Licence 2 MI2E, Université Paris-Dauphine
Microéconomie : théorie de l'équilibre général
Cours de Vincent Iehlé

Examen, 30 mai 2016
Durée : 2 heures

Le barème donné à titre indicatif n'est pas définitif. La rédaction et la précision des raisonnements seront prises en compte dans la notation.

Questions de cours (3 points)

1. (1pt) Rappeler le théorème d'existence d'un équilibre concurrentiel dans une économie d'échange $\mathcal{E}$.
2. (1pt) Rappeler le premier théorème du bien-être dans une économie d'échange $\mathcal{E}$.
3. (1pt) Dans quel cas de figure, vu en cours, ce théorème n'est-il pas nécessairement vérifié ? Expliquer pourquoi brièvement.

Exercice 1 (8 points) On considère une économie avec 2 consommateurs, 3 entreprises et 2 biens (x et y). La fonction d'utilité du consommateur 1 est donnée par $u^1(x^1, y^1) = (x^1)^{\frac{3}{4}}(y^1)^{\frac{1}{4}}$. Celle du consommateur 2 par $u^2(x^2, y^2) = (x^2)^{\frac{2}{3}}(y^2)^{\frac{1}{3}}$. La dotation initiale de chaque consommateur est $(1, 1)$. La part de l'entreprise $j = 1; 2; 3$ détenue par le consommateur $i = 1; 2$ est notée θ^{ij}. Chaque entreprise $j = 1; 2; 3$ produit du bien y à partir du bien x suivant la technologie g^j ; on notera respectivement x_e^j et y_e^j les quantités de bien x et de bien y choisies. Les fonctions de production sont données par : $g^1(x_e^1) = \sqrt{x_e^1}$; $g^2(x_e^2) = 2\sqrt{x_e^2}$; et $g^3(x_e^3) = 3x_e^3$.

1. (1 pt) Les consommateurs ayant plutôt une préférence relative pour le bien x, peut-on dire sans calculs que les entreprises ne produisent jamais du bien y à l'équilibre concurrentiel ?
2. (2 pts) Pour les **deux** premières entreprises $j = 1; 2;$, déterminer la fonction d'offre et le profit maximal $\pi^j(p_x, p_y)$ en fonction d'un prix donné (p_x, p_y).
3. (2 pts) Pour chaque consommateur $i = 1; 2$, déterminer la fonction de demande en fonction d'un prix donné (p_x, p_y) et des θ^{ij} et $\pi^j(p_x, p_y)$.

On suppose que $\theta^{ij} = 0.5$ pour tout $i = 1; 2$ et tout $j = 1; 2; 3$. Le prix du bien y est normalisé à 1.

4. (1 pt) A quelle condition sur le prix p_x l'entreprise 3 produit-elle **à l'équilibre concurrentiel** une quantité strictement positive y_e^3 ? Quel est alors son profit ?
5. (2 pts) En utilisant les questions 2. et 3. et les conditions d'équilibre sur les marchés, déterminer si on peut avoir un équilibre concurrentiel avec ce prix ?

Exercice 2 (9 points) On considère une économie avec effets externes, avec 2 consommateurs, 2 biens x et y et des dotations $e^1 = (1, \epsilon)$ et $e^2 = (0, 1 - \epsilon)$ avec $\epsilon \in [0, 1]$. Pour tout $i = 1, 2$, on note x^i la quantité de bien x consommée par l'agent i et y^i la quantité de bien y consommée par l'agent i.

L'utilité de l'agent 1 dépend de la consommation en bien x de l'agent 2 mais l'effet est perçu seulement pour des valeurs suffisamment élevées :

$$u^1(x^1, y^1; x^2) = \begin{cases} \sqrt{x^1 y^1} & \text{si } x^2 < \frac{1}{4} \\ \sqrt{x^1 y^1} + 2(x^2 - \frac{1}{4}) & \text{sinon} \end{cases}$$

Quant à l'agent 2, son utilité est définie par :

$$u^2(x^2, y^2) = \sqrt{x^2 y^2}$$

Dans cet exercice on s'intéresse à la structure des allocations d'équilibre en fonction du niveau ϵ de redistribution des dotations.

1. (3 pts) Déterminer l'équilibre concurrentiel de cette économie en fonction de ϵ.

2. (1 pt) Pour chaque $\epsilon \in [0,1]$, déterminer l'utilité de l'agent 1 **à l'équilibre concurrentiel**, notée $V(\epsilon)$.
3. (1 pt) Comment varie cette fonction V en fonction de ϵ ? Vous pourrez la tracer dans le plan pour préciser votre réponse.
4. (1 pt) (sans calculs) Comment expliquer le comportement de cette fonction ?
5. (1 pt) En utilisant la question 1., trouver la valeur de ϵ telle que l'allocation concurrentielle $\mathcal{A} = \big((\bar{x}^1, \bar{y}^1), (\bar{x}^2, \bar{y}^2)\big)$ associée à cette économie vérifie $\bar{x}^2 = \frac{1}{3}$.
6. (1 pt) Trouver une allocation qui Pareto-domine l'allocation $\mathcal{A}$ en justifiant rapidement votre raisonnement.
7. (1 pt) Montrer qu'il existe $\epsilon^* \in [0,1]$ telle que l'allocation d'équilibre Pareto-domine toutes les autres allocations d'équilibre associées à un niveau quelconque $\epsilon \in [0,1]$ avec $\epsilon \neq \epsilon^*$.