

Examen, 25 mars 2016
Durée : 2 heures

Le barème donné à titre indicatif n'est pas définitif. La rédaction et la précision des raisonnements seront prises en compte dans la notation.

Exercice 1 (3 points) On considère une économie d'échange $\mathcal{E} = \{L, N, (u^i, e^i)_{i=1, \dots, N}\}$ où les fonctions d'utilité sont toutes croissantes. On suppose qu'il existe un prix p , avec $p_\ell > 0$ pour tout $\ell = 1, \dots, L$, tel que les demandes des consommateurs $d^1(p), d^2(p), \dots, d^N(p)$ garantissent l'équilibre sur les marchés des biens, pour les biens 1 à $L - 1$. Montrer que le marché du bien L est également à l'équilibre.

Exercice 2 (10 points) On considère une économie d'échange à 2 agents (1 et 2) et 2 biens (x et y). Les dotations initiales des agents, notées $e^i = (e_x^i, e_y^i) \in \mathbb{R}_+^2$, sont

$$e^1 = (1, \epsilon) \quad e^2 = (0, 1 - \epsilon) \quad \text{avec } \epsilon \in [0, 1]$$

Les fonctions d'utilité $u^i : \mathbb{R}_+^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $i = 1, 2$, sont

$$u^1(x, y) = x^{\frac{1}{3}} y^{\frac{2}{3}}, \quad u^2(x, y) = x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}}$$

- (2 pts) Vérifier *explicitement* si la fonction d'utilité du premier agent est : croissante, strictement croissante, quasi-concave, strictement quasi-concave.
- (2 pts) Déterminer la demande de chacun des agents en fonction du prix $p = (p_x, p_y)$ et de sa dotation initiale, en donnant toutes les étapes du calcul pour le premier agent seulement.
- (1 pt) Peut-on dire, *sans faire aucun calcul*, que cette économie possède un équilibre concurrentiel ? Pourquoi ?
- (2 pts) Le cas échéant, déterminer l'équilibre concurrentiel de cette économie et vérifier que le prix d'équilibre éventuel du bien x (relativement à celui du bien y) est une fonction décroissante de ϵ .
- (2 pts) On pose $\epsilon = 0$, représenter dans une boîte d'Edgeworth : les dotations initiales, quelques courbes d'indifférence des agents, l'équilibre concurrentiel éventuel (droite budgétaire et allocations).
Même question avec $\epsilon = \frac{1}{2}$.
- (1 pt) Peut-on dire, *sans faire aucun calcul*, que toute allocation d'équilibre trouvée est Pareto optimale ? Pourquoi ?

Exercice 3 (7 pts) On considère un consommateur dont les préférences sur des paniers de 2 biens (x et y) sont représentées par la fonction d'utilité $u(x, y) = \min\{x; y\}$.

- (0.5 pt) Représenter graphiquement les courbes d'indifférence de ce consommateur.
- (2 pts) Déterminer la demande du consommateur en fonction du prix $p = (p_x, p_y)$ et d'un revenu $R \in \mathbb{R}_+$, puis d'une dotation initiale $e = (e_x, e_y) \in \mathbb{R}_+^2$ du consommateur.
- (2 pts) On suppose à présent qu'il y a un deuxième consommateur, avec la même fonction d'utilité $u(x; y) = \min\{x; y\}$ et que les dotations initiales respectives sont $e^1 = (e_x^1, e_y^1) = (2, 0)$ et $e^2 = (e_x^2, e_y^2) = (0, 2)$. Déterminer un équilibre concurrentiel de cette économie. Est-ce le seul ?
- (1 pt) Soient $p^* = (p_x^*, 1)$ et $\bar{p} := (\bar{p}_x, 1)$ deux prix d'équilibre tels que $p_x^* > \bar{p}_x$. Que peut-on dire des allocations d'équilibre associées à ces prix ? Est-ce surprenant ?
- (1.5 pts) Quelle est la courbe des contrats de cette économie ?