

Classe de problemas P, NP e NP-Completo

Diogo O. Neiss

¹Graduando em Ciência da Computação

Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (PUC MG)

Av. Dom José Gaspar, 500 Coração Eucarístico - Belo Horizonte - MG 30535-901, Brasil

diogo.neiss@sga.pucminas.br

Um problema dito como "P", isto é, de solução polinomial, é um problema que pode ser resolvido através de um algoritmo x , tal que x tenha sua complexidade como uma função polinomial, como $n^3 + 5n^2 + 3n$. Por exemplo, o algoritmo de ordenação bubble sort possui complexidade $O(n^2)$, enquanto o algoritmo de Held-Carp (relacionado ao problema do caixeiro viajante, que é NP, isto é, Tempo Polinomial não determinístico) possui complexidade $O(2^n * n^{1/2})$. Abaixo, podemos ver a imensa diferença quando x aumenta de tamanho.

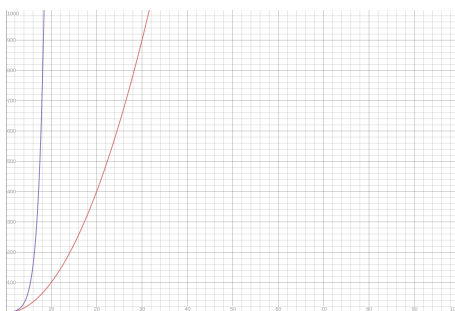


Figura 1. $f(x)$ da complexidade do bubble sort, em vermelho, e do algoritmo de Held-Carp, em roxo.

Há problemas onde *não são conhecidos* algoritmos eficientes para resolvê-los. Eles são chamados de problemas NP-completos. Até a presente data provar que $P = NP$ ou que $P \neq NP$ permanece como um dos notórios problemas do milênio.

Problemas NP-Completo tem a característica notável de que se um deles admitir um algoritmo "eficiente" então todos admitem algoritmos "eficientes", ou seja, resolver um problema nesta classe ocasiona na solução de diversos outros, uma vez que estão na mesma classe. [Vignatti 2018]

Uma propriedade interessante dos problemas NP é a dificuldade de se encontrar uma solução em contraste com a verificação. Por exemplo, descobrir os fatores primos que compõem o primo 269 é razoavelmente rápido, uma vez que é pequeno, com a verificação de acerto custando uma única operação, dividir o número pelos fatores encontrados. Conforme o tamanho do primo aumenta o tempo de cálculo de seus fatores aumenta absurdamente, com o tempo de verificação constante, de uma operação. Portanto, conclui-se que verificar a solução de um problema NP é polinomial [Kleinberg and Tardos 2006]

Por fim, uma curiosidade interessante: a própria prova de $P = NP$ é um problema NP-Completo, uma vez que é extremamente complexo formular um teorema acerca disso,

com a verificação de que o teorema está correto sendo verificável em tempo polinomial.

Caso resolvido, o "Clay Mathematics Institute"propõe um prêmio de US\$1.000.000, como solução de um dos 7 problemas do milênio. Os impactos positivos, caso seja provada uma possível solução P para a classe de problemas NP, seriam imensuráveis, indo desde *Sudoku* até combate ao câncer, através de algoritmos melhores para *protein folding*.

Referências

Kleinberg, J. and Tardos, E. (2006). *Algorithm Design*. Addison-Wesley, 2nd edition.

Vignatti, A. (2018). P, np e np-completo. <http://www.inf.ufpr.br/vignatti/courses/ci165/23.pdf>. [Online; acesso em 10 de novembro de 2019].