Corollaire de la Loi de Walras : Une preuve avec des producteurs

Quels que soient les types de marchés considérés, la preuve s'écrit de la même manière : l'équilibre sur les premiers marchés modifie la contrainte budgétaire. Cela doit permettre de montrer qu'il est impossible d'avoir une offre ou une demande excédentaire sur le n^e marché, ou encore de trouver un prix d'équilibre sur ce marché.

Faisons l'hypothèse que $n-1$ marchés de biens sont à l'équilibre. Nous considèrons par simplicité que les firmes utilisent toutes un seul facteur de production, le facteur travail l. Nous considérons que le marché du travail est à l'équilibre. Toutes les technologies sont à rendements constants. Donc, si un marché est à l'équilibre, la firme a un profit nul.

Nous devons prouver que le n^e marché est aussi à l'équilibre.

Le marché du travail étant à l'équilibre, on peut écrire, avec j les consommateurs et i les producteurs :

$$\sum_j l^j = \sum_{i=1}^{n} l_i \tag{L}$$

Le profit étant nul sur les $n-1$ premiers marchés, on peut écrire :

$$\Pi_i = p_i q_i - s l_i = 0,\ \forall\ i < n$$

avec s le salaire.

L et cette dernière equation nous donne :

$$s\sum_j l^j = s\sum_{i=1}^{n} l_i \Rightarrow s\sum_j l^j = \sum_{i=1}^{n-1} p_i q_i + s l_n \Rightarrow l_n = \sum_j l^j - \frac{\sum_{i=1}^{n-1} p_i q_i}{s}$$

avec j les consommateurs.

On voit donc que l_n est positif ou nul, mais toujours borné. Le cas où l_n est infini est donc exclu.

La contrainte budgétaire des consommateurs j s'écrit :

$$\sum_i p_i c_i^j = \sum_i p_i w_i^j + s l^j\ \forall\ j \Rightarrow \sum_j \sum_i p_i c_i^j = \sum_j \sum_i p_i w_i^j + s\sum_j l^j \tag{CB}$$

Comme les $n-1$ premiers marchés sont à l'équilibre, on peut écrire :

$$\sum_j \sum_i^{n-1} p_i c_i^j = \sum_j \sum_i^{n-1} p_i w_i^j + \sum_i^{n-1} p_i q_i$$

Donc, la contrainte budgétaire agrégée CB peut s'écrire :

$$\sum_i^{n-1} p_i q_i + \sum_j p_n c_n^j = \sum_j p_n w_n^j + s\sum_j l^j \Rightarrow \sum_j p_n c_n^j = \sum_j p_n w_n^j + s l_n$$

Si $l_n = 0$, on voit qu'il existe un prix p_n tel que $\sum_j p_n c_n^j = \sum_j p_n w_n^j$, i.e. il y a équilibre (mêmes arguments que sans production).

Si $l_n > 0$, en posant $p_n = \frac{s l_n}{q_n}$, on peut rééecrire la contrainte budgétaire :

$$p_n \sum_j c_n^j = p_n \sum_j w_n^j + s l_n \Rightarrow \frac{s l_n}{q_n}\sum_j c_n^j = \frac{s l_n}{q_n}\sum_j w_n^j + s l_n \Rightarrow \sum_j c_n^j = \sum_j w_n^j + q_n$$

Ce qui est bien la condition d'équilibre du marché du bien n. Il y a donc bien un prix qui apure le marché du bien n et celui-ci correspond à la condition de zéro profit de la firme produisant le bien n. Il y a donc bien équilibre général.