

総合分析情報学 解答

ぴかちゅう

November 28, 2019

Q1

$$(\lambda E - A)x = 0$$

(1)

行列 A の固有値と固有ベクトルを求めます. ただし $0 < \theta < \pi$

に固有値を代入して x について解くことで求めます
 $\lambda = \cos \theta$ を代入すると

$$A = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ -1 & 1 & -1 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2)$$

固有値を求めるアルゴリズムは次の通りです

(3)

1

1. 行列 A の固有方程式を立てます
2. 方程式を解いて固有値を求めます
3. 固有値を固有ベクトルを求める式に代入します

実際にやってみます

まずは固有方程式を立てます. 固有値を λ とします. そうすると得られる固有方程式は次のようになります

$$|\lambda E - A| = 0$$

これに単位行列 E と与えられた行列 A を代入すると

$$\begin{pmatrix} \lambda - \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 1 & \lambda - 1 & 1 \\ -\sin \theta & 0 & \lambda - \cos \theta \end{pmatrix} = 0$$

この行列式を計算すると

$$(\lambda - \cos \theta)^2 (\lambda - 1) = 0$$

よって $\lambda = 1, \cos \theta$ となります

次に固有ベクトルを求めます. 固有ベクトルは