

Trabalho Prático 2
Data de entrega: 05/07/2023
Problema do Clique Máximo

O problema do clique máximo é um problema clássico de otimização combinatória que tem aplicações importantes em diferentes domínios, como teoria de codificação, diagnóstico de falha e visão computacional. Além disso, muitos problemas importantes - como satisfação de restrições, isomorfismo de subgrafos ou problemas de cobertura de vértices — são facilmente redutíveis ao problema do clique máximo.

Dado um grafo não direcionado $G = (V, E)$, onde V é um conjunto de vértices, e $E \subseteq V \times V$ é um conjunto de arestas, um clique é um conjunto de vértices $C \subseteq V$ tal que cada par de vértices distintos de C está conectado com uma aresta em G , ou seja, o subgrafo induzida por C é completo. Um clique é parcial se ele estiver estritamente incluído em outro clique, caso contrário, é máximo. O objetivo do problema do clique máximo é encontrar um clique de máxima cardinalidade.

O problema do clique —que consiste em encontrar um clique de tamanho k em um grafo— é um dos primeiros problemas mostrados como NP-completo. De forma geral, o problema de encontrar um clique máximo é NP-difícil e não admite algoritmos de aproximação de tempo polinomial (a menos que $P=NP$), e por isso abordagens heurísticas são mais apropriadas para esse problema.

A Figura 1 mostra exemplos de cliques em grafos. Note que os dois últimos cliques são maximais (você não pode fazer com que ele seja maior no grafo considerado), mas apenas o clique da terceira figura é máximo, uma vez que ele possui 4 vértices enquanto os outros cliques maximais possuem 3. Apenas não confunda a definição de máximo (maior clique) com maximal.

O principal objetivo deste trabalho é resolver o problema do clique máximo usando um algoritmo de ACO (*Ant Colony Optimization*). Para isso, você deve modelar o problema (que nesse caso já é representado como um grafo), ou seja, definir como avaliar as soluções (fitness), qual será a *desirability* de cada componente adicionado ao grafo, qual será a regra de transição probabilística e como o feromônio será atualizado.

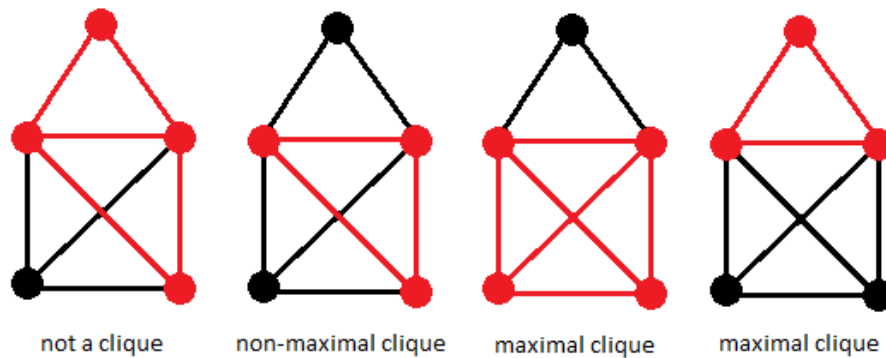


Figura 1: Exemplos de cliques em grafos. O clique da terceira figura é máximo.

Fonte: <https://math.stackexchange.com/questions/758263/whats-maximal-clique>

Uma decisão importante nesse processo é definir quais componentes dos cliques construídos devem receber feromônio, e como explorar esse feromônio ao construir novos cliques. Dado um clique máximo C_i , pode-se deixar trilhas de feromônio nos vértices de C_i ou nas arestas conectando cada par de vértices de C_i .

Ao adicionar feromônio nos vértices de C_i , a ideia é aumentar a *desirability* de cada vértice de C_i de modo que, ao construir um novo clique, esses vértices terão maior probabilidade de serem selecionados. Ao colocar feromônios nas arestas de C_i , a ideia é aumentar a *desirability* de escolher juntos dois vértices de C_i para que, ao construir um novo clique C_k , os vértices de C_i tenham maior probabilidade de serem selecionados se C_k já contém alguns vértices de C_i .

Bases de Dados

Vocês trabalharão com 2 bases de dados (além das 3 sugeridas abaixo, se preferir, você pode escolher outras do conjunto de benchmark listado abaixo):

1. ~~Problema fácil - 125 nós e 736 arestas~~
Tamanho máximo do clique:
<http://cedric.cnam.fr/~porumbed/graphs/dsjc125.1.col>
2. ~~Problema não tão fácil - 500 nós e 62624 arestas~~
Tamanho do clique máximo: 13
<http://cedric.cnam.fr/~porumbed/graphs/dsjc500.5.col>
3. Problema 3- 800 nós e 207.643 arestas
Tamanho do clique máximo: 26
https://iridia.ulb.ac.be/~fmascia/files/DIMACS/brock800_4.cl
4. Problema 4 - 700 nós, 121.728 arestas
Tamanho do clique máximo: 44

https://iridia.ulb.ac.be/~fmascia/files/DIMACS/p_hat700-2.clg

Você também pode usar outras bases para teste, disponíveis em:
https://iridia.ulb.ac.be/~fmascia/maximum_clique/DIMACS-benchmark

As bases de dados possuem linhas com 3 tipos de marcações:

- Iniciando com **c**, onde **c** se refere a um comentário e a linha deve ser ignorada;
- Iniciando com **p edge**, seguido no número de nós e do número de arestas do grafo;
- Iniciando com **e**, seguido do número dos vértices que a aresta conecta.

Metodologia Experimental

O ACO deve ser testado nas bases de dados descritas acima. A avaliação experimental deve ser realizada para cada base de dados e inclui a análise de sensibilidade dos principais parâmetros do ACO e a discussão dos resultados obtidos. Abaixo, temos uma lista não-exaustiva de parâmetros/decisões de implementação a se avaliar:

- Número de formigas;
- Número de iterações;
- Taxa de evaporação.

Lembrem-se que o ACO é um algoritmo estocástico. Logo, é necessário realizar diversas repetições de uma mesma configuração para podermos concluir qualquer coisa. O desvio-padrão é um bom indicador do número necessário de repetições e intervalos de confiança devem ser utilizados sempre que possível.

O Que Deve Ser Entregue

- Código-fonte;
- Documentação do trabalho:
 - Introdução;
 - Implementação: descrição sobre implementação do algoritmo, incluindo detalhes de representação, fitness, etc.
 - Experimentos: análise dos parâmetros/decisões no resultado do ACO e discussões de resultados;
 - Conclusões;
 - Bibliografia.

Referência

A study of ACO capabilities for solving the Maximum Clique Problem,
<https://liris.cnrs.fr/Documents/Liris-1847.pdf>