Je me permets après une discussion avec Joachim, de compléter sa réponse pour l'ex 3.4. Montrer que u(x,y)=xy/(y+4y) est une fonction à élasticité de substitution constante (i.e. de la forme (A x^r+ B y^r)^{1/r}, avec A,B>0 tels que A+B=1 et r réel

u(x,y)=xy/(x+4y)

En divisant par xy numérateur en dénominateur, on a:

u(x,y)=1/(4/x+1/y) (on y reconnait le r=-1)

quand à A et B, on a A=4B, donc forcément (A,B)=(4/5,1/5)

On obtient donc

u(x,y)=1/5 [ (4/5) x^{-1}+(1/5) y^{-1} ] ^{-1}

C'est donc une CES avec A=4/5, B=1/5 et r=-1.

J'en profite pour rappeler les propriétés suivantes, pour les fonctions à ESC, que je ferai en cours et qui peuvent être utiles

**Fonctions à ESC**

Pour tout A,B>0 tels que A+B=1

1) (x,y)\mapsto (A x^r+ B y^r)^{1/r} est concave pour r<\leq 1

2) (x,y)\mapsto (A x^r+ B y^r)^{1/r} est convexe pour r\geq 1

3) Pour tout (x,y), r\mapsto (A x^r+ B y^r)^{1/r} est croissante

4) r=-infty, c'est le min

    r=-1 c'est la moyenne harmonique

    r=0 c'est la moyenne géométrique

    r=1 c'est la moyenne arithmétique

    r=+infty c'est le max

5) Les moyennes usuelles sont obtenues avec A=B=1/2. Autrement dit, (A x^r+ B y^r)^{1/r} est une généralisation (avec poids A, B quelconques) des moyennes usuelles

6) Tout cela se généralise à n variables