1.7. Formulation de Kreps.

On définit $\succsim$ par : $x \succsim y \iff \neg\, y P x$

Montrons que : $\begin{bmatrix} P \text{ Asymétrique} \\ \text{Trans. nég} \end{bmatrix} \iff \begin{bmatrix} \succsim \text{ réflexive, complète} \\ \text{transitive} \end{bmatrix}$

$\Rightarrow$: $\forall x$, $\neg\, x P x$ (asymétrique) donc $x \succsim x$ $\rightarrow$ <u>Réflexive</u>

$\forall x, y$ $\neg\, x P y$ ou $\neg\, y P x$ $\rightarrow$ <u>Complète</u>.

Transitive :

si $x \succsim y$, $y \succsim z$ $\iff$ $\neg\, z P y$ et $\neg\, y P x$

$\Rightarrow \neg\, z P x$ par trans. négative (contraposée)

donc $x \succsim z$.

(Trans. nég : $x P y \Rightarrow \underset{(\text{ou})}{x P z \cup z P y}$ donc $\underset{(\text{et})}{\neg x P z \wedge \neg z P y} \Rightarrow \neg x P y$)

$\Leftarrow$: $\forall x, y$ $x \succsim y$ ou $y \succsim x$ donc $x P y$ et $y P x$ impossible $\rightarrow$ Asymétrique.

Trans nég : $\neg (y \succsim x) \Rightarrow \neg\, y \succsim z$ ou $\neg\, z \succsim x$ (Transitivité de $\succsim$)

donc $x P y \Rightarrow x P z$ ou $z P y$