UTILIZAÇÃO DE SISTEMAS LINEARES PARA MAXIMIZAÇÃO DE LUCRO EM UMA EMPRESA

Andrei de Azambuja Maraschin [1]

Mauricio Randolfo Flores da Silva [2]

Lauane Gonçalves Cordeiro da Silva [3]

Leandro Blass [4]

Resumo:

O Cálculo Numérico, segundo o autor do site Engineer Scraps (2008), proporciona uma resolução de problemas com respostas dentro de uma margem aceitável sem que as coisas saiam do controle, identificando erros. Dos vários métodos de resolução do Cálculo Numérico, utilizamos o Gauss-Jacobi e Gauss-Seidel, ambos métodos iterativos. Pesquisa Operacional, Fogliatto (2009) relata que "problemas de Pesquisa Operacional são usualmente modelados na forma de uma função objetivo (por exemplo, maximizar o lucro da empresa) e diversas restrições. O trabalho justifica-se pelo entendimento da importância da aplicação dos métodos estudados para resolução de problemas, no nosso caso, de Engenharia. Apresentando um problema referente à componente curricular Pesquisa Operacional (PO) do curso de Engenharia de Produção, onde os lucros de uma empresa de peças de motor de aviões de pequeno porte deveriam ser maximizados a partir da tomada de decisões e melhoria de processos, os métodos numéricos aprendidos facilitariam essa resolução, aplicar alguns dos métodos estudados no componente de Cálculo Numérico para resolver uma situação-problema do nosso cotidiano, visando despertar a atenção de mais discentes durante a passagem pela universidade, além de adquirir mais experiência para o futuro mercado de trabalho e dar sentido ao processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos estudados aliando teoria e prática. O trabalho foi desenvolvido com a utilização do programa desenvolvido no Scilab e verificação dos resultados obtidos no VCN. Além disso, foi realizada pesquisa bibliográfica em referenciais teóricos, como artigos científicos, livros e sites com material científico. O problema a ser resolvido é o seguinte: "A empresa Pampa acessórios aeroespaciais, após um processo de racionalização de produção, ficou com disponibilidade de três recursos produtivos: Aço (R1), Parafuso (R2) e Porca (R3). Um estudo sobre o uso desses recursos indicou a possibilidade de se fabricar três produtos: Virabrequim (P1), Biela (P2) e Pistão (P3). Levantando os custos e consultando o departamento de vendas sobre o preço de colocação no mercado, verificou-se que P1 daria um lucro de $1200,00 por unidade, P2, R$1500,00 por unidade e P3 de R$1800,00. O departamento de produção forneceu a tabela de uso de recursos abaixo. Que produção mensal de P1, P2 e P3 traz o maior lucro para a empresa? Construa o modelo do sistema". Identificamos que o método de Gauss Seidel converge mais rápido que o método de Gauss Jacobi devido sua atualização dos valores utilizados a cada iteração. E também foi possível o estudo com problemas-aplicações reais cotidianas.

Palavras-chave: Empresa; Lucro; Pesquisa Operacional; Cálculo Numérico

Modalidade de Participação: Iniciação Científica

UTILIZAÇÃO DE SISTEMAS LINEARES PARA MAXIMIZAÇÃO DE LUCRO EM UMA EMPRESA

[1] Aluno de graduação. andrei.maraschin@gmail.com. Autor principal

[2] Aluno de Graduação. mauriciorandolfo@gmail.com. Co-autor

[3] Aluna de Graduação. lauane.goncalves203@gmail.com. Co-autor

[4] Docente. leandroblass@unipampa.edu.br. Orientador

UTILIZAÇÃO DE SISTEMAS LINEARES PARA MAXIMIZAÇÃO DE LUCRO EM UMA EMPRESA

1 INTRODUÇÃO

Segundo Marcos P.S., autor do blog Engineer Scraps (2008), o Cálculo Numérico proporciona uma resolução de problemas com respostas dentro de uma margem aceitável sem que as coisas saiam do controle, identificando erros (absoluto ou relativo). (ENGINEER SRAPS, 2008). Sendo assim, é possível realizar predições em problemas como o citado acima. Dos vários métodos de resolução do Cálculo Numérico, utilizamos Gauss-Jacobi e Gauss-Seidel, ambos métodos iterativos.

Bittencourt e Feijóo (1996) apontam que para o método de Gauss-Jacobi, dada uma solução inicial $\vec{x}^0$, o método consiste em obter para cada passo i a respectiva incógnita (BITTENCOURT e FEIJÓO, 1996, p. 127). De forma geral:

$$x_i = \frac{1}{a_{ii}}\left\{b_i - \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n}\left(a_{ij}\mathrm{x}_\mathrm{j}^\mathrm{k}\right)\right\}, \text{ i= 1, 2, ..., n} \qquad (1)$$

onde, a_{ii} *e* a_{ij} são os coeficientes do sistema, b_i os termos independentes e x_j^k as incógnitas do sistema no tempo atual. Da mesma forma, os autores apontam que para o método de Gauss-Seidel, o método é análogo ao anterior, diferenciando-se pelo fato que as componentes já atualizadas da aproximação $\vec{x}^0$ são empregadas à medida que são calculadas (BITTENCOURT e FEIJÓO, 1996, p. 127).

$$\mathrm{x}_\mathrm{i}^{\mathrm{k+1}} = \frac{1}{a_{ii}}\left\{b_i - \sum_{j=1}^{i-1}\left(a_{ij}\mathrm{x}_\mathrm{j}^{\mathrm{k+1}}\right) - \sum_{j=i+1}^{n}\left(a_{ij}\mathrm{x}_\mathrm{j}^\mathrm{k}\right)\right\}, \text{ i=1, 2, ..., n} \qquad (2)$$

onde, x_j^{k+1} as incógnitas do sistema já calculadas na iteração, é isso que difere do método de Gauss Jacobi. Uma comparação entre os métodos será realizada afim de estabelecer qual seria mais adequada, considerando memória e o custo por iteração.

No que tange a componente curricular de Pesquisa Operacional, Fogliatto (2009) relata que "problemas de Pesquisa Operacional são usualmente modelados na forma de uma função objetivo (por exemplo, maximizar o lucro da empresa) e diversas restrições (associadas, por exemplo, à disponibilidade de matérias-primas, mão-de-obra, etc.)" (FOGLIATTO, 2009, p.2).

O presente trabalho justifica-se pelo entendimento da importância da aplicação dos métodos estudados para resolução de problemas, no nosso caso, de Engenharia. Apresentando um problema referente à componente curricular Pesquisa Operacional (PO) do curso de Engenharia de Produção, onde os lucros de uma empresa de peças de motor de aviões de pequeno porte deveriam ser maximizados a partir da tomada de decisões e melhoria de processos, os métodos numéricos aprendidos facilitariam essa resolução. Isso se dá pelo fato de que problemas com muitas variáveis podem ser trabalhados a partir de algoritmos, evitando imensos cálculos a mão. Além disso, a resolução do problema estudado pode ter imenso impacto significativo no lucro mensal da empresa em questão, já que a produção de itens excedentes ou a falta de produtos gera um prejuízo enorme para a empresa.

Aplicar alguns dos métodos estudados no componente de Cálculo Numérico para resolver uma situação-problema do nosso cotidiano, visando despertar a atenção de mais discentes durante a passagem pela universidade, além de adquirir mais experiência para o futuro mercado de trabalho e dar sentido ao processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos estudados aliando teoria e prática. Com isso, busca-se aplicar os métodos estudados em sala de aula em uma empresa que fabrica peças de motor de aviões de pequeno porte para otimizar o lucro através da identificação das quantidades de produtos a serem produzidas de acordo com as restrições dos recursos e produção.

2 METODOLOGIA

O trabalho foi desenvolvido com a utilização do programa desenvolvido no Scilab e verificação dos resultados obtidos no VCN. Além disso, foi realizada pesquisa bibliográfica em referenciais teóricos, como artigos científicos, livros e sites com material científico.

3 RESULTADOS e DISCUSSÃO

O problema analisado foi baseado em uma lista de exercício da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) e adaptado, sendo o seguinte:

A empresa Pampa acessórios aeroespaciais, após um processo de racionalização de produção, ficou com disponibilidade de três recursos produtivos: Aço (R1), Parafuso (R2) e Porca (R3). Um estudo sobre o uso desses recursos indicou a possibilidade de se fabricar três produtos: Virabrequim (P1), Biela (P2) e Pistão (P3). Levantando os custos e consultando o departamento de vendas sobre o preço de colocação no mercado, verificou-se que P1 daria um lucro de $1200,00 por unidade, P2, R$1500,00 por unidade e P3 de R$1800,00. O departamento de produção forneceu a tabela de uso de recursos abaixo. Que produção mensal de P1, P2 e P3 traz o maior lucro para a empresa? Construa o modelo do sistema.

Tabela 1 - Uso de recursos para cada produto

Produto	P1	P2	P3	Disponibilidade de recursos por mês
R1 por unidade	5	2	2	1500
R2 por unidade	1	4	2	1800
R3 por unidade	2	2	6	2000

Fonte: do autor, 2018

Temos para P1, P2 e P3 a quantidade de produtos em unidades que trarão lucro a empresa (maximização), dessa forma monta-se o sistema de equações lineares em uma matriz 3X3 com as suas respectivas restrições de recursos:

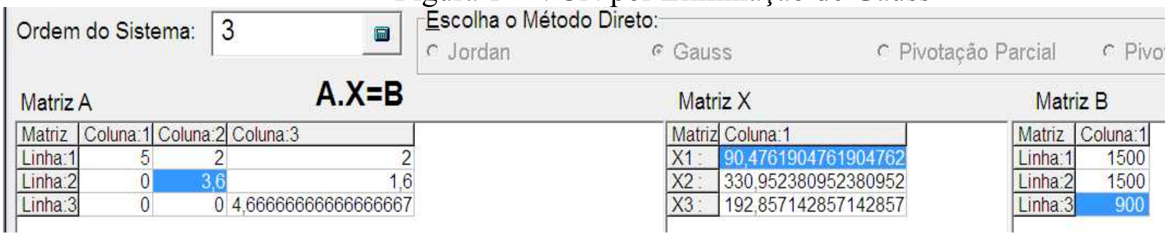
$$\begin{cases} 5P_1 + 2P_2 + 2P_3 \leq 1500 \\ 1P_1 + 4P_2 + 2P_3 \leq 1800 \\ 2P_1 + 2P_2 + 6P_3 \leq 2000 \end{cases} \qquad (3)$$

Para uma produção não negativa, há restrições da produção, sendo elas:

$$\begin{cases} P_1 \geq 0 \\ P_2 \geq 0 \\ P_3 \geq 0 \end{cases} \qquad (4)$$

Para fins de comprovação de cálculos e assim determinar a estimativa inicial, o sistema de equações lineares foi resolvido por Eliminação de Gauss que é o Método Direto que trará a solução exata do sistema, e, assim determinar o valor próximo da solução para a estimativa inicial dos algoritmos por Método Indireto.

Figura 1 – VCN por Eliminação de Gauss



Fonte: autores, 2018.

Encontramos através do Método Direto os valores aproximados para P1 = 90,476; P2 = 330,952 e P3 = 192,857.

Para calcular o lucro (maximização) da empresa, tem-se:

$$Z = f(P1, P2, P3) = 1200 * P1 + 1500 * P2 + 1800 * P3$$
$$Z = 90{,}476 * 1200 + 330{,}952 * 1500 + 192{,}857 * 1800$$
$$Z = 108600 + 496500 + 347220$$
$$Z = R\$952.141{,}80. \qquad (5)$$

3.1 Método Iterativo

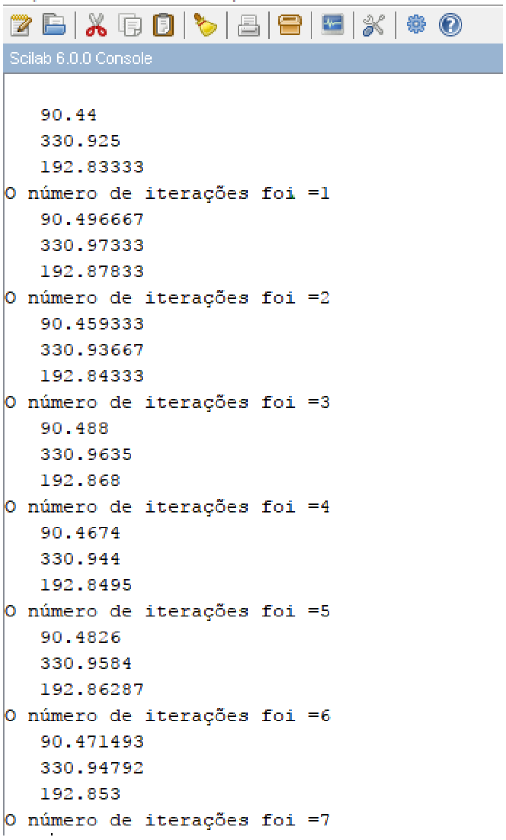
O primeiro passo antes de declarar a matriz no algoritmo foi verificar se o sistema de equações possuía a sua diagonal dominante, depois de verificado esse passo foi dado continuidades aos passos seguintes.

Para determinar os valores utilizados para o algoritmo utilizamos uma aproximação dos valores obtidos por Eliminação de Gauss, e esses critérios foram utilizados tanto para Gauss Jacobi quanto para Gauss Seidel a fim de poder verificar a diferença dos dois métodos quanto a sua rapidez para convergência. Os critérios estabelecidos foram:

i. Estimativa inicial foi P1 = 90,5; P2 = 331 e P3 = 192,9, sendo esses valores aproximados da solução exata. Para o algoritmo foi representado por x.
ii. Tolerância de 0,001 que é a precisão para o nosso algoritmo calculado, porque os equipamentos produzidos são de alto valor e alto impacto, ou seja, a produção de produtos excedentes, ou a falta de produtos vai ter um impacto significativo no lucro da empresa.
iii. Erro absoluto é o critério de parada para os dois métodos de Gauss Jacobi e Gauss Seidel.
iv. K é o valor do contador para identificação do número de iterações.
v. MAX é o valor máximo de iterações estabelecido para saber se converge ou não. No nosso código, foi considerado o valor de MAX = 100.

A Figura 2 representa o número de iterações e os resultados gerados pelo método iterativo de Gauss – Jacobi.

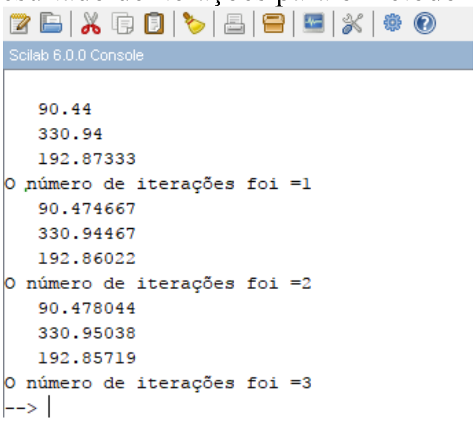
Figura 2 – Resultado de iterações para o método Gauss-Jacobi



Fonte: autores, 2018.

A Figura 3 representa o número de iterações e os resultados gerados pelo método iterativo de Gauss – Seidel.

Figura 3 – Resultado de iterações para o método Gauss-Seidel



Fonte: autores, 2018.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Foi possível identificar que o método de Gauss Seidel converge mais rápido do que o método de Gauss Jacobi devido a sua atualização dos valores utilizados a cada iteração, ou seja, no método de Jacobi são usados todos os valores dados na iteração anterior, enquanto o método de

Seidel usa o novo valor obtido de sua iteração para calcular a seguinte variável, isso em uma mesma iteração. Já no que diz respeito ao objetivo inicial do trabalho, foi possível identificar o número ideal de produtos que devem ser produzidos de acordo com as restrições de recurso existentes para maximizar o lucro da empresa. Sendo assim, a empresa Pampa acessórios aeroespaciais, deve focar sua produção em Bielas, devendo produzir em torno de 331 unidades mensais, 193 unidades de Pistão e 90 unidades de Virabrequim. Produzindo-se essa quantidade de produtos, a empresa deve obter um lucro mensal de aproximadamente 950 mil reais. Esse estudo contribuiu muito para nós, pois como estudantes pudemos ver na prática que problemas, sendo esses na maioria do nosso cotidiano, nem sempre possuem apenas um método de resolução, podendo também recorrer ao cálculo numérico e construção de códigos na programação para resolvê-los.

REFERÊNCIAS

Abekwar. **Os Componentes de Um Motor Aeronáutico.** Disponível em < http://abekwar.wordpress.com/2013/04/30/os-componentes-de-um-motor-aeronautico/ >. Acesso em 02 nov 2017.

BITTENCOURT, M. L., FEIJÓO, R. A. **Análise Comparativa de Métodos Diretos e Iterativos para a Solução de Sistema de Equações.** Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería. Universitat Politécnica de Catalunya, v. 13, n.2, p. 123-148, fevereiro, 1996.

Engineer Scraps. **Utilização do Cálculo Numérico na Engenharia.** Disponível em <http://engineer-scraps.blogspot.com.br/2011/08/utilizacao-do-calculo-numerico-na.html>. Acesso em: 02 nov 2017.

FOGLIATTO, Flavio. **Pesquisa Operacional.** DEPROT/UFRGS. Disponível em < http://www.producao.ufrgs.br/arquivos/disciplinas/382_po_apostila_completa_mais_livro.pdf >. Acesso em: 17 out 2017.

L.A. Hageman, D.M. Young. **Applied Iterative Methods.** 1. ed. San Diego: Academic Press, 1981.

UFJF. Sítio eletrônico da Universidade Federal de Juiz de Fora. **Departamento de Engenharia de Produção**. < www.ufjf.br/epd015/files/2010/06/Lista1.pdf >. Acesso em: 17 out 2017.