

## Exemple: Calcule de la demande du consommateur avec 3 biens

Yeganeh Forouheshfar

November 23, 2013

Les préférences d'un consommateur sur des paniers de 3 biens sont représentées par la fonction d'utilité:

$$u = x^{\frac{1}{3}} y^{\frac{1}{6}} z^{\frac{1}{2}}$$

Les dotation initial sont données avec  $e = (2, 1, 3)$ . Déterminer **la fonction de demande du consommateur en bien**  $x$ , en fonction du prix  $p = (p_x, p_y, p_z)$ .

**Réponse:** On va d'abord calculer les TMS:

$$TMS_{y \rightarrow x} = \frac{\frac{\partial u}{\partial x}}{\frac{\partial u}{\partial y}} = \frac{\frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} y^{\frac{1}{6}} z^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{6} x^{\frac{1}{3}} y^{-\frac{5}{6}} z^{\frac{1}{2}}} = 2 \frac{y}{x}$$
$$TMS_{z \rightarrow x} = \frac{\frac{\partial u}{\partial x}}{\frac{\partial u}{\partial z}} = \frac{\frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} y^{\frac{1}{6}} z^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{6} x^{\frac{1}{3}} y^{\frac{1}{6}} z^{-\frac{1}{2}}} = \frac{2}{3} \frac{z}{x}$$

Les conditions nécessaires pour que  $(x^*, y^*, z^*)$  soit la demande du consommateur est:

$$TMS_{y \rightarrow x} = \frac{p_x}{p_y} \quad \text{et que} \quad TMS_{z \rightarrow x} = \frac{p_x}{p_z}$$

Autrement dit:

$$2 \frac{y^*}{x^*} = \frac{p_x}{p_y} \quad \Rightarrow \quad y^* = \frac{1}{2} \frac{p_x}{p_y} x^* \quad (1)$$

$$\frac{2}{3} \frac{z^*}{x^*} = \frac{p_x}{p_z} \quad \Rightarrow \quad z^* = \frac{3}{2} \frac{p_x}{p_z} x^* \quad (2)$$

La fonction d'utilité est strictement monotone alors la contrainte budgétaire est saturée:

$$p_x x^* + p_y y^* + p_z z^* = 2p_x + p_y + 3p_z \quad (3)$$

A partir de (1) et (2) et (3) on peut calculer  $x^*$  ou bien la fonction de demande du consommateur en bien  $x$ :

$$p_x x^* + \frac{1}{2} p_y \frac{p_x}{p_y} x^* + \frac{p_x}{p_z} x^* \frac{3}{2} p_z = 2p_x + p_y + 3p_z$$

$$x^* = \frac{2p_x + p_y + 3p_z}{3p_x}$$