

Exame de Ingresso Unificado das Pós-graduações em Física

CCNH(UFABC), DFUFPR(UFPR), IFGW(UNICAMP), IFSC(USP)
IFT(UNESP), IFUSP(USP), PG/FIS(ITA), PPGF(UFSCAR)

1º Semestre/2010

Parte 1 — 20/10/2009

Instruções

- **NÃO ESCREVA O SEU NOME NA PROVA.** Ela deverá ser identificada **apenas através do código (EUFxxx)**.
- Esta prova constitui a **primeira parte** do exame de ingresso à Pós-Graduação em Física das seguintes Instituições:

CCNH(UFABC), DFUFPR(UFPR), IFGW(UNICAMP), IFSC(USP)
IFT(UNESP), IFUSP(USP), PG/FIS(ITA), PPGF(UFSCAR).

Ela contém problemas de

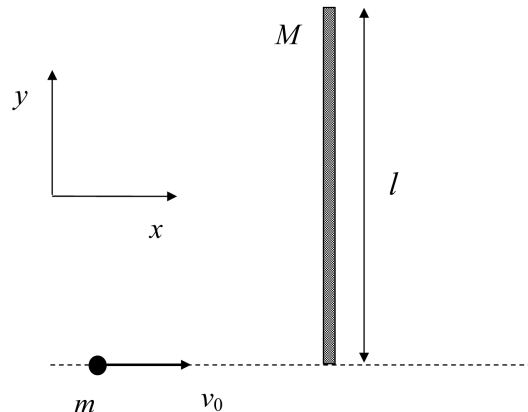
Mecânica Clássica, Física Moderna e Termodinâmica e Mecânica Estatística. Todas as questões têm o mesmo peso.

- O tempo de duração dessa prova é de **4 horas**. O tempo mínimo de permanência na sala é de **90 minutos**. Procure fazer todos os problemas.
- **NÃO** é permitido o uso de **calculadoras** ou outros instrumentos eletrônicos.
- **Resolva cada questão na página correspondente do caderno de respostas.** As folhas serão reorganizadas para a correção. Se precisar de mais espaço, utilize as folhas extras do caderno de respostas. **Não esqueça de escrever nas folhas extras o número da questão (Q1, ou Q2, ou ...) e o seu código de identificação (EUFxxx).** Folhas extras sem essas informações não serão corrigidas.
Use uma folha extra diferente para cada questão. Não destaque a folha extra.
- Se precisar de rascunho, use as folhas indicadas por RASCUNHO, que se encontram no fim do caderno de respostas. **NÃO AS DESTAQUE.** As folhas de rascunho serão descartadas e **questões nelas resolvidas não serão consideradas.**
- **NÃO** escreva nada no formulário; **DEVOLVA-O** ao fim da prova, pois ele será utilizado amanhã.

Boa prova!

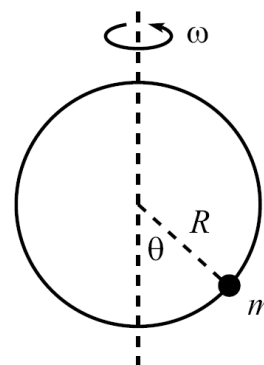
Q1. Uma partícula de massa m colide com uma barra fina e homogênea inicialmente em repouso, de momento de inércia $I = Ml^2/12$ relativo ao seu centro de massa, sendo M a sua massa e l o seu comprimento. Antes da colisão, a partícula move-se perpendicularmente à barra com velocidade v_0 . A partícula colide elasticamente com a extremidade da barra, conforme ilustra a figura ao lado

- Escreva as equações que expressam as grandezas físicas conservadas na colisão.
- Determine o vetor velocidade de translação do centro de massa da barra imediatamente após a colisão.
- Determine o vetor velocidade angular de rotação da barra imediatamente após a colisão.
- Determine o vetor velocidade da partícula imediatamente após a colisão.



Q2. Uma partícula de massa m pode se mover sem atrito num aro de raio R , como mostrado na figura abaixo. O aro gira com velocidade angular constante ω em torno do eixo vertical, como mostra a figura abaixo. Considere a aceleração da gravidade g .

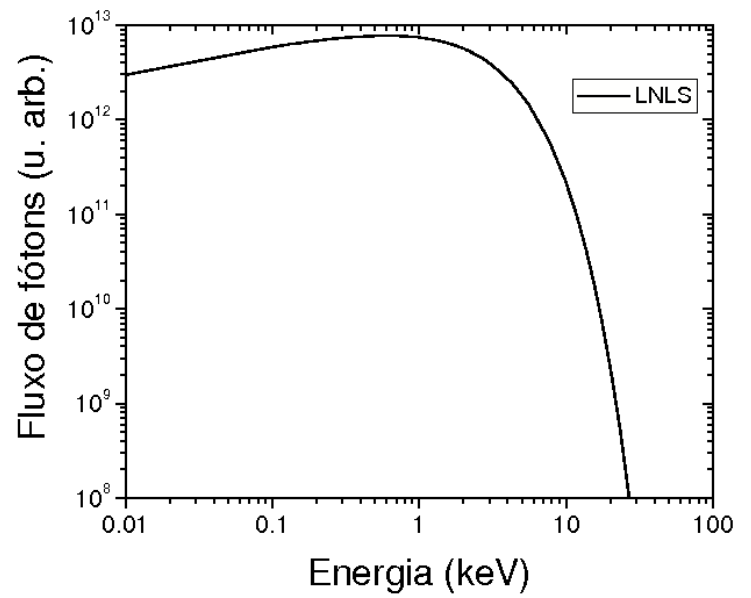
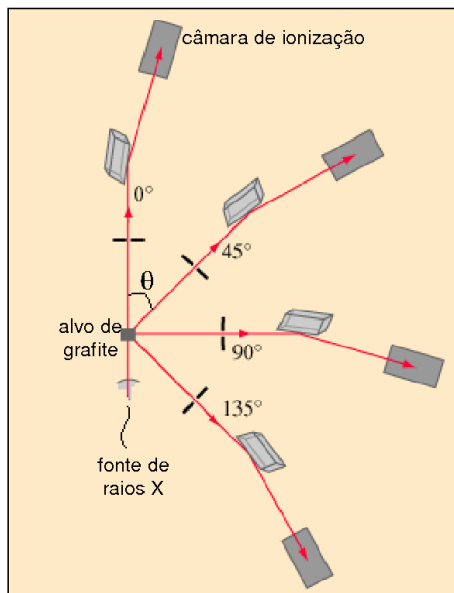
- Determine a energia cinética da partícula em função de θ , $\dot{\theta}$, R , m , e ω .
- Determine a lagrangiana da partícula, adotando energia potencial nula no ponto correspondente a $\theta = 0$.
- Determine a equação de movimento da partícula.
- Determine os pontos de equilíbrio.



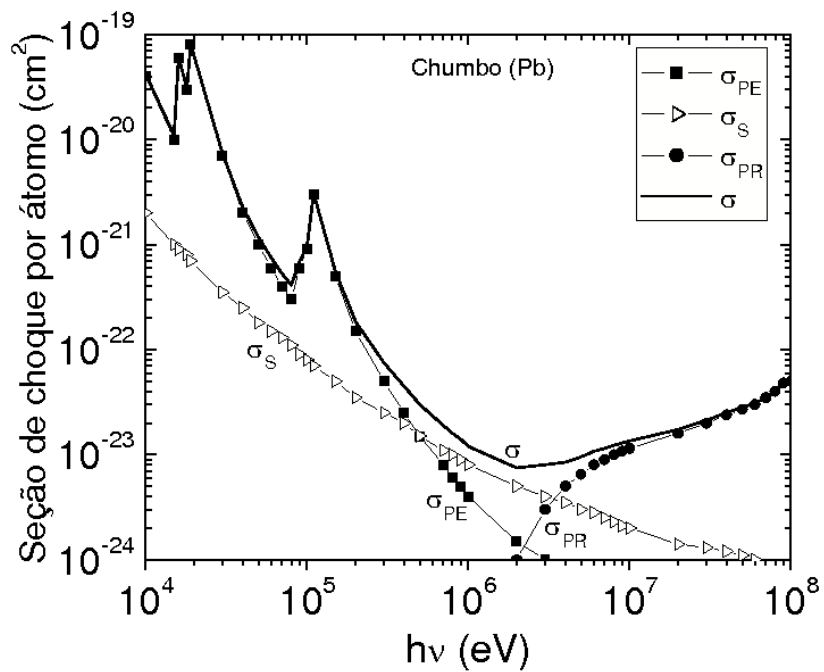
Q3. Um experimento de efeito Compton, como ilustrado na figura abaixo, foi planejado para ser executado no Laboratório Nacional de Luz Síncrotron (LNLS), cujo espectro de emissão é mostrado abaixo à direita.

Foi escolhida a energia de 10 keV para realizar o experimento. Para essa energia:

- estime o fluxo de fótons do feixe escolhido, nas unidades do gráfico abaixo.
- determine o comprimento de onda desse feixe de fótons.



Fendas em um anteparo de chumbo (Pb) foram colocadas na frente do feixe de raios X espalhados pelo alvo de grafite, a fim de selecionar o ângulo θ . Abaixo são fornecidas as seções de choque do Pb como função da energia para os processos de espalhamento (σ_S), de efeito fotoelétrico (σ_{PE}) e de produção de pares (σ_{PR}), bem como o valor total (σ).



- (c) Na energia escolhida para o experimento, qual processo de absorção do feixe pelo chumbo tem a maior contribuição na atenuação?
- (d) Para que valores aproximados de energia os efeitos de espalhamento predominam sobre os outros processos de absorção no chumbo?
- (e) Estime a espessura do anteparo de chumbo para que ele atenua a intensidade do feixe incidente de um fator igual a e^{-3} . Para esse cálculo considere que o chumbo possui uma densidade aproximada de 3×10^{22} átomos/cm³.
- (f) Um monocristal de silício com distância interplanar de aproximadamente 0,31 nm é escolhido como espectrômetro do experimento. Determine o menor ângulo que o feixe espalhado pelo alvo de grafite deve fazer com a superfície do monocristal para que o feixe seja difratado em direção ao detector.

Q4. Utilizando o modelo de Bohr:

- (a) Deduza a expressão para os níveis de energia do íon He⁺ ($Z = 2$, $M_{\text{He}^+} \gg m_e$) e calcule os valores das energias até $n = 5$.
Com os resultados deste item, determine:
- (b) a energia de ionização do He⁺,
- (c) o comprimento de onda de uma linha de emissão do He⁺ na região do espectro visível,
- (d) Dois íons de He⁺ no estado fundamental e com mesma energia cinética colidem frontalmente. Cada qual emite um fóton de comprimento de onda 120 nm e fica com energia cinética final nula, no estado fundamental. Qual é a velocidade dos íons antes da colisão?

Q5. Um gás ideal de moléculas diatômicas polares, cada uma com momento de dipolo elétrico $\vec{\mu}$, encontra-se a uma temperatura T e está sujeito a um campo elétrico $\vec{\mathcal{E}}$. As orientações dos dipolos são definidas pelos ângulos θ ($0 \leq \theta \leq \pi$) e ϕ ($0 \leq \phi \leq 2\pi$) de um sistema de coordenadas esféricas cujo eixo- z é paralelo ao campo elétrico. A probabilidade de encontrar uma molécula com orientação do dipolo dentro do elemento $d\theta d\phi$ vale $\rho d\theta d\phi$ onde a densidade de probabilidade $\rho(\theta, \phi)$ é dada por

$$\rho(\theta, \phi) = \frac{1}{A} \sin \theta e^{-\beta E},$$

e está normalizada de acordo com $\int \rho(\theta, \phi) d\theta d\phi = 1$. A constante A é um fator de normalização, $\beta = 1/k_B T$, k_B é a constante de Boltzmann e E é a energia de interação do momento de dipolo com o campo, dada por $E = -\vec{\mu} \cdot \vec{\mathcal{E}} = -\mu \mathcal{E} \cos \theta$.

- (a) Determine A como função de T , \mathcal{E} e μ .
- (b) O momento de dipolo médio por molécula é definido pela média $P = \mu \langle \cos \theta \rangle$. Determinar P como função de T e \mathcal{E} .
- (c) Esboce o gráfico de P versus \mathcal{E} para T constante.
- (d) A susceptibilidade elétrica é definida por $\chi = \partial P / \partial \mathcal{E}$. Determine χ a campo nulo e mostre que ela é inversamente proporcional à temperatura T . Notar que para pequenos valores de x vale $\coth x \approx 1/x + x/3$.

Exame de Ingresso Unificado das Pós-graduações em Física

CCNH(UFABC), DFUFPR(UFPR), IFGW(UNICAMP), IFSC(USP)
IFT(UNESP), IFUSP(USP), PG/FIS(ITA), PPGF(UFSCAR)

1º Semestre/2010

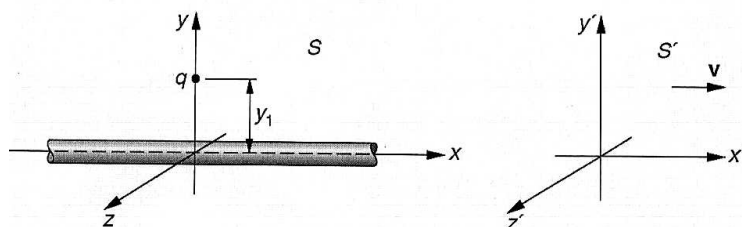
Parte 2 — 21/10/2009

Instruções

- **NÃO ESCREVA O SEU NOME NA PROVA.** Ela deverá ser identificada **apenas através do código (EUFxxx)**.
- Esta prova constitui a **segunda parte** do exame de ingresso à Pós-Graduação em Física das seguintes Instituições:
CCNH(UFABC), DFUFPR(UFPR), IFGW(UNICAMP), IFSC(USP)
IFT(UNESP), IFUSP(USP), PG/FIS(ITA), PPGF(UFSCAR).
Ela contém problemas de
Eletromagnetismo, Mecânica Quântica e Termodinâmica e Mecânica Estatística. Todas as questões têm o mesmo peso.
- O tempo de duração dessa prova é de **4 horas**. O tempo mínimo de permanência na sala é de **90 minutos**. Procure fazer todos os problemas.
- **NÃO** é permitido o uso de **calculadoras** ou outros instrumentos eletrônicos.
- **Resolva cada questão na página correspondente do caderno de respostas.** As folhas serão reorganizadas para a correção. Se precisar de mais espaço, utilize as folhas extras do caderno de respostas. **Não esqueça de escrever nas folhas extras o número da questão (Q6, ou Q7, ou ...) e o seu código de identificação (EUFxxx).** Folhas extras sem essas informações não serão corrigidas.
Use uma folha extra diferente para cada questão. Não destaque a folha extra.
- Se precisar de rascunho, use as folhas indicadas por RASCUNHO, que se encontram no fim do caderno de respostas. **NÃO AS DESTAQUE.** As folhas de rascunho serão descartadas e questões nelas resolvidas não serão consideradas.
- **NÃO** é necessário devolver o Formulário.

Boa prova!

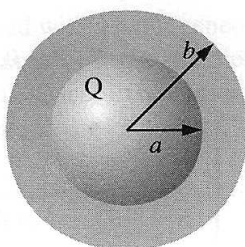
- Q6. Considere um fio infinitamente longo, carregado uniformemente com carga negativa de densidade λ , ao longo do eixo x . Suponha que acima deste fio, na posição $\vec{r} = y_1 \hat{j}$, exista uma carga puntiforme q positiva. O fio e a carga estão em repouso no referencial S . Um segundo referencial, S' , está se movendo para a direita, com uma velocidade relativística de módulo v , como mostra a figura abaixo. Tome a velocidade da luz como sendo c .



- Calcule a força resultante, \vec{F}_{res} , atuando na carga q no referencial S .
- Encontre a densidade de carga λ' no referencial S' . Note que nesse referencial, o fio carregado está em movimento, o que implica na existência de uma corrente elétrica. Calcule essa corrente, indicando o sentido dela.
- Qual a força resultante, \vec{F}'_{res} , no referencial S' ? Compare com \vec{F}_{res} , obtida no item (a). Quais as direções e sentidos dessas duas forças?
- A relação entre as forças eletromagnéticas \vec{F}_{res} e \vec{F}'_{res} , obtidas nos itens (a) e (c), são consistentes com os resultados da teoria da relatividade? Justifique a sua resposta.

Dica: Pela teoria da relatividade restrita, as transformações entre \vec{F}_{\perp} e \vec{F}'_{\perp} e entre F_{\parallel} e F'_{\parallel} , onde \perp e \parallel indicam as direções perpendiculares e paralela ao eixo x (direção do movimento de S'), respectivamente, podem ser obtidas sabendo-se que (i) a energia e momento (E, \vec{p}) nos referenciais S e S' se transformam como o tempo e espaço (t, \vec{r}) e que (ii) a segunda lei de Newton, $\vec{F} = d\vec{p}/dt$ é válida também na relatividade restrita. Faça a transformação somente na direção de \vec{F}_{res} e \vec{F}'_{res} .

- Q7. Um condutor esférico maciço, de raio a e carregado com carga $Q > 0$, está envolto por um material dielétrico esférico, de constante dielétrica $\epsilon_r = \epsilon/\epsilon_0$ e raio externo b , conforme mostra a figura abaixo.



- Determine o campo elétrico em todo o espaço e esboce um gráfico de seu módulo $E(r)$.
- Determine o potencial no centro das esferas, tomando-se como zero o potencial no infinito.
- Encontre as distribuições das cargas livre e ligada (de polarização) nas esferas condutora e dielétrica. Faça uma figura mostrando onde as densidades de cargas se localizam, indicando se são positivas ou negativas.
- Calcule a energia eletrostática do sistema.

Q8. Um elétron de massa m está confinado numa esfera de raio a , isto é, submetido ao potencial $V(r) = 0$ para $r < a$ e $V(r) = \infty$ para $r > a$.

- Escreva a equação de Schrödinger independente do tempo para a função $u(r) = rR(r)$, sendo $\psi(r, \theta, \phi) = R(r) Y_{l,m}(\theta, \phi)$ a função de onda completa desse elétron.
- Imponha a devida condição de contorno e encontre, para o estado fundamental, $\psi(r, \theta, \phi)$ e a respectiva energia.
- Escreva a energia do estado fundamental em termos do volume da esfera, massa do elétron e constantes fundamentais.
- Encontre a pressão exercida por esse elétron na superfície da esfera. Expresse em termos da massa m , raio a e constantes universais.

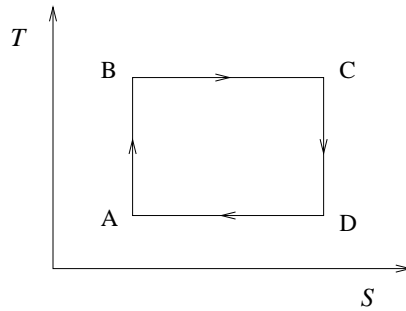
Q9. Duas partículas com spin $1/2$ se aproximam e interagem segundo o hamiltoniano

$$H = \frac{4a(t)}{\hbar} \vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2,$$

sendo $a(t) = a_0$, constante, para $0 < t < \tau$ e $a(t) = 0$ para $t < 0$ e $t > \tau$. Em $t = -\infty$ o estado do sistema é $|+, -\rangle$, sendo $|\pm\rangle$ autovetores do operador $S_{i,z}$ com autovalores $\pm\hbar/2$.

- Escreva a matriz H na base dos autovetores de $S_{1,z}$ e $S_{2,z}$.
- Determine os autovalores e autovetores de H .
- Qual é o estado $|\Psi(t)\rangle$ do sistema para $0 < t < \tau$?
- Qual é o estado $|\Psi(t)\rangle$ do sistema para $t > \tau$ qualquer?
- Qual a probabilidade de uma medida de $S_{1,z}$ fornecer o valor $\hbar/2$ para $t > \tau$?
- Após Δt segundos dessa medida, qual a probabilidade de uma medida de $S_{2,z}$ dar o valor $-\hbar/2$?

Q10. Um mol de uma determinada substância percorre o ciclo formado pelos trechos A→B, B→C, C→D e D→A conforme mostrado no diagrama temperatura T versus entropia S da figura.



São dados T_A , S_A e as razões $\alpha = T_B/T_A$ e $r = S_C/S_A$. Determine em função dos dados do problema:

- o calor trocado em cada um dos trechos e o trabalho total realizado no ciclo;
- o rendimento η de um motor que opera de acordo com esse ciclo;
- o trabalho em cada um dos trechos do ciclo, considerando que a substância seja um gás ideal de capacidade térmica a volume constante C_V . Sugestão: utilize os resultados do item (a).
- Esboce o ciclo no diagrama $P - V$ para a substância considerada no item anterior orientando e identificando o tipo de processo termodinâmico associado a cada um dos trechos.