Cours de Mr Bien
Microéconomie
MIE 2

Université Paris-Dauphine
Année 2019-2020
Travaux dirigés – MM. Bien et Patty

TD Fiche n°1 – Révisions consommateur

Exercice n°1

Les préférences d'un individu sont représentées par la fonction d'utilité suivante :

$$u = c_1 \times c_2$$

avec u le niveau d'utilité atteint avec les quantités consommées de bien 1 et de 2 notées respectivement c_1 et c_2.

1) Calculer et définir l'expression $-\frac{dc_2}{dc_1}$.
2) Expliciter l'évolution de ce terme par rapport à la variable c_1.
3) Les préférences d'un second individu sont représentées par la fonction d'utilité suivante :
$$v = \ln c_1 + \ln c_2$$
avec v le niveau d'utilité.
Calculer l'expression $-\frac{dc_2}{dc_1}$. Commenter.
4) Les préférences d'un second individu sont représentées par la fonction d'utilité suivante :
$$y = c_1 + c_2$$
avec y le niveau d'utilité.
Calculer l'expression $-\frac{dc_2}{dc_1}$. Commenter.

Exercice n°2

Les préférences d'un individu sont représentées par la fonction d'utilité suivante :

$$u = \ln c_1 + c_2$$

avec u le niveau d'utilité atteint avec les quantités consommées de bien 1 et de 2 notées respectivement c_1 et c_2.
Les prix de ces deux biens sont notés respectivement p_1 et p_2. Ce consommateur dispose de dotations initiales notées w_1 et w_2.

1) Écrire la droite budgétaire en valeurs nominales et en valeurs réelles.
2) Écrire le programme de ce consommateur.
3) Calculer les fonctions de demande pour une solution intérieure et le niveau d'utilité atteint. Donner la condition qui assure l'existence d'une solution intérieure.
4) Calculer l'élasticité-prix direct de la demande de bien 1.
5) Calculer les fonctions de demande pour une solution en coin et le niveau d'utilité atteint.
6) Pour $p_1 > p_2$, calculer les fonctions de demande pour les préférences énoncées ci-dessous :
$$v = c_1 + c_2$$
avec v le niveau d'utilité atteint.

TD Fiche n°2 – Révisions entreprise

Exercice n°1

Le processus de production d'un bien par une entreprise est représenté par la fonction de production suivante :

$$q = \sqrt{k} + \sqrt{l}$$

avec q la quantité produite avec les quantités de capital et de travail notées respectivement k et l dont les prix sont notés r et s. Le prix du bien vendu est noté p.

1) Calculer et définir l'expression $-\frac{dk}{dl}$.
2) Expliciter l'évolution de ce terme par rapport à la variable l.
3) Calculer l'élasticité de substitution.
4) Calculer et définir le sentier d'expansion.
5) Calculer les demandes marshalliennes des facteurs.
6) Calculer et commenter le profit exprimé en valeurs monétaires.
7) Pour $r > s$, calculer le profit exprimé en valeurs monétaires pour la fonction de production suivante :

$$q = k + l$$

Exercice n°2

Le processus de production d'un bien par une entreprise est représenté par la fonction de production suivante :

$$q = \sqrt{k}$$

avec q la quantité produite avec la quantité de capital et de travail notée respectivement k dont le prix de ce facteur est noté r. Le prix du bien vendu est noté p.

1) Écrire le programme de maximisation du profit de l'entreprise.
2) Calculer la fonction d'offre de la firme.
3) Calculer et commenter le profit exprimé en valeurs monétaires.

TD Fiche n°3 – Équilibre général sans production et optimum de Pareto

Exercice

Une économie est composée de deux agents notés A et B dont les préférences sont identiques et représentées par la fonction d'utilité suivante :

$$u^i = \ln c_1^i + \ln c_2^i$$

avec u^i le niveau d'utilité atteint avec les quantités consommées de bien 1 et de 2 notées respectivement c_1^i et c_2^i, pour $i \in \{A, B\}$.
Leurs dotations initiales, notées w^i avec $i \in \{A, B\}$ s'élèvent respectivement à :

$$w^A = (10{,}30) \text{ et } w^B = (70{,}10)$$

1) Écrire le programme du consommateur A.
2) Calculer les demandes individuelles marshalliennes.
3) Écrire les conditions d'équilibre de cette situation d'équilibre général.
4) Montrer que l'équilibre sur le marché du bien 1 implique l'équilibre sur le marché du bien 2.
5) Exprimer la loi de Walras à partir des contraintes budgétaires.
6) Calculer le système de prix d'équilibre ainsi que les quantités.
7) Montrer que l'échange est Pareto-améliorant.
8) Caractériser l'ensemble des optima de Pareto.
9) Calculer la frontière des utilités.
10) Montrer le premier théorème du bien-être.
11) Nous supposons un changement de goût du consommateur B dont les préférences s'énoncent dorénavant :

    $$u^B = a \times c_1^B + c_2^B$$

    avec a un coefficient de goût du bien 1.
    Pour quelle valeur du coefficient a, existe-t-il un équilibre général ?
12) L'État souhaite que l'équilibre général devienne égalitaire. Cette volonté politique débouche sur l'instauration d'un impôt proportionnel sur les dotations initiales. Déterminer le système fiscal à budget équilibré qui doit être mis en place, pour que cet optimum de Pareto soit décentralisé par une économie de marché. Commenter.

Cours de Mr Bien
Microéconomie
MIE 2

Université Paris-Dauphine
Année 2019-2020
Travaux dirigés – MM. Bien et Patty

TD Fiche n°4 – Équilibre général de production et optimum de Pareto

Exercice 1

Nous considérons une économie comprenant *n* consommateurs identiques, *m* entreprises identiques, un facteur de production et un bien : le travail, noté *L*, et un bien de consommation, noté *C*. Les *m* entreprises produisent ce bien de consommation avec la même technologie de production définie par :

$$q^i = \sqrt{l^i}$$

avec q^i la production d'une entreprise i, l^i la quantité de travail utilisée par l'entreprise avec $i \in [1, m]$.

Les préférences d'un consommateur j sont représentées par la fonction d'utilité suivante :

$$u^j = \ln c^j + \ln(1 - l^j)$$

avec $c_j > 0$ la consommation individuelle du bien, $0 \leq l^j < 1$ la quantité de travail offerte par un consommateur j avec $j \in [1, n]$.

Le prix du bien est noté *p* et le prix du salaire est noté *s*.

1) Pour un niveau de profit sectoriel Π, calculer l'offre individuelle de travail et la demande individuelle de bien de consommation.
2) En déduire l'offre globale de travail et la demande globale de biens de consommation.
3) Calculer, dans un second temps, l'offre individuelle de bien et la demande individuelle de travail.
4) En déduire l'offre globale de biens et la demande globale de travail.
5) Écrire les conditions d'équilibre de cette situation d'équilibre général.
6) Montrer que l'équilibre sur le marché du bien de consommation implique l'équilibre sur le marché du travail. Commenter.
7) Calculer le système de prix d'équilibre ainsi que les quantités.
8) Déterminer la valeur boursière de l'entreprise i.

Exercice 2

Une économie est composée de deux entreprises notées A et B dont les technologies de production sont représentées par la même fonction de production :

$$q^i = {k^i}^{0,5} {l^i}^{0,5}$$

avec k^i et l^i les quantités respectives de capital et de travail utilisées par l'entreprise i avec $i \in \{A, B\}$ dont les prix sont notés respectivement r et s. Les prix des biens produits sont notés respectivement p_A et p_B.

Les dotations en facteurs de l'économie sont détenues par deux agents de l'économie notées 1 et 2 dont les vecteurs de dotations initiales sont :

$$w^1 = (20{,}80) \text{ et } w^2 = (80{,}20)$$

avec pour l'agent 1 $(20{,}80)$ les quantités de bien A et B détenues sous forme de dotations initiales. Les préférences d'un consommateur j sont représentées par la fonction d'utilité suivante :

$$u^j = \sum_i \ln c_i^j$$

avec $c_i^j > 0$ la consommation individuelle du bien i par un consommateur j avec $j \in \{1,2\}$.

Le consommateur 1 possède l'entreprise A et le consommateur 2 l'entreprise B.

1) Écrire le programme de maximisation du profit de l'entreprise A.
2) Calculer les demandes marshalliennes de facteurs.
3) Écrire le programme du consommateur 1.
4) Calculer les demandes marshalliennes individuelles.
5) Écrire les conditions d'équilibre de cette situation d'équilibre général.
6) Montrer que, pour une économie à n marchés, l'équilibre sur $(n-1)$ marchés implique l'équilibre sur le $n^{ième}$ marché. Commenter.
7) Calculer le système de prix d'équilibre ainsi que les quantités.
8) Déterminer la valeur boursière des entreprises.
9) Montrer que l'échange est Pareto-améliorant pour les consommateurs.
10) Calculer la frontière de production.
11) Calculer la frontière des utilités.
12) Montrer le premier théorème du bien-être.

TD Fiche n°5 – Équilibre général sans production et temps

Exercice n°1

Une économie est peuplée de deux agents, notés A et B et comprend un bien non durable disponible à trois dates : $t = 1$, $t = 2$ et $t = 3$. Les préférences des agents sont identiques et représentées par la fonction d'utilité intertemporelle suivante :

$$u^i = \ln c_1^i + 0{,}8 \ln c_2^i + 0{,}64 \ln c_3^i$$

où c_t^i dénote la quantité consommée par l'agent i à la date t avec $i \in \{A, B\}$.

Les dotations initiales du bien à chaque date de l'agent A et B sont respectivement égales à :

$$w^A = (100{,}200{,}100) \text{ et } w^B = (300{,}200{,}300)$$

À chaque date, le bien est pris comme numéraire. Pour réallouer les ressources, il existe un système complet et parfait de marchés financiers intermédiés pour lesquels les taux d'intérêt courts sont notés r_1 et r_2. Le bien est pris comme numéraire.

1) Montrer que les agents ont intérêt à échanger.
2) Déterminer par intervalles et sans calcul de maximisation sous contraintes, les valeurs des taux d'intérêt courts.
3) Écrire la droite de budget intertemporel ou consolidée de l'agent A.
4) Calculez les demandes marshalliennes individuelles.
5) Calculez les fonctions d'épargne individuelles.
6) Écrire les conditions d'équilibre de cette situation d'équilibre général.
7) Montrer que, pour une économie à n marchés, l'équilibre sur $(n-1)$ marchés implique l'équilibre sur le $n^{ième}$ marché. Commenter.
8) Calculer le système de prix d'équilibre ainsi que les quantités.
9) Montrer que l'échange est Pareto-améliorant pour les consommateurs.
10) Calculez la courbe des contrats de l'agent A.
11) Montrer que l'équilibre général intertemporel est un optimum de Pareto.

Exercice n°2

Une économie est peuplée de deux agents, notés A et B et comprend un bien non durable disponible à trois dates : $t = 1$, $t = 2$ et $t = 3$. Les préférences des agents sont identiques et représentées par la fonction d'utilité intertemporelle suivante :

$$u^i = \ln c_1^i + 0{,}9 \ln c_2^i + 0{,}81 \ln c_3^i$$

où c_t^i dénote la quantité consommée par l'agent i à la date t avec $i \in \{A, B\}$ et $t \in \{1{,}2{,}3\}$.

Les dotations initiales du bien à chaque date de l'agent A et B sont respectivement égales à :

$$w^A = (20{,}40{,}20) \text{ et } w^B = (40{,}20{,}40)$$

À chaque date, le bien est pris comme numéraire. Pour réallouer les ressources, il existe un système complet et parfait de marchés financiers intermédiés pour lesquels les taux d'intérêt longs sont notés τ_1 et τ_2. Le bien est pris comme numéraire.

1) Montrer que les agents ont intérêt à échanger.
2) Déterminer par intervalles et sans calcul de maximisation sous contraintes, les valeurs des taux d'intérêt longs.
3) Écrire la droite de budget intertemporel ou consolidée de l'agent A.

4) Montrer qu’il existe un agent représentatif.
5) Calculer le système de prix d’équilibre de cette économie.
6) Calculer les consommations des agents.
7) Déterminer les stratégies financières des agents.

Cours de Mr Bien
Microéconomie
MIE 2

Université Paris-Dauphine
Année 2019-2020
Travaux dirigés – MM. Bien et Patty

TD Fiche n°6 – Équilibre général de production et temps

Exercice n°1

Une économie est peuplée de deux agents, notés A et B et comprend un bien non durable disponible à trois dates : $t = 1$, $t = 2$ et $t = 3$. Les préférences des agents sont identiques et représentées par la fonction d'utilité intertemporelle suivante :

$$u^i = \ln c_1^i + 0{,}8 \ln c_2^i + 0{,}64 \ln c_3^i$$

où c_t^i dénote la quantité consommée par l'agent i à la date t avec $i \in \{A, B\}$.
Les dotations initiales du bien à chaque date de l'agent A et B sont respectivement égales à :

$$w^A = (100{,}200{,}300) \text{ et } w^B = (700{,}400{,}100)$$

À chaque date, le bien est pris comme numéraire. Pour réallouer les ressources, il existe un système complet et parfait de marchés financiers de zéro-coupons dont les prix sont notés respectivement β_1 et β_2. Le bien est pris comme numéraire.

1) Écrire la droite de budget intertemporel ou consolidée de l'agent A.
2) Justifier l'existence d'un agent représentatif.
3) Calculer le système de prix d'équilibre de cette économie.
4) Calculer les consommations des agents.
5) Déterminer les stratégies financières des agents.

L'agent B est un savant qui découvre un procédé technique qui permet de stocker parfaitement le bien qui devient durable. Cette opération est assimilée à un processus de production dont la fonction s'énonce :

$$q_t = k_{t-1}$$

avec k_{t-1} la quantité de bien stockée à la date $t - 1$ et q_t la quantité disponible à la date suivante t. Le procédé de stockage est accessible aux deux agents et sans coût.

6) Écrire la droite de budget consolidée de l'agent A.
7) Énoncer les conditions marginales de cette économie en vous aidant d'un agent représentatif.
8) Calculer le système de prix d'équilibre de cette économie.
9) Calculer les consommations des agents.
10) Déterminer l'investissement productif des agents.
11) Déterminer les stratégies financières des agents.
12) Calculer la valeur boursière de l'entreprise.

Exercice n°2

Une économie est peuplée de deux agents, notés A et B et comprend un bien non durable disponible à deux dates : $t = 1$ et $t = 2$. Les préférences des agents sont identiques et représentées par la fonction d'utilité intertemporelle suivante :

$$u^i = \ln c_1^i + 0{,}9 \ln c_2^i$$

où c_t^i dénote la quantité consommée par l'agent i à la date t avec $i \in \{A, B\}$.
Les dotations initiales du bien à chaque date de l'agent A et B sont respectivement égales à :

$$w^A = (200{,}0) \text{ et } w^B = (4000)$$

À chaque date, le bien est pris comme numéraire. Pour réallouer les ressources, il existe un système complet et parfait de marché financier intermédié pour lequel le taux d'intérêt court est noté r.
Il existe une entreprise qui produit le bien 2 à partir du bien et détenue à parts égales par les deux agents. La technologie de production s'énonce :

$$q_2 = 10\sqrt{k}$$

avec k la quantité de bien à la date $t = 1$ utilisé comme facteur de production. Le bien est pris comme numéraire.

1) Écrire la droite de budget intertemporel ou consolidée de l'agent A.
2) Justifier l'existence d'un agent représentatif.
3) Calculer l'investissement optimal.
4) Calculer le système de prix d'équilibre de cette économie.
5) Calculer les consommations des agents.
6) Déterminer les stratégies financières des agents et l'entreprise.
7) Calculer la valeur boursière de l'entreprise.

TD Fiche n°7 – Équilibre général de production et concurrence

Exercice

Une économie comporte initialement un seul bien X qui est pris comme numéraire ($p = 1$). Ce bien peut aussi bien être consommé (en quantité x^i pour le consommateur i avec $i = \{1,2\}$) qu'utilisé en tant que facteur de production dont la quantité est notée k, pour produire un second bien Y dont la quantité est notée y. Une seule entreprise produit le bien Y et elle se comporte de manière concurrentielle. La technologie de production s'énonce :

$$y = 2\sqrt{k}$$

Le prix du bien Y est noté p.

Cette économie comporte deux consommateurs qui possèdent des dotations initiales dont les quantités sont respectivement $w^1 = 100$ et $w^2 = 200$ et disposent de parts de propriété identique sur l'entreprise. Leurs préférences sont représentées par la fonction d'utilité suivante :

$$u^i = \ln x^i + 0{,}8\ \ln y^i$$

avec y^i la quantité du bien Y consommée par l'individu i avec $i = \{1,2\}$.

1) Écrire le programme d'optimisation relatif à l'optimum de Pareto de cette économie. Résoudre ce programme pour caractériser cet optimum.
2) Résoudre le programme d'optimisation de l'entreprise afin de déterminer les fonctions d'offre, de demande en facteur de production et de profit.
3) Résoudre le programme d'optimisation relatif aux consommateurs afin de calcule les fonctions de demande marshallienne individuelles.
4) Calculer les prix, les quantités d'équilibre ainsi que le profit réalisé.
5) Commenter ces résultats.

Nous supposons désormais que l'entreprise, consciente d'être la seule à produire, utilise son pouvoir de marché pour fixer le prix de vente du produit.

6) Caractériser l'équilibre général de cette économie.
7) Commenter l'impact de la concurrence dans une économie.

TD Fiche n°8 – Équilibre général de production et commerce international

Exercice

Une économie comprend deux zones économiques : L'union A et l'union B qui sont représentées par deux agents représentatifs dont les préférences sont les suivantes :

$$u^i = 2\sqrt{c_1^i} + 2\sqrt{c_2^i}$$

avec c_1^i et c_2^i respectivement la quantité de bien 1 et de bien 2 consommée par l'agent i avec $i = \{A, B\}$.

Le bien 1 est pris comme numéraire et est disponible dans l'économie sous forme de dotations initiales :

$$\Omega^A = 400 \text{ et } \Omega^B = 900$$

Il peut aussi bien être consommé (en quantité c_1^i pour le consommateur i avec $i = \{A, B\}$) qu'utilisé en tant que facteur de production dont la quantité est notée k^i, pour produire un second bien 2 dont la quantité est notée y. Dans chaque pays, il existe une entreprise qui produit le bien 2 de manière concurrentielle et dont la technologie de production est résumée par la fonction suivante :

$$y^i = 2\sqrt{k^i}$$

avec y^i la quantité de bien 2 produite par l'entreprise de la zone i avec $i = \{A, B\}$.
Le prix de ce bien est noté p.

1) Calculer l'équilibre général d'autarcie dont notamment l'investissement, la production et la capitalisation.
2) Calculer l'équilibre général de libre-échange dont notamment l'investissement, la production, la capitalisation et le solde des échanges.
3) Suite à une innovation technologique, la zone A voit sont facteur de productivité doubler. Recalculer l'équilibre général. Commenter.

TD Fiche n°9 – Équilibre général et bien collectif pur

Exercice 1

Nous considérons une économie composée de deux entreprises notées X et Y produisant respectivement un bien marchand en quantité x et un bien collectif en quantité y, et deux facteurs de production notés K et L dont les quantités utilisées sont notées respectivement k et l. Les quantités disponibles de chaque facteur sont égales à 100. Les techniques de production sont les suivantes :

$$x = k_{\mathrm{X}}^{0,25} l_{\mathrm{X}}^{0,25} \text{ et } y = k_{\mathrm{Y}}^{0,25} l_{\mathrm{Y}}^{0,25}$$

1) Calculer la frontière de production.

Cette économie comprend également trois consommateurs dont les préférences sont définies par les fonctions d'utilité suivantes :

$$u_{\mathrm{i}} = x_{\mathrm{i}} + 10\mathrm{i} \ln y$$

avec $\mathrm{i} = 1,2,3$, le niveau d'utilité atteint par le consommateur i, x_{i} la quantité de bien marchand consommée et y la quantité de bien collectif consommée.

2) Caractériser l'allocation optimale au sens de Pareto.

Exercice 2

Une économie comporte un seul bien marchand qui est pris comme numéraire et qui peut être aussi bien consommé (quantité notée x) qu'utilisé en facteur de production dont la quantité est notée k pour produire un bien collectif G dont la quantité est notée g. La technologie de production s'énonce :

$$g = 2k$$

La production de bien collectif s'effectue à financement équilibré.

Les trois agents possèdent des dotations initiales, notées w^i avec $i = \{1,2,3\}$ dont les quantités sont respectivement :

$$w^1 = 10, w^2 = 20 \text{ et } w^3 = 30.$$

Leurs préférences sont représentées par la fonction d'utilité suivante :

$$u^i = x^i + 6i \ln(g)$$

avec u^i le niveau d'utilité atteint par le consommateur i et x^i la quantité de bien marchand consommée.

1) Caractériser la situation optimale au sens de Pareto.
2) Caractériser les consommations optimales.
3) Calculer l'équilibre de Lindahl.
4) Calculer l'équilibre de souscription volontaire.
5) Calculer l'équilibre d'un vote majoritaire pour lequel chaque individu est porteur d'un projet politique avec financement égalitaire.
6) Un système de financement proportionnel aux dotations initiales est instauré. Caractériser l'équilibre d'un vote majoritaire.
7) Une campagne gouvernementale modifie les préférences des agents qui s'écrivent :

$$u^i = \left(x^i + 6i\ln(g)\right) + \alpha \sum_{j \neq i} \left(x^i + 6i\ln(g)\right)$$

avec $0 < \alpha \leq 1$ et pour $(i, j) \in \{1,2,3\}^2$

TD Fiche n°10 – Équilibre général et externalités

Exercice 1

Une économie comporte deux consommateurs notés A et B, une entreprise, un facteur de production et deux biens de consommation notés 1 et 2. Le bien 1 peut être aussi bien consommé qu'utilisé par l'entreprise comme facteur de production pour confectionner le bien 2. Ce bien est détenu sous forme de dotations initiales par les individus A et B :

$$w^A = 20 \text{ et } w^B = 40$$

Leurs préférences des consommateurs sont représentées par la fonction d'utilité suivante :

$$u^i = x_1^i x_2^i - e(y)$$

avec u^i le niveau d'utilité atteint par le consommateur i et x_j^i la quantité consommée de bien marchand j par la consommateur i pour $i = \{A, B\}$ et $j = \{1,2\}$, et $e(y)$ la désutilité que l'entreprise fait subir à chaque consommateur.

Nous posons que $e(y) = y$.

Les deux consommateurs possèdent à parts égales l'entreprise qui produit le bien 2 à partir du bien 1 suivant la technologie :

$$y = 2h$$

avec h la quantité de bien 1 utilisée comme facteur de production.

Le bien 1 est pris comme numéraire et le prix du bien 2 est noté p.

1) Calculez l'équilibre concurrentiel.
2) Déterminer la situation socialement optimale.
3) Quelle serait les conséquences d'une absence de production de l'entreprise.
4) L'entreprise propose un dédommagement forfaitaire aux consommateurs. Commenter.
5) L'État décide de taxer l'entreprise de manière proportionnelle avec le mécanisme fiscal noté T suivant :
$$T(e) = te(y) = ty$$
Calculer le montant optimal de la taxe.
6) Déterminer le mécanisme de subvention qui permettrait d'atteindre la pollution optimale. Commenter.
7) Expliciter le mécanisme fiscal Pareto-neutre.

Exercice 2

L'économie comprend une entreprise qui produit un bien noté X, en quantité x en utilisant le bois d'une forêt en quantité k, selon la technologie de production suivante :

$$x = 2\sqrt{k}$$

Le prix du bien X est noté p et celui du bois est normalisé à 1.

Ce bois est détenu à parts égales par deux consommateurs identiques notés A et B dont les préférences sont résumées par la fonction d'utilité suivante :

$$u^i = \ln c^i + \left(w^i - e(x)\right)$$

avec u^i le niveau d'utilité atteint par le consommateur i et c^i la quantité consommée de bien X par l'individu i pour $i = \{A, B\}$, w^i la qualité de promenades dans le bois et $e(y)$ la désutilité

que l'entreprise fait subir à chaque consommateur. Cette déforestation réduit la qualité de l'air et les possibilités de promenades.
Nous posons que $e(x) = 0{,}5x$.

1) Calculer l'équilibre concurrentiel en supposant que les consommateurs considèrent le profit de l'entreprise comme un revenu donné.
2) Déterminer l'optimum social.
3) L'État décide de taxer l'entreprise de manière proportionnelle avec le mécanisme fiscal noté T suivant :
$$T(e) = te(x) = tx$$
Calculer le montant optimal de la taxe.
4) Déterminer le mécanisme de subvention qui permettrait d'atteindre la pollution optimale. Commenter.
5) Expliciter le mécanisme fiscal Pareto-neutre.