

1.6. Give, an example:

$$x \succeq y \Leftrightarrow x \geq y \text{ sur } [0, 1].$$

$$\begin{cases} u(x) = x & \text{sur } [0, 1/2[\\ u(x) = x+1 & \text{sur } [1/2, 1] \end{cases}$$

(en général, on prend f stricte croissante, non continue)

2- $x = 1$ on a $x \succeq y$, or $\forall \varepsilon > 0 \exists z = 1 - \frac{\varepsilon}{2}$ /
 $y = 0.99$

$z \sim y$ donc on n'a pas $z \succeq y$.

\rightarrow on ne peut construire $B(x, \varepsilon)$ t.q. $\forall z \in B(x, \varepsilon), z \succeq y$.

1.8.

2). Additive, continue, pas monotone stricte: $u(x, y) = \lambda y$, $\lambda > 0$

Non croissant, continue, pas additive: $u(x, y) = xy$

soit $(x, y), (x', y')$ t.q. $xy > x'y'$
 $x' > x$

alors $x(y+t) < x'(y'+t)$

$$\Rightarrow t(x' - x) > xy - x'y'$$

donc en divisant $t > \frac{xy - x'y'}{x' - x} > 0$, $\Delta = 0$, on a $xy > x'y'$
et $x(y+t) < x'(y'+t)$