

1. (3 valores) Um teste tem  $m$  perguntas com duas possibilidades de resposta para cada uma.

(a) Quantas maneiras diferentes existem para responder ao teste?  $2^m$

(b) Qual a probabilidade de não acertar em nenhuma resposta, escolhendo à sorte com igual probabilidade?  $(1/2)^m$

2. (4 valores) A probabilidade de, num lançamento aleatório, sair coroa é de  $p_1$  para uma determinada moeda e de  $p_2$  para outra moeda. Considere a variável aleatória  $Y$  correspondente ao número de caras que saem se forem lançadas as 2 moedas.

(a) Determine a função de distribuição de probabilidade de  $Y$ .

(b) Qual a variância de  $Y$ ?

3. (5 valores) Diogo, Eugénio e Filipe são os três programadores. Usando as iniciais dos seus nomes para designar 3 variáveis aleatórias e como valores possíveis para essas variáveis  $x_i$ , as distribuições de probabilidade são as seguintes:

$x_i$	$p_D(x_i)$	$p_E(x_i)$	$p_F(x_i)$
0	0,6	0,4	?
1	0,2	0,5	0,2
2	0,1	?	0,2
3	?	0,02	0,1
4 ou mais	0	0,03	0,5

(a) Escolhe-se aleatoriamente um programa de entre um conjunto de programas em que os do Filipe são tantos como o conjunto correspondente ao outros dois, que contribuíram com o mesmo número. O programa escolhido tem 2 ou mais erros. Qual a probabilidade de ter sido o Diogo o autor do programa escolhido?

(b) Qual dos programadores é mais provável ter sido o autor do programa escolhido? '

4. (5 valores) Assumindo que a probabilidade de um aluno terminar a sua Dissertação de Mestrado num ano depende da sua média de curso até à altura da seguinte forma: Probabilidade igual a 0,2 para médias no intervalo 10 a 12, aberto no 12; 0,5 no intervalo  $[12,14[$ ; 0,8 no intervalo  $[14,16[$ ; 0,9 no intervalo  $[16,18[$  e 0,95 para  $[18,20[$ .

(a) Considere os seguintes casos: (A) Dois alunos com media entre 14 e 16; (B) Dois alunos com medias de 11 e um com media de 10; (C) Um aluno com media superior a 18.

Qual deles maximiza a probabilidade de um orientador ter 1, e só um aluno, a terminar?

Qual a probabilidade em cada uma 3 situações?

(b) E se mantendo os casos se pretender 1 ou mais alunos?

(c) Em média quantos terminam em cada uma das 3 situações?

5. (3 valores) Considere que um programador  $W$  comete, em média, em cada 1000 linhas de código que escreve 20 erros. Considere também que o número de erros segue uma distribuição de Poisson  $(p_X(k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!})$ .

Esse programador resolve 3 pequenos problemas e daí resultam 200, 400 e 500 linhas de código, respetivamente. Qual a probabilidade de pelo menos um dos programas ter um erro?

### Exercício 1: Probabilidade de Eventos Compostos

Considere um dado padrão de seis lados. Seja  $A$  o evento de obter um número par e  $B$  o evento de obter um número maior que 2.

(a) Calcule  $P(A \cap B)$ .

(b) Calcule  $P(A \cup B)$ .

### Exercício 2: Distribuição Binomial

Uma moeda viciada tem probabilidade de 0,80,8 de dar cara. Se lançarmos a moeda 55 vezes, qual é a probabilidade de obtermos exatamente 33 caras?

### Exercício 3: Distribuição Normal

As alturas de um grupo de estudantes do ensino médio seguem uma distribuição normal com média 160160 cm e desvio padrão 1010 cm. (a) Qual é a probabilidade de um aluno ter uma altura maior que 170170 cm? (b) Qual é a altura abaixo da qual 90%90% dos alunos estão?

### Exercício 4: Teorema do Limite Central

Suponha que temos uma população com média 5050 e desvio padrão 88. Se amostrarmos aleatoriamente 2525 indivíduos dessa população, qual é a probabilidade de que a média da amostra seja maior que 5252?

### Exercício 5: Probabilidade Condicional

Considere uma urna com 44 bolas vermelhas, 33 bolas verdes e 22 bolas azuis. Se uma bola é retirada, qual é a probabilidade de ser verde dado que não é vermelha?

### Exercício 6: Distribuição de Poisson

Um call center recebe, em média, 1010 chamadas por hora. Qual é a probabilidade de receber exatamente 1515 chamadas em uma determinada hora?

### Exercício 7: Distribuição de Poisson em Intervalos de Tempo

O número médio de acidentes de trânsito em uma determinada interseção é de 0,50,5 por dia. (a) Qual é a probabilidade de ocorrer pelo menos um acidente em um dia? (b) Qual é a probabilidade de não ocorrer nenhum acidente em dois dias consecutivos?

### Exercício 8: Estimativas de Taxa de Ocorrência

Um site de comércio eletrônico experimenta, em média, 22 transações fraudulentas por semana. Qual é a probabilidade de não ocorrer nenhuma transação fraudulenta em uma semana específica?

#### **Exercício 9: Número de E-mails Recebidos**

Um trabalhador de escritório recebe, em média, 55 e-mails por hora. Qual é a probabilidade de receber pelo menos 88 e-mails em uma hora?

#### **Exercício 10: Taxa de Erros em Documentos**

Em média, um livro contém 33 erros tipográficos por página. Se um documento possui 2020 páginas, qual é a probabilidade de não haver nenhum erro tipográfico no documento?

Lembre-se de que, para todos esses exercícios, você pode usar a fórmula da distribuição de Poisson:

$$(p_X(k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}).$$

onde  $X$  é a variável aleatória,  $\lambda$  é a taxa média de ocorrência e  $k$  é o número de eventos desejado.

#### **Probabilidade e Eventos:**

1. Se lançarmos dois dados justos, qual é a probabilidade de obter uma soma maior que 9?
2. Em um baralho padrão de 52 cartas, qual é a probabilidade de obter um ás ao escolher uma carta aleatória?

#### **Distribuição Binomial:**

3. Uma urna contém 8 bolas vermelhas e 4 bolas azuis. Se retirarmos 3 bolas sem reposição, qual é a probabilidade de obter exatamente 2 bolas vermelhas?
4. Uma moeda justa é lançada cinco vezes. Qual é a probabilidade de obter exatamente 3 caras?

#### **Distribuição Normal:**

5. As pontuações em um teste de QI seguem uma distribuição normal com média 100 e desvio padrão 15. Qual é a probabilidade de uma pessoa ter um QI superior a 120?
6. Se o tempo de espera em uma fila segue uma distribuição normal com média 10 minutos e desvio padrão 2 minutos, qual é a probabilidade de esperar mais de 12 minutos?

#### **Teorema do Limite Central:**

7. Se a altura média de árvores em uma floresta é 5 metros com desvio padrão de 1 metro, qual é a probabilidade de uma amostra de 25 árvores ter uma altura média inferior a 4,8 metros?
8. Suponha que a população de uma cidade tenha uma média de idade de 30 anos e um desvio padrão de 5 anos. Se amostrarmos 100 pessoas, qual é a probabilidade de a média da amostra ser maior que 31 anos?

**Probabilidade Condicional:**

9. Em um grupo de estudantes, 60% gostam de matemática, 40% gostam de inglês e 20% gostam de ambos. Se um estudante é escolhido aleatoriamente, qual é a probabilidade de gostar de inglês dado que gosta de matemática?
10. Uma urna contém 5 bolas vermelhas e 3 bolas verdes. Se retirarmos duas bolas consecutivamente (sem reposição), qual é a probabilidade de ambas serem vermelhas?

**Distribuição de Poisson:**

11. Se uma loja online recebe, em média, 12 pedidos por hora, qual é a probabilidade de receber exatamente 15 pedidos em uma hora específica?
12. O número médio de acidentes em uma rodovia é 0,5 por dia. Qual é a probabilidade de ocorrer pelo menos um acidente em um dia?