Licence 2 MI2E, Université Paris-Dauphine
Microéconomie : théorie de l'équilibre général
Cours de Vincent Iehlé

Examen, 15 juillet 2016
Durée : 2 heures

Le barème donné à titre indicatif n'est pas définitif. La rédaction et la précision des raisonnements seront prises en compte dans la notation.

Questions de cours (5 points) On considère une économie d'échange $\mathcal{E} = \{L, N, (e^i, u^i)_{1\leq i\leq N}\}$.

1. (2 pts) Rappeler la définition d'un équilibre concurrentiel dans cette économie.
2. (2 pts) Rappeler la définition d'une allocation réalisable et d'une allocation Pareto optimale dans cette économie.
3. (1 pt) Rappeler le premier théorème du bien-être dans cette économie.

Exercice 1 (7 points) On considère une économie avec 2 consommateurs, 3 entreprises et 2 biens (x et y). La fonction d'utilité du consommateur 1 est donnée par $u^1(x^1, y^1) = (x^1)^{\frac{3}{4}}(y^1)^{\frac{1}{4}}$. Celle du consommateur 2 par $u^2(x^2, y^2) = (x^2)^{\frac{2}{3}}(y^2)^{\frac{1}{3}}$. La dotation initiale de chaque consommateur est $(1, 1)$. La part de l'entreprise $j = 1; 2; 3$ détenue par le consommateur $i = 1; 2$ est notée θ^{ij}. Chaque entreprise $j = 1; 2; 3$ produit du bien y à partir du bien x suivant la technologie g^j ; on notera respectivement x_e^j et y_e^j les quantités de bien x et de bien y choisies. Les fonctions de production sont données par : $g^1(x_e^1) = \sqrt{x_e^1}$; $g^2(x_e^2) = 2\sqrt{x_e^2}$; et $g^3(x_e^3) = 3x_e^3$.

1. (2 pts) Pour les **deux** premières entreprises $j = 1; 2;$, déterminer la fonction d'offre et le profit maximal $\pi^j(p_x, p_y)$ en fonction d'un prix donné (p_x, p_y).
2. (2 pts) Pour chaque consommateur $i = 1; 2$, déterminer la fonction de demande en fonction d'un prix donné (p_x, p_y) et des θ^{ij} et $\pi^j(p_x, p_y)$.

On suppose que $\theta^{ij} = 0.5$ pour tout $i = 1; 2$ et tout $j = 1; 2; 3$. Le prix du bien y est normalisé à 1.

4. (1 pt) A quelle condition sur le prix p_x l'entreprise 3 produit-elle **à l'équilibre concurrentiel** une quantité strictement positive y_e^3 ? Quel est alors son profit ?
5. (2 pts) En utilisant les questions 2. et 3. et les conditions d'équilibre sur les marchés, déterminer si on peut avoir un équilibre concurrentiel avec ce prix ?

Exercice 2 (8 points)

On considère une économie d'échange avec 2 agents (1 et 2) et 3 biens (x, y et z). La fonction d'utilité de l'agent 1 est donnée par

$$u^1(x, y, z) = x^{\frac{4}{7}}y^{\frac{8}{7}}z^{\frac{12}{7}}$$

La fonction d'utilité de l'agent 2 est donnée par

$$u^2(x, y, z) = \frac{1}{4}\ln(x) + \frac{1}{2}\ln(y) + \frac{3}{4}\ln(z)$$

Les dotations initiales sont données par $e^1 = (0, 150, 150)$ et $e^2 = (100, 150, 50)$.

1. (1 pt) Montrer que les deux agents ont les mêmes préférences, c'est-à-dire que la fonction u^2 représente les mêmes préférences que la fonction d'utilité u^1.

<u>*Dans la suite, on considérera u^2 comme étant la fonction d'utilité des deux agents.*</u>

2. (1 pt) Sans calculs et en raisonnant seulement sur les fonctions d'utilité et les dotations initiales, peut-on dire que les agents ont intérêt à échanger ?

3. (2 pts) Déterminer la fonction de demande de l'agent 1, $D^1(p, e^1)$ pour tout $p \in \mathbb{R}^3_{++}$, en détaillant la méthode et les calculs. En déduire sans calculs la fonction de demande de l'agent 2.
4. (3 pts) Poser les conditions d'équilibre sur les marchés, déterminer les prix d'équilibre, puis les allocations d'équilibre. (on normalisera le prix du bien x : $p_x^* = 1$)
5. (1 pt) Peut-on trouver une allocation réalisable qui Pareto-domine l'allocation d'équilibre trouvée à la question précédente ?