Microéconomie: équilibre général

Epreuve sur 24 points. Toutes les réponses doivent être justifiées.

Exercice 1 : *Questions de cours* (7 = 1+1+2+2+1 points)

Soit $\mathcal{E} = (N, L, (u^i, e^i)_{i=1,\ldots,N})$ une économie où, pour tout $i = 1, \ldots, N$, $u^i : \mathbb{R}^L_+ \to \mathbb{R}$ est une fonction d'utilité croissante représentant les préférences $\succsim^i$ de l'agent i sur les paniers à L biens et e^i est sa dotation initiale.

1. Qu'est-ce qu'un équilibre concurrentiel dans $\mathcal{E}$? Enoncer des conditions suffisantes pour l'existence d'un équilibre concurrentiel.

On suppose désormais que, pour tout i, la fonction de demande $p \mapsto d^i(p)$ est bien définie

2. Définir et interpréter la fonction de demande excédentaire f. Décrire les équilibres concurrentiels à l'aide de f.
3. Déterminer tous les équilibres concurrentiels de $\mathcal{E}$ lorsque tous les agents sont identiques, i.e. $(u^1, e^1) = \cdots = (u^N, e^N)$. Commenter.
4. Soit $h > 0$. Interpréter et comparer $d^i(p)$ et $d^i(p')$, pour deux prix $p, p' \in \mathbb{R}^L_+$ vérifiant $p' = p + h(1, 0, \ldots, 0)$.
5. L'énoncé suivant est-il vrai ou faux ? (justifier votre réponse) : "Si $z = (z^1, \ldots, z^N)$ est une allocation d'équilibre, alors $u^i(z^i) \geqslant u^i(e^i)$ pour tout $i = 1, \ldots, N$".

Exercice 2 : *Un problème de consommateur* (5 points)

On considère un agent dont les préférences sur deux biens sont données par la fonction d'utilité $u(x, y) = 10 + 2x^2y^3$. Initialement, l'agent possède une unité de chaque bien, i.e. $e = (1, 1)$. Soit $p = (p_x, p_y) \gg 0$ un vecteur de prix fixé.

1. Décrire le problème de maximisation du consommateur et expliquer pourquoi il admet une unique solution $d(p) := (x^*, y^*)$ vérifiant, en plus, $x^*y^* > 0$.
2. Expliquer pourquoi on peut supposer, sans perte de généralité, que $p_y = 1$. Montrer que $x^*p_x + y^*p_y = p_x + p_y$. Nommer et interpréter ce résultat.
3. Déterminer le taux marginal de substitution du bien y pour le bien x en tout point (x_0, y_0). En déduire le panier optimal $d(p)$.
4. On suppose que $p_y = 1$. Donner des conditions sur p_x pour que
   (a) il y ait excès de demande pour le bien x
   (b) il y ait excès de demande pour le bien y
5. Si le consommateur reçoit une quantité $\delta > 0$ additionnelle du premier bien, comment sa demande se verra-t-elle affectée ? Justifier la réponse en déterminant la nouvelle fonction de demande $d(p; \delta)$ et en la comparant à l'ancienne $d(p)$.

Exercice 3 : *Un problème d'équilibre* (8 points)

On considère une économie d'échange $\mathcal{E} = \{(u^i, e^i)_{i=1,2}\}$ avec deux biens et deux agents, décrits par des fonctions d'utilité $u^1(x,y) = \ln x + 2\ln y$ et $u^2(x,y) = x+y$ et des dotations initiales $e^1 = (4,2)$ et $e^2 = (1,3)$. On supposera que $p_y = 1$, et on notera $p \geqslant 0$ le prix du premier bien.

1. Que représentent les courbes d'iso-utilité $\{u^1 = 4\ln 2\}$ et $\{u^2 = 4\}$? Déterminer leur expression analytique.
2. Placer $e = (e^1, e^2)$, $\{u^1 = 4\ln 2\}$ et $\{u^2 = 4\}$ sur une boîte d'Edgeworth.
3. Interpréter et indiquer graphiquement (sur la même boite d'Edgeworth) l'ensemble :
$$\{(z^1, z^2) \in \mathbb{R}^4_+ \mid z^1 + z^2 = (5,5),\ u^1(z^1) \geqslant u^1(e^1),\ u^2(z^2) \geqslant u(e^2)\}$$
4. Toujours sur le même dessin, indiquer les contraintes budgétaires des deux agents pour les prix (du bien x) suivants : $p_1 = 3$, $p_2 = 1$ et $p_3 = 1/4$.
5. Le problème de maximisation du deuxième consommateur admet-il une solution unique ? Justifier la réponse en déterminant (analytiquement ou à l'aide d'un graphique) la demande $D^2(p)$ du deuxième consommateur en fonction de p. Déterminer également $D^1(p)$.
6. Montrer que pour $p > 1$, $(p,1)$ n'est pas un prix d'équilibre.
7. Montrer que pour $p < 1$, $(p,1)$ n'est pas un prix d'équilibre.
8. Montrer que $(1,1)$ est un prix d'équilibre, et déterminer l'allocation correspondante. Commenter et conlcure.

Exercice 4 : *Un problème de préférences* (4=1+2+1 points)

Soit $X = \{a,b,c\}$ un ensemble d'alternatives. On considère deux décideurs $i = 1,2$ dont les comportements sont décrits par les fonctions de choix suivantes (les ensembles de tests $\mathcal{A}^1$ et $\mathcal{A}^2$ y sont définis implicitement) :

agent 1 : $C^1(A) = A$, pour tout $A \subset X$ ayant deux éléments, et $C^1(X) = \{a\}$

agent 2 : $C^2(\{a,b\}) = C^2(\{a,c\}) = \{a\}$, et $C^2(\{b,c\}) = \{b,c\}$

On définit les préférences révélées $\succsim^i$ de l'agent $i = 1,2$ en posant pour tout $\alpha, \beta \in X$:

$$\alpha \succsim^i \beta \quad \Leftrightarrow \quad \exists A \in \mathcal{A}^i \text{ tel que } \alpha, \beta \in A \text{ et } \alpha \in C^i(A)$$

1. Les préférences $\succsim^i$ sont-elles rationnelles ? Justifier votre réponse.
2. Enoncer l'axiome faible des préférences révélées (WA). Vérifier si les fonctions de choix décrites ci-dessus le vérifient.
3. Ordonner (si possible) les alternatives a, b et c du point de vue de chaque agent et définir (si possible) une fonction d'utilité u^i qui représente $\succsim^i$, pour $i = 1,2$.