Université Paris-Dauphine **Mars 2017**
DEMI 2E **Partiel. Durée 2h**

Microéconomie: équilibre général

Epreuve sur 24 points. Toutes les réponses doivent être justifiées.

Exercice 1 : *Questions de cours* (5 points)

On se place dans une économie $\mathcal{E} = (N, L, (u^i, e^i)_{i=1,\dots,N})$ où, pour tout $i = 1, \dots, N$, $u^i : \mathbb{R}^L_+ \to \mathbb{R}$ est une fonction d'utilité représentant les préférences $\succsim^i$ de l'agent i sur les paniers de L biens et e^i représente sa dotation initiale. On supposera que u^i est continue et croissante pour tout i.

1. Les préférences $\succsim^i$ sont-elles nécessairement rationnelles et continues ? Existe-t-il d'autres fonctions d'utilité représentant les mêmes préférences ?
2. Définir une allocation Pareto-optimale dans l'économie $\mathcal{E}$.
3. Enoncer le théorème d'existence d'un équilibre concurrentiel.
4. Enoncer le premier théorème du bien-être. S'applique-t-il dans l'économie $\mathcal{E}$?
5. Qu'est-ce qu'une "loi de la demande" ? Existe-t-elle ?

Exercice 2 : *Un problème de consommateur* (5 points)

On considère un agent dont les préférences sur deux biens sont données par la fonction d'utilité $u(x, y) = 2 \ln x + 3 \ln y$. Les prix $p = (p_x, p_y) \gg 0$ sont fixés et l'agent possède initialement une unité de chaque bien, i.e. le panier $e = (1, 1)$.

1. Décrire le problème de maximisation du consommateur et expliquer pourquoi il admet une unique solution $d(p) := (x^*, y^*) \gg 0$.
2. Montrer que $x^* p_x + y^* p_y = p_x + p_y$. Nommer et interpréter ce résultat.
3. Déterminer le taux marginal de substitution du bien y pour le bien x en tout point (x_0, y_0). En déduire le panier optimal (x^*, y^*).
4. Considérons un nouveau vecteur de prix $p' = (p'_x, p_y)$ où le prix du premier bien a augmenté, i.e. $p'_x > p_x$. Déterminer $d(p')$.
5. Comparer $d(p')$ avec $d(p)$ et commenter.

Exercice 3 : *Un problème d'équilibre* (10 points)

On considère une économie d'échange $\mathcal{E} = \{(u^i, e^i)_{i=1,2}\}$ avec deux biens et deux agents, décrits par des fonctions d'utilité $u^1(x,y) = \ln x + 2\ln y$ et $u^2(x,y) = x+y$ et des dotations initiales $e^1 = (3,1)$ et $e^2 = (2,4)$.

1. Représenter les courbes d'iso-utilité $\{u^i = 1\}$, $i = 1,2$, sur une boîte d'Edgeworth.
2. Placer $e = (e^1, e^2)$ sur le même dessin. Indiquer ensuite les contraintes budgétaires pour les prix $p = (2,1)$ et $p' = (1,2)$.
3. Indiquer graphiquement (sur une nouvelle boîte d'Edgeworth) l'ensemble suivant :
$$\{(z^1, z^2) \in \mathbb{R}^4_+ \mid z^1 + z^2 = (5,5),\ u^1(z^1) \geqslant u^1(e^1),\ u^2(z^2) \geqslant u(e^2)\}$$
4. Le problème de maximisation du deuxième consommateur admet-il une solution unique ? Justifier la réponse en décrivant (analytiquement ou à l'aide d'un graphique) la demande du deuxième consommateur en fonction du prix p.
5. Déterminer l'unique équilibre (p^*, z^*) avec $p^* = (1,1)$. Commenter.
6. Déterminer si les allocations suivantes sont Pareto-optimales :
$$z_1 = ((0,0),(5,5)), \qquad z_2 = z^*, \qquad z_3 = (e^1, e^2), \quad \text{et} \quad z_4 = ((3,6),(6,5))$$
7. Montrer que si $p = (p_x, p_y)$ est tel que $p_x > p_y$ alors p n'est pas un équilibre de $\mathcal{E}$.
8. Montrer que si $p = (p_x, p_y)$ est tel que $p_x < p_y$ alors p n'est pas un équilibre de $\mathcal{E}$. En déduire que l'équilibre trouvé en 4. est l'unique équilibre de $\mathcal{E}$.
9. Déterminer la courbe des contrats, i.e. l'ensemble des allocations Pareto-optimales.
10. Expliquer comment déterminer l'allocation d'équilibre z^* à partir du prix d'équilibre p^*, de la dotation initiale e et de la courbe des contrats, c'est–à–dire sans calculer les demandes des agents.

Exercice 4 : *Un problème de préférences* (4 points)

Soit $X = \{a,b,c\}$ un ensemble d'alternatives. On considère deux décideurs $i = 1,2$ dont les comportements sont décrits par les fonctions de choix suivantes :

$$C^i(\{a,b\}) = C^i(\{a,c\}) = \{a\} \quad \text{et} \quad C^i(\{b,c\}) = \{b,c\}, \quad \text{pour } i = 1,2$$
$$C^1(\{a,b,c\}) = \{a\} \qquad C^2(\{a,b,c\}) = \{b,c\}$$

Pour $i = 1,2$, les préférences révélées $\succsim^i$ de l'agent i sont définies par :

$$\forall x,y \in X, \qquad x \succsim^i y \quad \Leftrightarrow \quad \exists A \in \mathcal{A}^i \text{ tel que } x,y \in A \text{ et } x \in C^i(A)$$

1. Les préférences $\succsim^i$ sont-elles rationnelles ? Justifier votre réponse.
2. Enoncer l'axiome faible des préférences révélées (WA). Vérifier si les fonctions de choix décrites ci-dessus le vérifient.
3. Ordonner (si possible) les alternatives a, b et c du point de vue de chaque agent.
4. Définir (si possible) une fonction d'utilité u^i qui représente $\succsim^i$, pour $i = 1,2$.