i-k}$ (Mvar)
L1-2	-39,39	40,1	-14,51	16,39	0,71	1,88
L1-5	-10,61	10,7	-5,44	5,75	0,09	0,3
L2-3	-72,92	77,24	-20,7	35,09	4,34	14,39
L2-4	-67,19	70,81	-35,65	47,24	3,62	11,59
L3-4	22,79	-22,46	-6,22	7,33	0,33	1,12
L4-5	64,27	-60,27	42,61	-30,71	3,57	11,89

Tabela 16: Valores centrais dos trânsitos de potência ativos e reativos, no sentido  $i \rightarrow k$  e  $k \rightarrow i$ , bem como perdas ativas e reativas nos ramos da rede

Com o objetivo de calcular os desvios das fases e módulos das tensões, bem como trânsito de potências ativas e reativas e perdas nos ramos, torna-se necessário linearizar as suas expressões.

É de notar que, devido ao uso de conjuntos difusos, é necessário tomar precauções aquando a realização de operações algébricas. Não se pode fazer depender valores de conjuntos difusos de outros valores de conjuntos difusos, uma vez que isso introduziria um grau de incerteza que nunca se iria verificar. Assim, é necessário calcular cada variável em função dos valores de potência injetada (representados na tabela 2) utilizando, para tal, a matriz Jacobiano (tabela 17) que foi obtida pelo *Power World* e a sua inversa, tabela 18.

Bus Number	Bus Name	Jacobian Equation	Angle Bus 1	Angle Bus 2	Angle Bus 3	Angle Bus 5	Volt Mag 1	Volt Mag 2	Volt Mag 5
1	1	Real Power	12,69	-8,36	-4,32	4,52	-3,89	0	-1,63
2	2	Real Power	-8,59	17,36	0	-3,33	5,37	-1,83	0
3	3	Real Power	0	-4,24	0	0	-0,68	3,75	0
5	5	Real Power	-4,37	0	8,25	-1,48	0	0	2,22
1	1	Reactive Power	-4,92	3,48	1,44	14,19	-9,36	0	-4,9
2	2	Reactive Power	2,88	-6,8	0	-9,91	18,53	-3,87	0
5	5	Reactive Power	1,28	0	-2,96	-5,05	0	0	8,79

Tabela 17: Matriz Jacobiano - Obtida através do *Power World*

	Angle Bus 1	Angle Bus 2	Angle Bus 3	Angle Bus 5	Volt Mag 1	Volt Mag 2	Volt Mag 5
$\Delta\Theta_1$	0,1623	0,0917	0,0408	0,0872	-0,0266	-0,0044	-0,0067
$\Delta\Theta_2$	0,0913	0,1098	0,0510	0,0492	-0,0092	-0,0154	-0,0006
$\Delta\Theta_3$	0,0465	0,0553	0,1366	0,0252	0,0016	-0,0004	0,0032
$\Delta\Theta_5$	0,0862	0,0486	0,0213	0,1575	-0,0106	-0,0005	-0,0297
$\Delta V_1$	0,0656	0,0324	-0,0018	0,0389	0,1450	0,0775	0,0832
$\Delta V_2$	0,0387	0,0379	-0,0021	0,0228	0,0782	0,0905	0,0450
$\Delta V_3$	0,0430	0,0216	0,0002	0,0627	0,0836	0,0450	0,1525
	$\Delta P_1$	$\Delta P_2$	$\Delta P_3$	$\Delta P_5$	$\Delta Q_1$	$\Delta Q_2$	$\Delta Q_5$

Tabela 18: Matriz Jacobiano inversa para o sistema em estudo

As expressões a utilizar para o desenvolvimento do trânsito de potências AC Difuso são apresentadas abaixo:

$$\begin{bmatrix} \Delta\Theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = [J]^{-1} \times \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\Delta\tilde{P}_{ik} = \begin{bmatrix} \frac{\delta P_{ik}}{\delta V_i} & \frac{\delta P_{ik}}{\delta V_k} & \frac{\delta P_{ik}}{\delta \Theta_i} & \frac{\delta P_{ik}}{\delta \Theta_k} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} [J^{-1}]_i^V \\ [J^{-1}]_k^V \\ [J^{-1}]_i^\Theta \\ [J^{-1}]_k^\Theta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\Delta\tilde{P}_{ik} = \begin{bmatrix} \frac{\delta P_{ik}}{\delta V_i} & \frac{\delta P_{ik}}{\delta V_k} & \frac{\delta P_{ik}}{\delta \Theta_i} & \frac{\delta P_{ik}}{\delta \Theta_k} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} [J^{-1}]_i^V \\ [J^{-1}]_k^V \\ [J^{-1}]_i^\Theta \\ [J^{-1}]_k^\Theta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\Delta\tilde{Q}_{ik} = \begin{bmatrix} \frac{\delta Q_{ik}}{\delta V_i} & \frac{\delta Q_{ik}}{\delta V_k} & \frac{\delta Q_{ik}}{\delta \Theta_i} & \frac{\delta Q_{ik}}{\delta \Theta_k} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} [J^{-1}]_i^V \\ [J^{-1}]_k^V \\ [J^{-1}]_i^\Theta \\ [J^{-1}]_k^\Theta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\Delta\tilde{Q}_{ik} = \begin{bmatrix} \frac{\delta Q_{ik}}{\delta V_i} & \frac{\delta Q_{ik}}{\delta V_k} & \frac{\delta Q_{ik}}{\delta \Theta_i} & \frac{\delta Q_{ik}}{\delta \Theta_k} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} [J^{-1}]_i^V \\ [J^{-1}]_k^V \\ [J^{-1}]_i^\Theta \\ [J^{-1}]_k^\Theta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\Delta\tilde{p}_{ik} = \begin{bmatrix} \frac{\delta(P_{ik}+P_{ki})}{\delta V_i} & \frac{\delta(P_{ik}+P_{ki})}{\delta V_k} & \frac{\delta(P_{ik}+P_{ki})}{\delta \Theta_i} & \frac{\delta(P_{ik}+P_{ki})}{\delta \Theta_k} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} [J^{-1}]_i^V \\ [J^{-1}]_k^V \\ [J^{-1}]_i^\Theta \\ [J^{-1}]_k^\Theta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\Delta \tilde{q}_{ik} = \begin{bmatrix} \frac{\delta(Q_{ik}+Q_{ki})}{\delta V_i} & \frac{\delta(Q_{ik}+Q_{ki})}{\delta V_k} & \frac{\delta(Q_{ik}+Q_{ki})}{\delta \Theta_i} & \frac{\delta(Q_{ik}+Q_{ki})}{\delta \Theta_k} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} [J^{-1}]_i^V \\ [J^{-1}]_k^V \\ [J^{-1}]_i^\Theta \\ [J^{-1}]_k^\Theta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \tilde{\Delta P} \\ \tilde{\Delta Q} \end{bmatrix} \quad (20)$$

Onde:

$$\begin{cases} P_{ik} = \frac{R \times V_i^2 - R \times V_i \times V_k \times \cos(\Theta_{ik}) + X \times V_i \times V_k \times \sin(\Theta_{ik})}{R^2 + X^2} \\ Q_{ik} = \frac{X \times V_i^2 - X \times V_i \times V_k \times \cos(\Theta_{ik}) - R \times V_i \times V_k \times \sin(\Theta_{ik})}{R^2 + X^2} \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} P_{ki} = \frac{R \times V_k^2 - R \times V_k \times V_i \times \cos(\Theta_{ik}) - X \times V_k \times V_i \times \sin(\Theta_{ik})}{R^2 + X^2} \\ Q_{ki} = \frac{X \times V_k^2 - X \times V_k \times V_i \times \cos(\Theta_{ik}) + R \times V_k \times V_i \times \sin(\Theta_{ik})}{R^2 + X^2} \end{cases} \quad (22)$$

É ainda importante referir algumas considerações em relação às equações acima apresentadas:

- As operações serão realizadas com conjuntos difusos, pelo que é necessário respeitar as suas regras algébricas. Para tal é necessário ter em atenção o valor do coeficiente resultante da multiplicação das matrizes das derivadas parciais e das linhas do Jacobiano. Se este for negativo é necessário inverter a ordem de multiplicação no vetor difuso.

Será utilizado o mesmo método utilizado no transito de potências DC, dividindo a matriz do inverso do Jacobiano em duas: uma correspondente aos coeficientes positivos e outra correspondente aos coeficientes negativos.

- Nas equações 15, 16, 17, 18, 19 e 20 as sub-matrizes  $[J^{-1}]_i^V$  e  $[J^{-1}]_i^\Theta$  correspondem à linha do Jacobiano (tabela 18) referente ao módulo e fase da tensão no nó  $i$ .

Utilizando as equações 14 a 22, é então possível calcular os desvios difusos dos trânsito de potência.

#### 4.1 Cálculo das fases e módulos das tensões difusos

Os valores dos desvios das fases e módulos das tensões nos barramentos da rede podem ser calculados aplicando a equação 14.

Os resultados encontram-se apresentados na tabela 20.

Variáveis	Valor Central
$\Theta_1$	-0,1356
$\Theta_2$	-0,1005
$\Theta_3$	0,0494
$\Theta_5$	-0,1169
$V_1$	0,8659
$V_2$	0,8935
$V_5$	0,8823

Tabela 19: Valores centrais das fases e módulos das tensões.

Variável	Esquerdo	Central	Direito
$\Delta \Theta_1$	-0,3263	0	0,0226
$\Delta \Theta_2$	-0,0298	0	0,0192
$\Delta \Theta_3$	-0,0489	0	0,0202
$\Delta \Theta_5$	-0,0213	0	0,0157
$\Delta V_1$	-0,0240	0	-0,0103
$\Delta V_2$	-0,0168	0	0,0157
$\Delta V_5$	-0,0187	0	0,0178

Tabela 20: Desvios obtidos das fases e módulos das tensões

Aplicando a equação 23 obtiveram-se os valores difusos para as fases e módulos das tensões, cujos resultados podem ser consulados na tabela 21.

É ainda de notar que os valores centrais considerados foram obtidos através da realização do transito de potências AC com o auxílio do *Power World*.

$$\begin{bmatrix} \tilde{\Theta} \\ \tilde{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Theta \\ V \end{bmatrix}^{ctr} + \begin{bmatrix} \tilde{\Delta \Theta} \\ \tilde{\Delta V} \end{bmatrix} \quad (23)$$

Variável	Esquerdo	Central	Direito
$\Delta\Theta_1$	-0,1682	-0,1356	-0,1130
$\Delta\Theta_2$	-0,1304	-0,1005	-0,0813
$\Delta\Theta_3$	0,0005	0,0493	0,0697
$\Delta\Theta_5$	-0,1382	-0,1169	-0,1012
$\Delta V_1$	0,8418	0,8659	0,8555
$\Delta V_2$	0,8766	0,8935	0,9093
$\Delta V_5$	0,8635	0,8822	0,9001

Tabela 21: Conjunto difuso das fases e das tensões nos barramentos

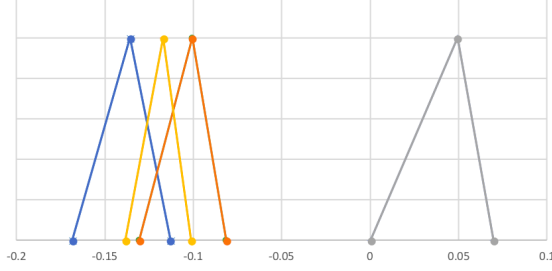


Figura 4: Fases das tensões nos barramentos

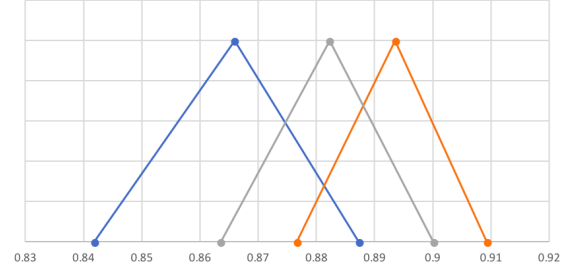


Figura 5: Módulos das tensões nos barramentos

## 4.2 Trânsito de Potência Difuso

Antes de calcular o trânsito de Potências nas linhas é necessário calcular a matriz das admitâncias (tabela 22), assim como as derivadas parciais do trânsito de potência ativo e reativo em ambos os sentidos.

Name	Bus 1	Bus 2	Bus 3	Bus 4	Bus 5
1	5,89-16,65i	-4,11+10,96i	0	0	-1,78+5,69i
2	-4,11+10,96i	7,27-21,24i	-1,38+4,59i	-1,78+5,69i	0
3	0	-1,38+4,59i	2,75-9,17i	-1,38+4,59i	0
4	0	-1,78+5,69i	-1,38+4,59i	4,53-14,87i	-1,38+4,59i
5	-1,78+5,69i	0	0	-1,38+4,59i	3,16-10,28i

Tabela 22: Matriz das admitâncias do sistema em estudo, obtida através do *Power World*

### 4.2.1 Calculo das derivadas parciais

Para calcular as derivadas parciais do trânsito de potência ativo no sentido  $i \rightarrow k$  foram utilizadas as seguintes expressões:

$$\frac{\delta P_{ik}}{\delta V_i} = -2 \times G_{ik} \times V_i + V_k \times (G_{ik} \times \cos(\Theta_{ik}) + B_{ik} \times \sin(\Theta_{ik})) \quad (24)$$

$$\frac{\delta P_{ik}}{\delta V_k} = V_i \times (G_{ik} \times \cos(\Theta_{ik}) + B_{ik} \times \sin(\Theta_{ik})) \quad (25)$$

$$\frac{\delta P_{ik}}{\delta \Theta_i} = V_i \times V_k \times (-G_{ik} \times \sin(\Theta_{ik}) + B_{ik} \times \cos(\Theta_{ik})) \quad (26)$$

$$\frac{\delta P_{ik}}{\delta \Theta_k} = -\frac{\delta P_{ik}}{\delta \Theta_i} \quad (27)$$

Para calcular as derivadas parciais do trânsito de potências reativo no sentido  $i \rightarrow k$  foram utilizadas as seguintes expressões:

$$\frac{\delta Q_{ik}}{\delta V_i} = 2 \times B_{ik} \times V_i + V_k \times (G_{ik} \times \sin(\Theta_{ik}) - B_{ik} \times \cos(\Theta_{ik})) \quad (28)$$

$$\frac{\delta Q_{ik}}{\delta V_k} = V_i \times (G_{ik} \times \sin(\Theta_{ik}) - B_{ik} \times \cos(\Theta_{ik})) \quad (29)$$

$$\frac{\delta Q_{ik}}{\delta \Theta_i} = V_i \times V_k \times (G_{ik} \times \cos(\Theta_{ik}) + B_{ik} \times \sin(\Theta_{ik})) \quad (30)$$

$$\frac{\delta Q_{ik}}{\delta \Theta_k} = -\frac{\delta Q_{ik}}{\delta \Theta_i} \quad (31)$$

Para calcular as derivadas parciais do transito de potências ativas e reativas no sentido  $k \rightarrow i$  utilizou-se o mesmo processo. As derivadas parciais calculadas encontram-se apresentadas nas tabelas 23, 24, 25 e 26.

i	k	$\frac{\delta P_{i-k}}{\delta V_i}$	$\frac{\delta P_{i-k}}{\delta V_k}$	$\frac{\delta P_{i-k}}{\delta \Theta_i}$	$\frac{\delta P_{i-k}}{\delta \Theta_k}$
1	2	3,7911	-3,2238	8,5861	-8,5861
1	5	1,6062	-1,4490	4,3715	-4,3715
2	3	1,7221	-0,6647	4,2220	-4,2220
2	4	1,5161	-1,4874	5,0881	-5,0881
3	4	1,1551	-1,6049	4,5164	-4,5164
4	5	1,0783	-1,9060	3,8798	-3,8798

Tabela 23: Derivadas parciais do trânsito de potência ativa no sentido  $i \rightarrow k$

i	k	$\frac{\delta P_{i-k}}{\delta V_i}$	$\frac{\delta P_{i-k}}{\delta V_k}$	$\frac{\delta P_{i-k}}{\delta \Theta_i}$	$\frac{\delta P_{i-k}}{\delta \Theta_k}$
1	2	28,6388	-9,6093	-2,8805	2,8805
1	5	14,8438	-4,8973	-1,2784	1,2784
2	3	12,7153	-3,8710	-0,6647	0,6647
2	4	16,3698	-4,8988	-1,4687	1,4687
3	4	13,8328	-4,6526	-1,6049	1,6049
4	5	13,3439	-4,7196	-1,6816	1,6816

Tabela 25: Derivadas parciais do trânsito de potência reativa no sentido  $i \rightarrow k$

i	k	$\frac{\delta P_{i-k}}{\delta V_i}$	$\frac{\delta P_{i-k}}{\delta V_k}$	$\frac{\delta P_{i-k}}{\delta \Theta_i}$	$\frac{\delta P_{i-k}}{\delta \Theta_k}$
2	1	4,120	-3,2876	8,5861	-8,5861
5	1	1,5077	-1,6638	4,3207	-4,3207
3	2	0,9282	-2,0501	3,8711	-3,8711
4	2	1,4673	-2,3420	4,8988	-4,8988
4	3	1,6083	-1,1516	4,6526	-4,6526
5	4	1,5999	-0,7367	4,1639	-4,1639

Tabela 24: Derivadas parciais do trânsito de potência ativa no sentido  $k \rightarrow i$

i	k	$\frac{\delta P_{i-k}}{\delta V_i}$	$\frac{\delta P_{i-k}}{\delta V_k}$	$\frac{\delta P_{i-k}}{\delta \Theta_i}$	$\frac{\delta P_{i-k}}{\delta \Theta_k}$
2	1	28,9456	-9,9157	-2,8805	2,8805
5	1	14,9949	-4,9898	-1,4407	1,4407
3	2	13,4196	-4,3325	-1,8318	1,8318
4	2	15,8799	-5,4826	-2,0926	2,0926
4	3	13,6964	-4,6525	-1,1517	1,1517
5	4	12,4967	-4,1639	-0,8350	0,8350

Tabela 26: Derivadas parciais do trânsito de potência reativa no sentido  $k \rightarrow i$

É agora possível considerar a existência de uma matriz de sensibilidades, para cada trânsito de potencia. Esta resultará da multiplicação do vetor das derivadas parciais dos trânsitos de potência pelos elementos da matriz inversa da matriz do Jacobiano correspondentes. Estes cálculos estão explícitos pelas equações 32 e 33.

Esta operação terá de ser repetida para ambos sentidos do trânsito de potências. Os resultados desta operação estão apresentados nas tabelas 27, 28, 17 e 35.

$$[B]^{P_{ik}} = \begin{bmatrix} \frac{\delta P_{ik}}{\delta V_i} & \frac{\delta P_{ik}}{\delta V_k} & \frac{\delta P_{ik}}{\delta \Theta_i} & \frac{\delta P_{ik}}{\delta \Theta_k} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} [J^{-1}]_i^V \\ [J^{-1}]_k^V \\ [J^{-1}]_i^\Theta \\ [J^{-1}]_k^\Theta \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$[B]^{P_{ik}} = \begin{bmatrix} \frac{\delta P_{ik}}{\delta V_i} & \frac{\delta P_{ik}}{\delta V_k} & \frac{\delta P_{ik}}{\delta \Theta_i} & \frac{\delta P_{ik}}{\delta \Theta_k} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} [J^{-1}]_i^V \\ [J^{-1}]_k^V \\ [J^{-1}]_i^\Theta \\ [J^{-1}]_k^\Theta \end{bmatrix} \quad (33)$$

i	k	$\Delta P_1$ (pu)	$\Delta P_2$ (pu)	$\Delta P_3$ (pu)	$\Delta P_5$ (pu)	$\Delta Q_1$ (pu)	$\Delta Q_2$ (pu)	$\Delta Q_5$ (pu)
1	2	0,7336	-0,1544	-0,0871	0,4004	0,1481	0,0964	0,1175
1	5	0,3758	0,29718	0,1262	-0,5278	0,0105	0,0151	-0,0215
2	3	0,2557	0,2955	-0,3653	0,1404	0,0891	0,09260	0,0616
2	4	0,5231	0,6162	0,2561	0,2847	0,0719	0,0588	0,0651
3	4	0,2099	0,2496	0,6170	0,1138	0,0072	-0,0019	0,0142
4	5	-0,4163	-0,2297	-0,0827	-0,7305	-0,1184	-0,0836	-0,1755

Tabela 27: Matriz das sensibilidades para o trânsito de potências ativas no sentido  $i \rightarrow k$

i	k	$\Delta P_1$ (pu)	$\Delta P_2$ (pu)	$\Delta P_3$ (pu)	$\Delta P_5$ (pu)	$\Delta Q_1$ (pu)	$\Delta Q_2$ (pu)	$\Delta Q_5$ (pu)
2	1	-0,6658	0,20484	0,0842	-0,3604	-0,0050	0,0237	-0,0352
5	1	-0,3732	-0,2077	-0,0813	0,3335	-0,0460	-0,0443	-0,0075
3	2	-0,2527	-0,2888	0,3359	-0,1395	-0,1185	-0,1275	-0,0777
4	2	-0,5378	-0,6267	-0,2447	-0,2942	-0,1382	-0,1364	-0,1024
4	3	-0,2163	-0,2571	-0,6357	-0,1172	-0,007	0,002	-0,0146
5	4	0,4276	0,2369	0,0887	0,7561	0,0897	0,0697	0,1204

Tabela 28: Matriz das sensibilidades para o trânsito de potências ativas no sentido  $k \rightarrow i$

i	k	$\Delta P_1$ (pu)	$\Delta P_2$ (pu)	$\Delta P_3$ (pu)	$\Delta P_5$ (pu)	$\Delta Q_1$ (pu)	$\Delta Q_2$ (pu)	$\Delta Q_5$ (pu)
1	2	1,3009	0,6164	-0,0032	0,7845	3,4519	1,3194	1,9674
1	5	0,66514	0,3203	-0,0531	0,3595	1,7634	0,9356	0,4583
2	3	0,4628	0,4459	0,0299	0,2738	1,0010	1,1608	0,5747
2	4	0,5001	0,4595	-0,1096	0,3008	1,2929	1,5043	0,7375
3	4	-0,0746	-0,0887	-0,2192	-0,0404	-0,0025	0,0006	-0,0050
4	5	-0,0582	-0,0204	0,0350	-0,0309	-0,4124	-0,2133	-0,7698

Tabela 29: Matriz das sensibilidades para o trânsito de potências reativas no sentido  $i \rightarrow k$

i	k	$\Delta P_1$ (pu)	$\Delta P_2$ (pu)	$\Delta P_3$ (pu)	$\Delta P_5$ (pu)	$\Delta Q_1$ (pu)	$\Delta Q_2$ (pu)	$\Delta Q_5$ (pu)
2	1	0,6759	0,7241	-0,0723	0,3838	0,7744	1,8826	0,4601
5	1	0,4280	0,2247	0,0397	0,6445	0,5072	0,2824	1,9052
3	2	-0,0858	-0,0644	-0,1477	-0,0548	-0,3583	-0,4196	-0,2018
4	2	-0,0214	0,0218	0,1183	-0,0220	-0,4477	-0,5285	-0,2479
4	3	0,0535	0,0636	0,1573	0,0290	0,0018	-0,00049	0,0036
5	4	0,4660	0,2298	-0,0158	0,6516	1,0538	0,5629	1,9309

Tabela 30: Matriz das sensibilidades para o trânsito de potências reativas no sentido  $k \rightarrow i$

Depois de calculadas as matrizes de sensibilidades é então possível calcular os desvio dos trânsito de potências ativa e reativa, nos dois sentidos.

Será, mais uma vez, necessário dividir a matriz das sensibilidades em duas sub-matrizes: uma com os coeficientes positivos da matriz de sensibilidades e outra para os coeficientes negativos.

Os desvios serão calculados aplicando as equações 34, 35, 36 e 37.

$$[\Delta P_{ik}]^{Lim.Esq} = [A]^{P_{ik+}} \times \left[ \frac{\tilde{\Delta P}}{\Delta Q} \right]^{Lim.Esq} + [A]^{P_{ik-}} \times \left[ \frac{\tilde{\Delta P}}{\Delta Q} \right]^{Lim.Dir} \quad (34)$$

$$[\Delta P_{ik}]^{Lim.Dir} = [A]^{P_{ik+}} \times \left[ \frac{\tilde{\Delta P}}{\Delta Q} \right]^{Lim.Dir} + [A]^{P_{ik-}} \times \left[ \frac{\tilde{\Delta P}}{\Delta Q} \right]^{Lim.Esq} \quad (35)$$

$$[\Delta Q_{ik}]^{Lim.Esq} = [A]^{Q_{ik}^+} \times \begin{bmatrix} \tilde{\Delta P} \\ \Delta Q \end{bmatrix}^{Lim.Esq} + [A]^{Q_{ik}^-} \times \begin{bmatrix} \tilde{\Delta P} \\ \Delta Q \end{bmatrix}^{Lim.Dir} \quad (36)$$

$$[\Delta Q_{ik}]^{Lim.Dir} = [A]^{Q_{ik}^+} \times \begin{bmatrix} \tilde{\Delta P} \\ \Delta Q \end{bmatrix}^{Lim.Dir} + [A]^{Q_{ik}^-} \times \begin{bmatrix} \tilde{\Delta P} \\ \Delta Q \end{bmatrix}^{Lim.Esq} \quad (37)$$

Aplicando as equações acima, é possível obter os resultados apresentados nas tabelas 31 e 32.

Linha ik		$P_{ik}$			$P_{ki}$		
		Esquerdo	Central	Direito	Esquerdo	Central	Direito
1	2	-0,1001	0	0,0995	-0,0825	0	0,0807
1	5	-0,0972	0	0,0670	-0,0541	0	0,0766
2	3	-0,0861	0	0,1559	-0,1504	0	0,0869
2	4	-0,1627	0	0,1064	-0,1156	0	0,1708
3	4	-0,2168	0	0,0916	-0,0944	0	0,2233
4	5	-0,0819	0	0,1051	-0,1045	0	0,0800

Tabela 31: Desvios de potências ativas nos ramos em ambos os sentidos

Linha ik		$Q_{ik}$			$Q_{ki}$		
		Esquerdo	Central	Direito	Esquerdo	Central	Direito
1	2	-0,5124	0	0,4438	-0,2644	0	0,2617
1	5	-0,2627	0	0,2325	-0,1792	0	0,1739
2	3	-0,2173	0	0,1922	-0,0715	0	0,1073
2	4	-0,2658	0	0,2639	-0,0970	0	0,0805
3	4	-0,0326	0	0,0770	-0,0553	0	0,0234
4	5	-0,0777	0	0,0722	-0,2251	0	0,2195

Tabela 32: Desvios de potências ativas nos ramos em ambos os sentidos

Por fim, é possível calcular os valores finais dos trânsito de potencias ativa e reativa, nos dois sentidos, aplicando as equações 38 e 39.

$$[\tilde{P}_{ik}] = [P_{ik}]^{crt} + [\Delta \tilde{P}_{ik}] \quad (38)$$

$$[\tilde{Q}_{ik}] = [Q_{ik}]^{crt} + [\Delta \tilde{Q}_{ik}] \quad (39)$$

Linha ik		$P_{ik}$			$P_{ki}$		
		Esquerdo	Central	Direito	Esquerdo	Central	Direito
1	2	-0,4940	-0,3939	-0,2944	0,3185	0,401	0,4817
1	5	-0,2033	-0,1061	-0,0391	0,0529	0,107	0,1836
2	3	-0,8153	-0,7292	-0,5733	0,6220	0,7724	0,8593
2	4	-0,8346	-0,6719	-0,5655	0,5925	0,7081	0,8789
3	4	0,0111	0,2279	0,3195	-0,3190	-0,2246	-0,0013
4	5	0,5608	0,6427	0,7478	-0,7072	-0,6027	-0,5227

Tabela 33: Conjunto difuso das potências ativas em ambos os sentidos

Linha ik		$Q_{ik}$			$Q_{ki}$		
		Esquerdo	Central	Direito	Esquerdo	Central	Direito
1	2	-0,6574	-0,1451	0,2987	-0,1005	0,1639	0,4256
1	5	-0,3170	-0,0544	0,1781	-0,1217	0,0575	0,2314
2	3	-0,4242	-0,207	-0,0148	0,2794	0,3509	0,4582
2	4	-0,6223	-0,3565	-0,0926	0,3754	0,4724	0,5529
3	4	-0,0947	-0,0622	0,0148	0,0180	0,0733	0,0967
4	5	0,3484	0,4261	0,4982	-0,5322	-0,3071	-0,0876

Tabela 34: Conjunto difuso das potências reativas em ambos os sentidos

### 4.3 Perdas Difusas

Iremos agora determinar as perdas difusas do trânsito de potências. Para tal tem que se calcular a matriz das sensibilidades para perdas ativas e reativas. Está resultará da soma das matrizes de sensibilidades  $[A]_{P_{ik}}$  (tabela 27) e  $[A]_{P_{ki}}$  (tabela 28), para as perdas ativas.

Para o cálculo das perdas reativas será realizado o cálculo homólogo para as matrizes de sensibilidades referentes ao transito de potências reativo (tabela 29 e tabela 30).

Seguindo a o método utilizado anteriormente, esta matriz será também dividida em duas: uma com os coeficientes positivos e outra com os negativos. Para tal serão utilizadas as seguintes equações:

1. Para as perdas ativas:

$$[\Delta pik]^{Lim.Esq} = [A]^{pik+} \times \left[ \frac{\tilde{\Delta P}}{\Delta Q} \right]^{Lim.Esq} + [A]^{pik-} \times \left[ \frac{\tilde{\Delta P}}{\Delta Q} \right]^{Lim.Dir} \quad (40)$$

$$[\Delta pik]^{Lim.Dir} = [A]^{pik+} \times \left[ \frac{\tilde{\Delta P}}{\Delta Q} \right]^{Lim.Dir} + [A]^{pik-} \times \left[ \frac{\tilde{\Delta P}}{\Delta Q} \right]^{Lim.Esq} \quad (41)$$

2. Para as perdas reativas:

$$[\Delta qik]^{Lim.Esq} = [A]^{qik+} \times \left[ \frac{\tilde{\Delta P}}{\Delta Q} \right]^{Lim.Esq} + [A]^{qik-} \times \left[ \frac{\tilde{\Delta P}}{\Delta Q} \right]^{Lim.Dir} \quad (42)$$

$$[\Delta qik]^{Lim.Dir} = [A]^{qik+} \times \left[ \frac{\tilde{\Delta P}}{\Delta Q} \right]^{Lim.Dir} + [A]^{qik-} \times \left[ \frac{\tilde{\Delta P}}{\Delta Q} \right]^{Lim.Esq} \quad (43)$$

#### 4.3.1 Perdas Ativas - Resultados

Os resultados da implementação das equações 40 e 41 encontram-se na tabela 36.

i	k	$\Delta P_1$ (pu)	$\Delta P_2$ (pu)	$\Delta P_3$ (pu)	$\Delta P_5$ (pu)	$\Delta Q_1$ (pu)	$\Delta Q_2$ (pu)	$\Delta Q_5$ (pu)
1	2	0,0678	0,0504	-0,0028	0,0400	0,1431	0,1202	0,0822
1	5	0,0026	0,0894	0,0449	-0,1942	-0,0355	-0,0292	-0,0291
2	3	0,0030	0,0067	-0,0294	0,0009	-0,0294	-0,0349	-0,0161
2	4	-0,0147	-0,0105	0,0114	-0,0095	-0,0663	-0,0777	-0,0373
3	4	-0,0063	-0,0075	-0,0186	-0,0034	-0,0002	0,0001	-0,0004
4	5	0,0113	0,0072	0,0060	0,0256	-0,0286	-0,0139	-0,0551

Tabela 35: Matriz das sensibilidades para as perdas ativas

Depois de calcular os desvios difusos, basta soma-los aos valores centrais das perdas ativas, retirados do *Power World*, e obtêm-se os valores finais, de acordo com a equação 44.

$$[\tilde{p}_{i \rightarrow k}] = [p_{i \rightarrow k}]^{ctr} + [\Delta \tilde{p}_{i \rightarrow k}] \quad (44)$$



Os resultados finais das perdas estão disponíveis na tabela 37.

Linha ik		$\Delta \tilde{p}_{ik}$		
		Esquerdo	Central	Direito
1	2	-0,0272	0	0,0249
1	5	-0,0284	0	0,0206
2	3	-0,0074	0	0,0137
2	4	-0,0138	0	0,0126
3	4	-0,0028	0	0,0065
4	5	-0,0080	0	0,0067

Tabela 36: Desvios das perdas ativas nos ramos

Linha ik		$\tilde{p}_{ik}$		
		Esquerdo	Central	Direito
1	2	-0,0201	0,0071	0,0320
1	5	-0,0275	0,0009	0,0215
2	3	0,0358	0,0432	0,0569
2	4	0,0224	0,0362	0,0488
3	4	0,0005	0,0033	0,0098
4	5	0,0277	0,0357	0,0424

Tabela 37: Conjunto difuso das perdas ativas nos ramos

#### 4.3.2 Perdas Reativas - Resultados

Os resultados da implementação das equações 42 e 43 encontram-se na tabela 39.

i	k	$\Delta P_1$ (pu)	$\Delta P_2$ (pu)	$\Delta P_3$ (pu)	$\Delta P_5$ (pu)	$\Delta Q_1$ (pu)	$\Delta Q_2$ (pu)	$\Delta Q_5$ (pu)
1	2	1,977	1,341	-0,076	1,168	4,226	3,202	2,428
1	5	1,093	0,545	-0,013	1,004	2,271	1,218	2,364
2	3	0,377	0,382	-0,118	0,219	0,643	0,741	0,373
2	4	0,479	0,481	0,009	0,279	0,845	0,976	0,490
3	4	-0,021	-0,025	-0,062	-0,011	-0,001	0,000	-0,001
4	5	0,408	0,209	0,019	0,621	0,641	0,350	1,161

Tabela 38: Matriz das sensibilidades para as perdas reativas

Depois de calcular os desvios difusos, basta soma-los aos valores centrais das perdas reativas, retirados do *Power World*, e obtêm-se os valores finais, de acordo com a equação 45.

$$[\tilde{q}_{i \rightarrow k}] = [q_{i \rightarrow k}]^{ctr} + [\Delta \tilde{q}_{i \rightarrow k}] \quad (45)$$

Os resultados finais das perdas estão disponíveis na tabela 40.

Linha ik		$\Delta \tilde{q}_{ik}$		
		Esquerdo	Central	Direito
1	2	-0,7768	0	0,7055
1	5	-0,4260	0	0,3905
2	3	-0,1570	0	0,1677
2	4	-0,1912	0	0,1726
3	4	-0,0091	0	0,0217
4	5	-0,1606	0	0,1494

Tabela 39: Desvios das perdas reativas nos ramos

Linha ik		$\tilde{q}_{ik}$		
		Esquerdo	Central	Direito
1	2	-0,7580	0,0188	0,7243
1	5	-0,4230	0,003	0,3935
2	3	-0,0132	0,1439	0,3116
2	4	-0,0753	0,1159	0,2885
3	4	0,0020	0,0112	0,0329
4	5	-0,0417	0,1189	0,2683

Tabela 40: Conjunto difuso das perdas reativas nos ramos

#### 4.3.3 Correção de Valores

Analisando os valores das tabelas 37 e 40 verifica-se que:

- O valor de perdas ativas (tabela 37) nas linhas **1-2** e **1-5** é negativo. Ora, tal não é fisicamente possível. O seu valor terá que ser corrigido.
- Do mesmo modo, o valor de perdas reativas (tabela 40) nas linhas **1-2**, **1-5**, **2-3**, **2-4**, **4-5** e **1-5**. Embora perdas reativas negativas sejam possíveis de ocorrer, a rede em análise não comporta as condições necessárias para a ocorrência de perdas negativas. O seu valor também terá que ser corrigido.

A solução mais simples de correção de perdas passaria por considerar que os valores que são negativos passam a nulos. Irá, no entanto, ser utilizado outro método corretivo. Este consiste nos seguintes passos:

1. Identificar as valores de perdas negativas bem como os ramos em que tal ocorre. É de notar que estes encontram-se assinalados a vermelho nas tabelas 37 e 40;
2. Para cada um dos casos que as perdas são negativas é necessário:
  - (a) Selecionar os limites esquerdos dos conjuntos difusos dos desvios das potências injetadas nos barramentos, caso os coeficientes da matriz das sensibilidades correspondentes sejam positivos.
  - (b) Selecionar os limites direitos dos conjuntos difusos dos desvios das potências injetadas nos barramentos, caso os coeficientes da matriz das sensibilidades correspondentes sejam negativos.
3. Somar esses desvios ao valor central das potências injetadas, obtendo assim um novo conjunto de potências injetadas;
4. Realizar um novo trânsito de potências determinístico com o auxílio do *Power World* e identificar o novo valor de perdas.

	<b>Linha 1-2</b>	<b>Linha 1-5</b>
$P_{inj}$ (Nova)	Central'	Central'
$P_1$ (pu)	-0,57	-0,57
$P_2$ (pu)	-1,05	-1,05
$P_3$ (pu)	1,2	1,2
$P_5$ (pu)	-0,53	-0,53
$P_1$ (pu)	-0,27	-0,27
$P_2$ (pu)	-0,45	-0,45
$P_5$ (pu)	-0,28	-0,28

Tabela 41: Valores centrais corrigidos da produção no barramento 3 e carga nos restantes.

Perdas Ativas	Esquerdo	Central	Direito
Linha 1-2	0,0103	0,0071	0,0320
Linha 1-5	0,0014	0,0009	0,0215

Tabela 42: Conjunto difuso de perdas no ramo 1-2 e 1-5. É de notar que estes foram obtidos através da realização de um trânsito de potências AC determinístico realizado com o auxílio do *Power World*

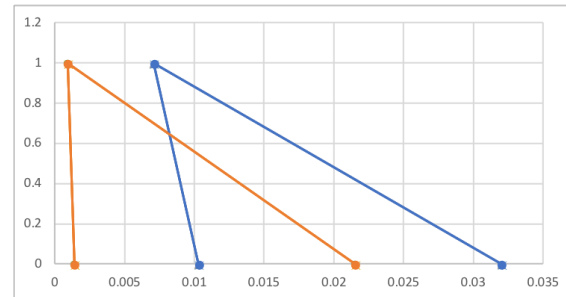


Figura 6: Representação gráfica das perdas ativas

Pela análise da tabela 42 e figura 6 verifica-se que o valor esquerdo do conjunto difuso de perdas é ligeiramente superior ao seu valor central. Isto deve-se ao facto de a combinação utilizada para calcular o novo valor de perdas não corresponder à combinação que conduz às perdas mínimas.

Para as perdas reativas repetiu-se o mesmo método e obteve-se:

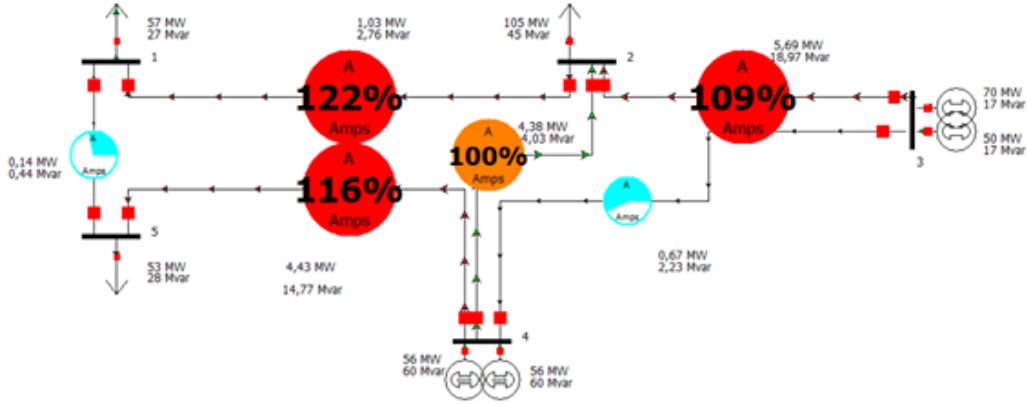


Figura 7: Rede construída no *Power World* para correção de perdas

	Linha 1-2	Linha 1-5	Linha 2-3	Linha 2-4	Linha 4-5
Pinj(Nova)	Central'	Central'	Central'	Central'	Central'
$P_1$ (pu)	-0,57	-0,57	-0,57	-0,57	-0,57
$P_2$ (pu)	-1,05	-1,05	-1,05	-1,05	-1,05
$P_3$ (pu)	1,2	1,2	1,2	0,8	0,8
$P_5$ (pu)	-0,53	-0,53	-0,53	-0,53	-0,53
$Q_1$ (pu)	-0,27	-0,27	-0,27	-0,27	-0,27
$Q_2$ (pu)	-0,45	-0,45	-0,45	-0,45	-0,45
$Q_5$ (pu)	-0,28	-0,28	-0,28	-0,28	-0,28

Tabela 43: Valores centrais corrigidos da produção no barramento 3 e carga nos restantes.

É de notar que para obter o conjunto difuso das perdas reativas será necessário realizar dois transito de potência distintos: uma para descobrir o conjunto difuso de perdas para as linhas 1-2, 1-5 e 2- e outra para o conjunto difuso de perdas para as linhas 2-4, 4-5

Perdas Ativas	Esquerdo	Central	Direito
Linha 1-2	0,0103	0,0071	0,0320
Linha 1-5	0,0014	0,0009	0,0215
Linha 2-3	0,1897	0,1439	0,3116
Linha 2-4	0,0010	0,1159	0,2885
Linha 4-5	0,1566	0,1189	0,2683

Tabela 44: Conjunto difuso de perdas reativas

## 5 Comparação de resultados entre o modelo AC e DC

Tem-se agora como objetivo a comparação entre os resultados do trânsito de potencia realizado com o modelo DC e AC. Esta será realiza a nível da fase da tensão nos barramentos e a nível do trânsito de potências ativo. Não serão comparados os módulos das tensões uma vez que o modelo DC considera que estes são todos iguais a  $1pu$  nem os trânsitos de potência reativa ou perdas, já que o modelo DC não os considera.

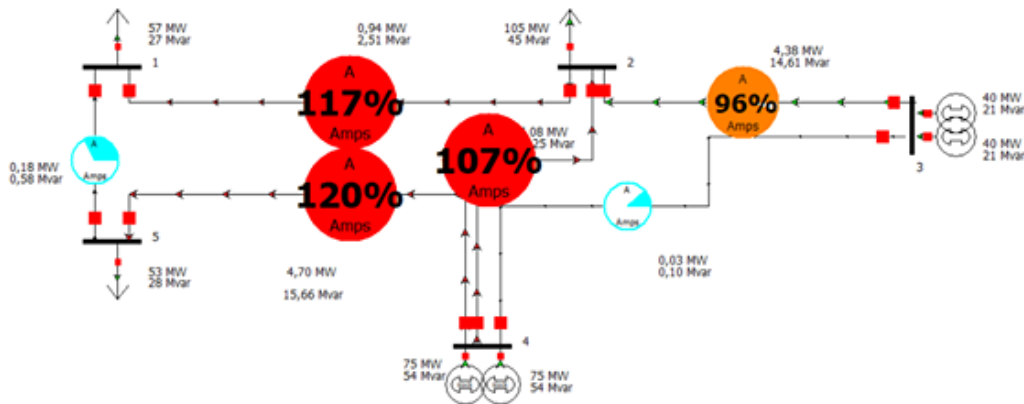


Figura 8: Rede construída no *Power World* para correção de perdas

Fases das Tensões (rad) - Modelo DC			
$\Theta_1$	1,09%	0,41%	-0,20%
$\Theta_2$	0,73%	0,20%	-0,23%
$\Theta_3$	1,80%	1,13%	0,85%
$\Theta_5$	0,37%	-0,06%	-0,44%

Tabela 45: Diferenças entre as fases obtidas por cada um dos métodos, em percentagem.

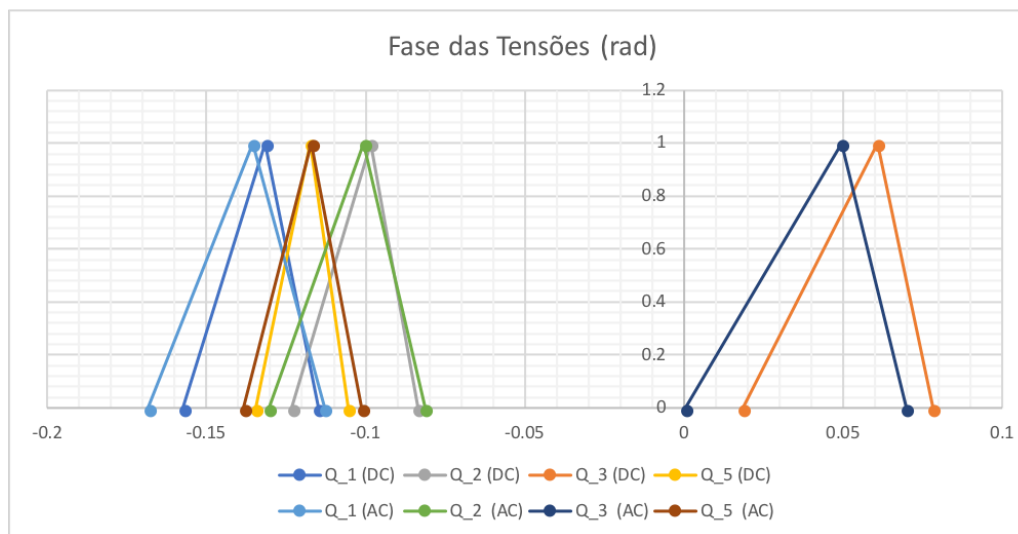


Figura 9: Apresentação gráfica do conjunto difuso das fases nos barramentos obtidos com o Modelo DC e AC

Verifica-se que os valores obtidos pelo modelo DC e AC são bastante semelhantes, sendo o maior erro encontrado para a fase da tensão no barramento 3 com 1,80%.

De modo a comparar os valores das potências ativas nos ramos entre o modelo DC e o modelo AC, foram construídas a tabela cenas e figura cenas.

Modulos das Tensões (rad)			
$P_{1-2}$	7,84%	-1,85%	-11,46%
$P_{1-5}$	11,33%	1,85%	-4,69%
$P_{2-3}$	1,46%	-6,72%	-21,38%
$P_{2-4}$	21,25%	5,59%	-4,68%
$P_{3-4}$	28,19%	7,57%	-1,16%
$P_{4-5}$	2,45%	-5,51%	-15,68%

Tabela 46: Diferenças entre os trânsitos de potência ativas, obtidas por cada um dos métodos

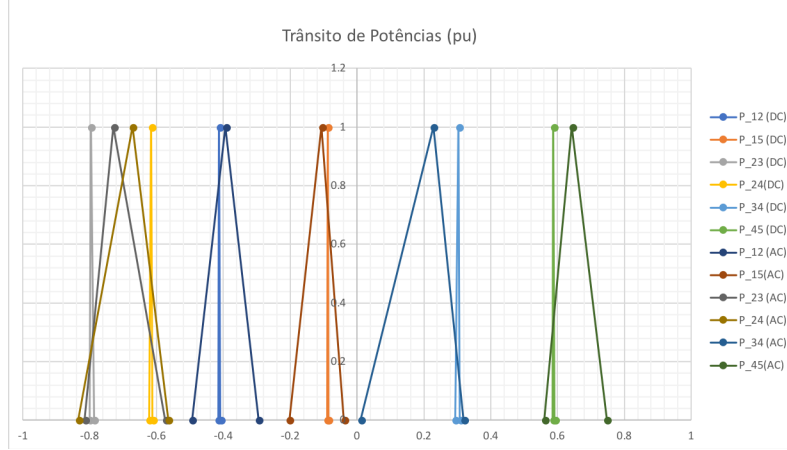


Figura 10: Apresentação gráfica do conjunto difuso do trânsito de potência ativo obtido com o Modelo DC e AC

Verifica-se que, mais uma vez, ambos os modelos conduzem a resultados semelhantes. No entanto, os erros encontrados no cálculo do trânsito de potências sejam mais elevados do que os encontrados quando o cálculo da fase das tensões nos barramentos.

De modo geral, embora os resultados não sejam exatamente iguais devido a todas as aproximações que o modelo DC comporta, verifica-se que os resultados são bastante próximos.

## 6 Sobrecargas nas linhas

Em primeiro lugar temos de calcular os trânsito de potência aparente nos ramos utilizando, para tal a equação 46. A comparação dos valores das potências nos ramos com os seus respectivos limites encontra-se nas tabelas 47 e 48 e nas figuras 11 a 14.

$S_{ik}$		
Esquerdo	Central	Direito
0,8224	0,4198	0,4194
0,3767	0,1192	0,1823
0,9191	0,7580	0,5735
1,0411	0,7606	0,5730
0,0954	0,2362	0,3199
0,6602	0,7711	0,8986

Tabela 47: Comparação das potências aparentes nos ramos no sentido  $i \rightarrow k$  com os respectivos limites, sendo que os valores a vermelho indicam os transito de potência que ultrapassam os limites

$S_{ki}$		
Esquerdo	Central	Direito
0,3340	0,4332	0,6428
0,1327	0,1215	0,2954
0,6819	0,8484	0,9739
0,7014	0,8512	1,0384
0,3195	0,2363	0,0967
0,8851	0,6764	0,5300

Tabela 48: Comparação das potências aparentes nos ramos no sentido  $k \rightarrow i$  com os respectivos limites, sendo que os valores a vermelho indicam os transito de potência que ultrapassam os limites

$$S_{ik} = \sqrt{P_{ik}^2 + Q_{ik}^2} \quad (46)$$

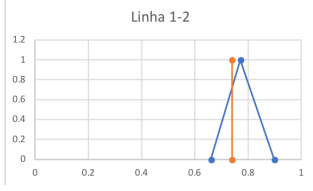


Figura 11: Linha 1-2

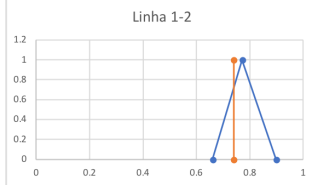


Figura 12: Linha 2-1

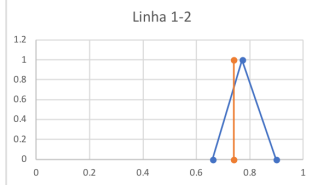


Figura 13: Linha 3-2

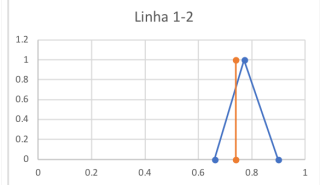


Figura 14: Linha 4-2

Grau de Pertença		
$S_{ik}$	Linha 1-2	1
	Linha 2-1	0,7768
$S_{ki}$	Linha 3-2	0,6682
	Linha 4.2	0,5255

Tabela 49: Graus de pertença dos ramos que apresentam possibilidade de sobrecarga. Calculado a partir das equações das retas que definem as funções de pertença

## 7 Sobre-tensões e sub-tensões

Analisa-se agora a possibilidade de a tensão nos barramentos ser inferior a  $0.95pu$ . Verifica-se, pela tabela 50 que todos os barramentos se encontram fora do limite inferior de tensão, o que leva ao mau funcionamento de todos os equipamentos a eles ligado e pode levar à interrupção de serviço.

Variável	Esquerdo	Central	Direito	Limite
$V_1$	0,8418	0,8659	0,88730	0,95
$V_2$	0,8766	0,8935	0,9092	0,95
$V_5$	0,8635	0,8822	0,9001	0,95

Tabela 50: Comparação dos módulos das tensões nos barramentos com os respectivos limites.

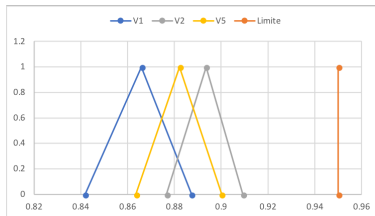


Figura 15: Representação gráfica da tensão nos barramentos da rede

Grau de Pertença	
$V_1$	1
$V_2$	1
$V_5$	1

Tabela 51: Graus de pertença nos barramentos 4 e 5

Pela análise da imagem 15 é possível observar que o grau de pertença é sempre 1.

## 8 Conclusão

Com a realização deste trabalho prático foi possível avaliar que através do transito de potências segundo conjuntos difusos, obtêm-se valores mais precisos, adequados e eficazes dos Modelos AC e DC. É uma ferramenta muito útil para lidar com o nível de incerteza que a rede nos coloca ao longo do seu diagrama de carga diário. Consoante a variação dos consumos segundo intervalos pré-definidos, permite a identificação de vários intervalos que caracterizam o Sistema Elétrico de Energia.

A utilização do método DC em detrimento de AC, explica-se apenas quando o é necessária fazer uma visualização mais simples do sistema, já que este, obtêm resultados menos complexos e de fácil implementação. Em situações mais rigorosas, o método AC é preferível.

Desta forma, conclui-se que usando a aplicação lógica difusa *Fuzzy* permite prever o comportamento da rede em caso de variações acentuadas, ajudando estabelecer soluções rápidas e eficientes durante o serviço, introduzindo um grau de confiança maior ao estudo do SEE.