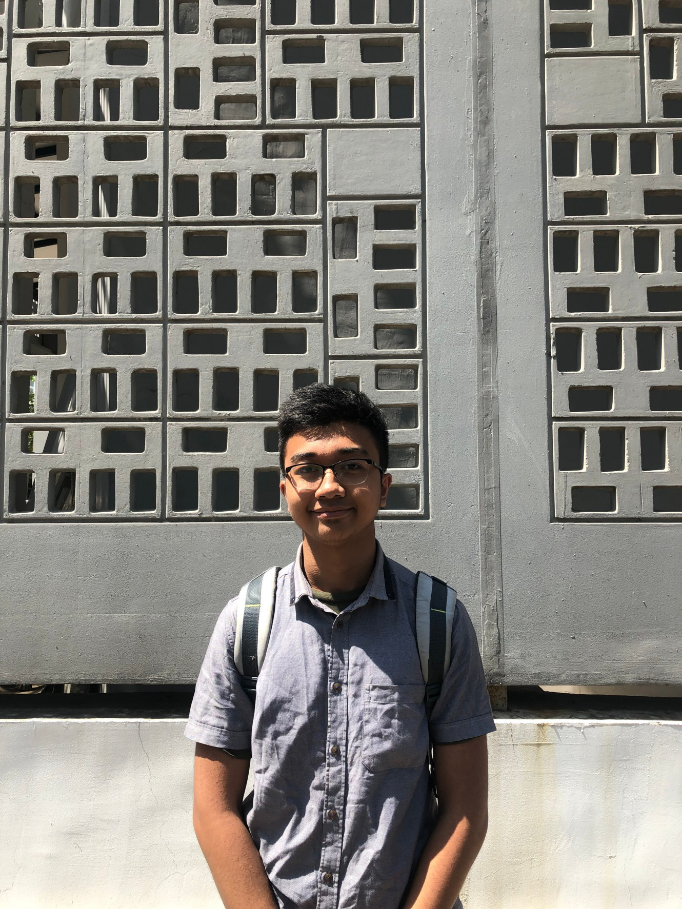
**SISTEM PERSAMAAN LINIER, DETERMINAN, DAN APLIKASINYA**  
Laporan Tugas Besar 1 IF 2123 Aljabar Linier dan Geometri   
Semester I Tahun 2020/2021



Oleh:

Kelompok 39

Dionisius Darryl Hermansyah 13519058

Rehagana Kevin Christian Sembiring 13519117

Rizky Anggita Syarbaini Siregar 13519132

**SEKOLAH TEKNIK ELEKTRO DAN INFORMATIKA**

**INSTITUT TEKNOLOGI BANDUNG**

**2020**

**BAB I**  
**DESKRIPSI MASALAH**

**1.1. Deskripsi masalah**

Pada tugas besar 1 IF2123 Aljabar Linier dan Geometri ini, akan dibuat sebuah program yang dapat menyelesaikan permasalahan matematik sebagai berikut:

1. Menghitung solusi SPL dengan metode eliminasi Gauss, metode Eliminasi Gauss-Jordan, metode matriks balikan, dan kaidah Cramer (kaidah Cramer khusus untuk SPL dengan n peubah dan n persamaan).

2. Menyelesaikan persoalan interpolasi dan regresi linier.

3. Menghitung matriks balikan.

4. Menghitung determinan matriks dengan berbagai metode (reduksi baris dan ekspansi kofaktor).

**1.2. Spesifikasi program**

Adapun spesifikasi dari program yang akan dibuat adalah sebagai berikut:

1. Program dapat menerima masukan (input) baik dari keyboard maupun membaca masukan dari file text. Untuk SPL, masukan dari keyboard adalah m, n, koefisien aij , dan bi. Masukan dari file berbentuk matriks augmented tanpa tanda kurung, setiap elemen matriks dipisah oleh spasi. Misalnya,

3 4.5 2.8 10 12

-3 7 8.3 11 -4

0.5 -10 -9 12 0

2. Untuk persoalan menghitung determinan dan matriks balikan, masukan dari keyboard adalah n dan koefisien aij. Masukan dari file berbentuk matriks, setiap elemen matriks dipisah oleh spasi. Misalnya,

3 4.5 2.8 10

-3 7 8.3 11

0.5 -10 -9 12

3. Untuk persoalan interpolasi, masukannya jika dari keyboard adalah n, (x0, y0), (x1, y1), ..., (xn, yn), dan nilai x yang akan ditaksir nilai fungsinya. Jika masukannya dari file, maka titik-titik dinyatakan pada setiap baris tanpa koma dan tanda kurung. Misalnya jika titik-titik datanya adalah (8.0, 2.0794), (9.0, 2.1972), dan (9.5, 2.2513), maka di dalam file text ditulis sebagai berikut:

8.0 2.0794

9.0 2.1972

9.5 2.2513

4. Untuk persoalan regresi, masukannya jika dari keyboard adalah n (jumlah peubah x), semua nilai-nilai x1i, x2i, ..., xni, nilai yi, dan nilai-nilai xk yang akan ditaksir nilai fungsinya. Jika masukannya dari file, maka titik-titik dinyatakan pada setiap baris tanpa koma dan tanda kurung.

5. Untup persoalan SPL, luaran (output) program adalah solusi SPL. Jika solusinya tunggal, tuliskan nilainya. Jika solusinya tidak ada, tuliskan solusi tidak ada, jika solusinya banyak, maka tuliskan solusinya dalam bentuk parametrik (misalnya x4 = -2, x3 = 2s – t, x2 = s, dan x1 = t.)

6. Untuk persoalan determinan dan matriks balikan, maka luarannya sesuai dengan persoalan masing-masing

7. Untuk persoalan polinom interpolasi dan regresi, luarannya adalah persamaan polinom/regresi dan taksiran nilai fungsi pada x yang diberikan.

8. Luaran program harus dapat ditampilkan pada layar komputer dan dapat disimpan ke dalam file

9. Bahasa program yang digunakan adalah Java.

**BAB II**  
**TEORI SINGKAT**

**2.1. Matriks**

Matriks merupakan susunan segi empat siku-siku dari bilangan-bilangan. Bilangan-bilangan tersebut dinamakan sebagai *entri*. Ordo, merupakan ukuran dari sebuah matriks dengan menyatakan jumlah baris dan kolom. Ada pun beberapa jenis matriks yang umumnya termasuk digunakan dalam perhitungan matematis terutama aljabar linear adalah matriks balikan, kofaktor, dan adjoin (Anton, 2010). Sedangkan, jika dilihat berdasarkan ukuran dan elemennya, terdapat 6 jenis matriks secara umum yaitu:

1. Matriks bujur sangkar (persegi)

Sebuah matriks dengan n baris dan n kolom atau matriks berordo n, dimana jumlah kolom sama dengan jumlah baris.

1. Matriks diagonal

Matriks yang semua elemen di atas atau di bawah diagonalnya bernilai 0.

1. Matriks segitiga

Matriks dengan semua entri di bawah atau diatas diagonal utama bernilai nol. Ada dua jenis matriks segitiga yaitu segitiga bawah dan segitiga atas.

1. Matriks nol

Matriks yang semua elemennya bernilai nol.

1. Matriks identitas

Matriks yang diagonal utamanya diisi oleh bilangan 1 dan dinyatakan dengan I.

1. Matriks simetri

Matriks simetri merupakan matriks yang setiap elemen selain elemen diagonalnya simteri terhadap diagonal utama.

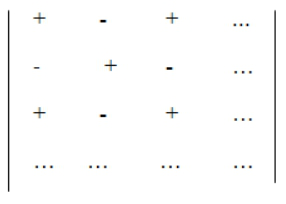
**2.1.1. Matriks balikan**

Jika matriks A dan B adalah dua buah matriks bujur sangkar sehingga A B = B A = I, maka matriks B disebut juga sebagai matriks balikan (*inverse*) dari matriks A atau B = A-1 demikian juga sebaliknya. Sebuah matriks balikan dapat dicari dengan beberapa metode seperti dengan memanfaatkan operasi baris elementer (OBE) atau ekspansi kofaktor (Anton, 2010). Adapun rumus untuk menghitung inverse matriks menggunakan ekspansi kofaktor, yang memanfaatkan determinan dan matriks adjoin adalah:

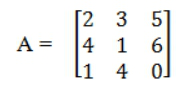
A-1 = 1 / (det(A)) . adj(A)

**2.1.2. Matriks kofaktor**

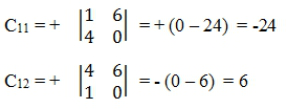
Sesuai dengan namanya, matriks kofaktor merupakan matriks yang berisi harga dari seluruh kofaktor dalam sebuah matriks (Hari, 2015). Nilai setiap kofaktor didapatkan dengan mengalikan minor dengan pola tanda yang bersesuaian dengan :



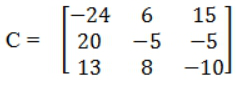
Kofaktor dilambangakan dengan Cij, dimana, i menandakan baris pada matriks dan j menanadakan kolom. Misalkan terdapat matriks A, yaitu:



Berikut merupakan contoh proses perhitungan pada kofaktor di baris 1 kolom 1 dan di baris 1 kolom 2:

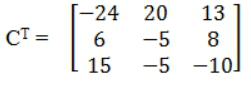


Setelah melakukan perhitungan setiap kofaktor, maka dapat dibentuk matriks kofaktor sebagai berikut:



**2.1.3. Matriks adjoin**

Matriks adjoin secara sederhana merupakan matriks transpose dari matriks kofaktor. Dengan mengambil contoh pada perhitungan matriks kofaktor pada 2.1.2. dapat diperoleh matriks adjoin sebagai berikut:



**2.2. Metode eliminasi Gauss**

Eleminasi Gauss merupakan teknik eleminasi pada matriks yang ditemukan oleh Carl Friedrich Gauss. Metode ini dapat dimanfaatkan untuk memecahkan sebuah sistem persamaan linear dengan memanipulasinya dalam bentuk matriks. Matriks tersebut kemudian dikonversi dengan operasi baris elementer (OBE) untuk menjadi sebuah matriks eselon baris. Ciri-ciri uatama dari matriks eselon baris adalah memiliki nol-nol di bawah 1 utama (Rivaldo, 2019).

Suatu matriks dikatakan memiliki bentuk eselon baris jika memenuhi:

1. Jika sebuah baris tidak terdiri dari selurunya nol, maka bilangan tidak nol pertama di dalam baris tersebut adalah 1 (disebut 1 utama)
2. Jika ada baris yang seluruhnya nol, maka semua baris itu dikumpulkan pada bagian bawah matriks.
3. Di dalam dua baris berturutan yang tidak seluruhnya nol, maka 1 utama pada baris yang lebih rendah terdapat lebih jauh ke kanan daripada 1 utama pada baris yang lebih tinggi.

**2.3. Metode eliminasi Gauss-Jordan**

Metode eliminasi Gauss-Jordan merupakan pengembangan dari metode eliminasi Gauss. Metode ini melakukan perluasan pada matriks sistem persamaan linear terkait dengan mengubahnya bukan hanya sekedar menjadi matriks eselon, namun menjadi matriks eselon baris tereduksi. Matriks eselon baris tereduksi memiliki ciri-ciri utama memiliki nol-nol di bawah dan di atas satu utama (Ernanto, 2019).

Suatu matriks dikatakan memiliki bentuk eselon baris tereduksi jika memenuhi:

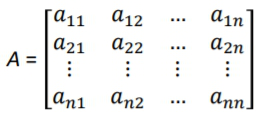
1. Seluruh persyaratan matriks eselon
2. Setiap kolom yang memiliki 1 utama memiliki nol di tempat lain.

**2.4. Determinan**

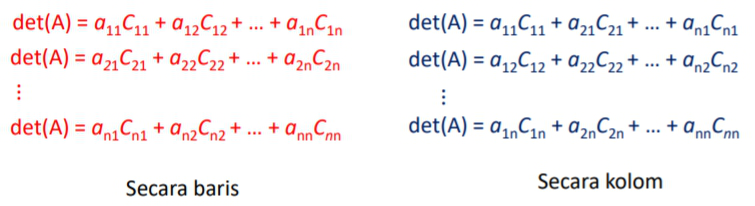
Determinan merupakan sebuah komponen dalam matriks yang diartikan sebagai nilai yang dapat dihasilkan melalui operasi-operasi pada sebuah matriks persegi. Determinan dari suatu matriks, misalnya A, dapat ditulis sebagai det(A), det A, atau |A|. Ada 2 metode yang dapat digunakan untuk menghitung determinan matriks n x n (Anton, 2010).

Metode pertama adalah dengan memanfaatkan reduksi baris. Determinan matriks, misalkan matriks A, dapat diperoleh dengan melakukan OBE pada matriks A sampai diperoleh matriks segitiga (segitiga bawah atau atas). Determinan adalah hasil dari perkalian elemen-elemen pada diagonal matriks.

Metode kedua adalah dengan memanfaatkan ekspansi kofaktor. Dengan menggunakan kofaktor, determinan matriks A misalkan:



Dapat dihitung secara baris atau kolom dengan persamaan-persamaan sebagai berikut:



**2.5. Kaidah Cramer**

Kaidah Cramer merupakan sebuah persamaan yang dapat digunakan untuk menyelesaikan sebuah sistem persamaan linear. Metode ini memanfaatkan determinan suatu matriks dengan matriks lain yang diperoleh dengan mensubstitusikan salah satu kolom dengan vektor yang terdiri dari nilai konstanta angka di sebelah kanan persamaannya (Poole, 2010).

Menurut kaidah Cramer, Jika Ax = b adalah SPL yang terdiri dari n persamaan linier dengan n peubah sedemikian sehingga det(A) ≠ 0, maka SPL tersebut memiliki solusi yang unik yaitu:

X1 = det(A1) / det(A)

X2 = det(A2) / det(A)

X3 = det(A3) / det(A)

yang dalam hal ini, Aj adalah matriks yang diperoleh dengan mengganti entri pada kolom ke-j dari A dengan entri dari matriks B yang merupakan matriks konstanta (Anton, 2010).

**2.6. Sistem persamaan linear**

Sistem persamaan linier (SPL) Ax = b dengan n peubah (variable) dan m persamaan adalah berbentuk

a11 x1 + a12 x2 + .... + a1n xn = b1

a21 x1 + a22 x2 + .... + a2n xn = b2

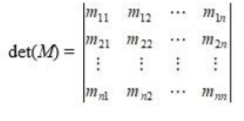
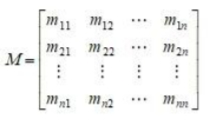
: :

: :

am1 x1 + am2 x2 + .... + amn xn = bm

yang dalam hal ini xi adalah peubah, aij dan bi adalah koefisien ∈ R. Sembarang SPL dapat diselesaikan dengan beberapa metode, yaitu metode eliminasi Gauss, metode eliminasi Gauss-Jordan, metode matriks balikan (x = A-1 b), dan kaidah Cramer (khusus untuk SPL dengan n peubah dan n persamaan). Solusi sebuah SPL mungkin tidak ada, banyak, atau hanya satu (unik/tunggal).

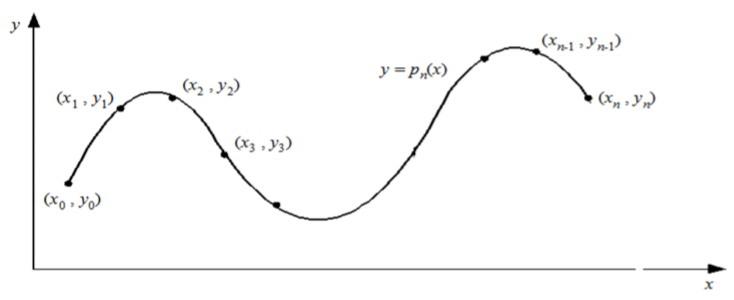
Sebuah matriks M berukuran n × n dan determinannya det(M) adalah



Determinan matriks M berukuran n × n dapat dihitung dengan beberapa cara: reduksi baris dan ekspansi kofaktor. SPL memiliki banyak aplikasi dalam bidang sains dan rekayasa, dua diantaranya diterapkan pada tugas besar ini, yaitu interpolasi polinom dan regresi linier (N.N, 2020.

**2.7. Interpolasi polinom**

Persoalan interpolasi polinom adalah sebagai berikut: Diberikan n+1 buah titik berbeda, (x0, y0), (x1, y1), ..., (xn, yn). Tentukan polinom pn(x) yang menginterpolasi (melewati) semua titik-titik tersebut sedemikian rupa sehingga yi = pn(xi) untuk i = 0, 1, 2, …, n seperti pada gambar di bawah.



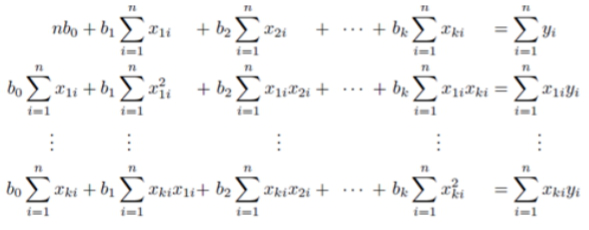
Setelah polinom interpolasi pn(x) ditemukan, pn(x) dapat digunakan untuk menghitung perkiraan nilai y di sembarang titik di dalam selang [x0, xn]. Polinom interpolasi derajat n yang menginterpolasi titik-titik (x0, y0),(x1, y1), ..., (xn, yn). adalah berbentuk pn(x) = a0 + a1x + a2x2 + … + anxn . Jika hanya ada dua titik, (x0, y0) dan (x1, y1), maka polinom yang menginterpolasi kedua titik tersebut adalah p1(x) = a0 + a1x yaitu berupa persamaan garis lurus. Jika tersedia tiga titik, maka polinom yang menginterpolasi ketiga titik tersebut adalah sebuah persaman kuadrat dan kurvanya berupa parabola Dengan cara yang sama kita dapat membuat polinom interpolasi berderajat n untuk n yang lebih tinggi asalkan tersedia (n+1) buah titik data. Dengan menyulihkan (xi, yi) ke dalam persamaan polinom pn(x) = a0 + a1x + a2x2 + … + anxn untuk i = 0, 1, 2, …, n, akan diperoleh n buah sistem persamaan linier. (N.N, 2020).

**2.8. Regresi linier berganda**

Regresi linear merupakan salah satu metode untuk memprediksi nilai selain menggunakan Interpolasi Polinom. Rumus umum dari regresi linear yang bisa digunakan untuk regresi linear berganda, yaitu.



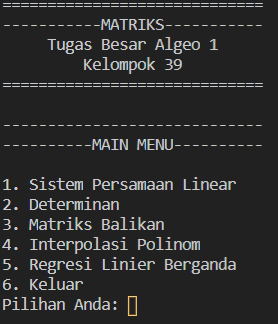
Untuk mendapatkan nilai dari setiap βi dapat digunakan *Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression* sebagai berikut:



Sistem persamaan linier tersebut diselesaikan dengan menggunakan metode eliminasi Gauss (N.N, 2020).

**BAB III**  
**IMPLEMENTASI PROGRAM**

Tampilan utama program kami ditunjukkan oleh gambar di bawah:



Secara garis besar arsitektur program yang dibuat memanfaatkan 3 kelas (*class*). Adapun class yang didefinisikan tersebut, adalah:

1. Class Matriks (Matriks.java): Struktur data matriks dan metode-metode yang digunakan serta penyelesaian interpolasi polinom dan regresi linear,
2. Class SPL (SPL.java): Penyelesaian sistem persamaan linear dan merupakan ekstensi dari class Matriks.
3. Class Program (Program.java): Program utama dalam tugas besar ini.

Berikut ini adalah penjelasan atribut dan method dari masing-masing class tersebut secara lebih rinci:

1. **Class Matriks**

|  |  |
| --- | --- |
| **Nama Fungsi / Prosedur** | **Keterangan** |
| **Atribut** | |
| IdxBrsMin, IdxBrsMax | Indeks baris minimum dan maksimum matriks |
| IdxKolMin, IdxKolMax | Indeks kolom minimum dan maksimum matriks |
| IdxUndef | Indeks tidak terdefinisi (999) |
| NBrsEff, NKolEff | Jumlah baris dan kolom efektif matriks |
| M | Isi matriks |
| **Metode** | |
| *Konstruktor* | |
| Matriks | Mendefinisikan matriks kosong |
| Function BuatMatriks | Membuat matriks berukuran NBrsEff dan NKolEff |
| Prosedur BacaMatriks | Membaca matriks dari input user di keyboard |
| Prosedur BacaMatriksTxt | Membaca matriks dari input file teks (.txt) |
| Prosedur TulisMatriks | Menuliskan matriks ke layar |
| *Operasi Matriks* | |
| Function CopyMatriks | Mengcopy matriks M ke matriks MHsl |
| Function Transpose | Mereturn transpose dari matriks M |
| Prosedur TransposeMatriks | Melakukan transpose pada matriks M dan men-set NBrsEff dan NKolEff sesuai hasil transpose |
| *Determinan* | |
| Function DeterminanOBE | Mereturn hasil determinan matriks menggunakan metode operasi baris elementer (OBE) |
| Function DeterminanKofaktor | Mereturn hasil determinan matriks menggunakan metode ekspansi kofaktor |
| Function MinorEntri | Mereturn sebuah matriks minor enteri saat matriks dipivot pada (x,y) |
| *Matriks Balikan* | |
| Function BuatMatriksIdentitas | Membuat matriks identitas dari matriks M seukuran NBrsEff x NKolEff M |
| Function BuatMatriksAugmented | Membuat matriks augmented (konkatenasi sebuah matriks M1 dan matriks lainnya M2) |
| Function BuatMatriksBalikan | Membuat matriks balikan dari matriks M |
| *Metode Eliminasi* | |
| Prosedur EliminasiGauss | Melakukan eliminasi Gauss pada matriks M untuk menghasilkan matriks echelon |
| Prosedur EliminasiGaussJordan | Melakukan eliminasi Gauss Jordan pada matriks M untuk menghasilkan matriks echelon tereduksi |
| *Fungsi-fungsi Pembantu* | |
| Function IsBrsPivot | Mereturn apakah sebuah baris merupakan pivot |
| Function CariIdxKolPivot | Mereturn indeks kolom dari pivot |
| Function PivotPembagi | Mereturn nilai pembagi dari sebuah pivot |
| Prosedur swapBaris | Menukar dua baris (baris1 dan baris2) |
| Prosedur scaleBaris | Mengubah elemen barisX, bisa dibagi atau dikali (diatur di parameter scaler) |
| Prosedur isAllZeroBrs | Mengecek apakah elemen pada barisX semuanya 0 |
| Prosedur isAllZeroKol | Mengecek apakah elemen pada kolomX semuanya 0 |
| Function PerbaikiNol | Memperbaiki output program -0.0 agar menjadi 0.0 |
| Prosedur susunMatriks | Menyusun matriks dalam metode eliminasi Gauss |
| *Interpolasi* | |
| Prosedur Interpolasi | Menyelesaikan persoalan interpolasi polinom |
| *Regresi Linear Berganda* | |
| Prosedur regresi | Menyelesaikan persoalan regresi linear berganda |
| *Save File* | |
| Prosedur save | Menyimpan hasil perhitungan (matriks) dalam sebuah output file (.txt) |

1. **Class SPL (ekstensi dari class Matriks)**

|  |  |
| --- | --- |
| **Nama Fungsi/Prosedur** | **Keterangan** |
| **Atribut** | |
| Solusi | Solusi dari SPL dalam bentuk string |
| **Metode** | |
| Prosedur menuSPL | Menampilkan menu utama penyelesaian SPL dengan 4 metode |
| Prosedur save\_solusi | Menyimpan solusi dari SPL |
| Prosedur splGauss | Mencari solusi SPL menggunakan metode eliminasi Gauss |
| Prosedur splGaussJordan | Mencari solusi SPL menggunakan metode eliminasi Gauss-Jordan |
| Prosedur splMatriksBalikan | Mencari solusi SPL menggunakan metode matriks balikan |
| Prosedur splCramer | Mencari solusi SPL menggunakan metode kaidah Cramer |
| Prosedur solveSingleSolution | Menyelesaikan dan mengoutput SPL dengan solusi tunggal |
| Prosedur solveManySolution | Menyelesaikan dan mengoutput SPL dengan solusi banyak |
| Function isSolutionExist | Mengecek apakah SPL memiliki solusi |
| Function isManySolution | Mengecek apakah SPL memiliki banyak solusi (tak hingga) |
| Function isSingleSolution | Mengecek apakah SPL memiliki solusi tunggal |
| Function BackSubstitution | Melakukan back substitution pada penyelesaian SPL |
| Prosedur copySPLMatriks | Mengcopy SPL a ke Matriks B |

1. **Class Program**

|  |  |
| --- | --- |
| **Nama Fungsi/Prosedur** | **Keterangan** |
| **Main** | |
| Prosedur MenuUtama | Menampilkan menu utama |
| Prosedur MenuSPL | Menampilkan menu penyelesaian SPL |
| Prosedur MenuDeterminan | Menampilkan menu penyelesaian determinan |
| Prosedur MenuInverse | Menampilkan menu penyelesaian inverse matriks |
| Prosedur MenuInterpolasi | Menampilkan menu penyelesaian interpolasi polinom |
| Prosedur MenuInputMatriks | Menampilkan menu input matriks |
| Prosedur loadingSleep | Memberikan efek loading menu |

**BAB IV**  
**EKSPERIMEN**

Berikut merupakan hasil eksekusi program dan analisis terhadap contoh-contoh kasus yang diberikan:

|  |  |
| --- | --- |
| **Kasus** | **Output program dan analisis** |
| **1a** | Didapatkan bahwa SPL tidak memiliki solusi, hal ini diakibatkan adanya kolom yang bernilai 0 seluruhnya pada matriks koefisien, namun tidak bernilai nol pada matriks konstanta yang sebaris setelah dilakukan eliminasi Gauss-Jordan |
| **1b** | Dari hasil program, didapatkan bahwa SPL memiliki banyak solusi (tak hingga). Solusi ditampilkan dalam bentuk parametrik pada output program dimana:  x1 = 3.0 + x4  x2 =  x3 = -1.0 + x4  x4 = t, untuk t ∊ R  Dapat dilihat bahwa terjadi bug pada program sehingga tidak mengeluarkan output pada x2, namun output matriks eselon baris tereduksi dan hasil x yang lain sudah tepat. Berdasarkan matriks eselon baris tereduksi, nilai:  x2 = 2 x4. |
| **1c** | Dari hasil program, didapatkan bahwa SPL memiliki solusi tunggal dengan:  x1 = 1.0  x2 = -2.0  x3 = 1.0  Namun, jika dilihat secara manual melalui hasil matriks eselon baris tereduksi yang dioutput oleh program setelah melakukan eliminasi Gauss-Jordan, dapat dilihat bahwa terdapat 6 nilai x dengan solusi banyak yaitu:  X1 = s, untuk s ∊ R  X2 = 1 - u  X3 = t, untuk t ∊ R  X4 = -2 - u  X5 = 1 + u  X6 = u, untuk u ∊ R |
| **1d** | Untuk matriks Hilbert dengan n=6, penyelesaian SPL menggunakan kaidah Cramer menghasilkan  x1 = 4.194664  x2 = -7.938921  x3 = 2.3647573  x4 = -13.400475  x5 = 21.002544  x6 = -5.3481755    Untuk matriks Hilbert dengan n=10, penyelesaian SPL menggunakan kaidah Cramer menghasilkan  x1 = 6.7198386  x2 = -20.184921  x3 = 6.5676107  x4 = -1.1069639  x5 = 13.335037  x6 = -7.081412  x7 = 5.1626863  x8 = 36.36641  x9 = -18.78425  x10 = -22.544596 |
| **2a** | Dari hasil program, didapatkan bahwa SPL memiliki banyak solusi (tak hingga). Solusi ditampilkan dalam bentuk parametrik pada output program dimana:  x1 = -1.0 + x3  x2 = (2.0)x3  x3 =  x4 = t, untuk t ∊ R  Dapat dilihat bahwa terjadi bug pada program sehingga tidak mengeluarkan output pada x3, namun output matriks eselon baris tereduksi dan hasil x yang lain sudah tepat. Berdasarkan matriks eselon baris tereduksi, nillai:  x3 = s, untuk s ∊ R. |
| **2b** | Dari hasil program, didapatkan bahwa SPL memiliki banyak solusi (tak hingga). Solusi ditampilkan dalam bentuk parametrik pada output program dimana:  x1 =  x2 = 2.0  x3 = 1.0  x4 = 1.0  x5 =  x6 = t, untuk t ∊ R  Dapat dilihat bahwa terjadi bug pada program sehingga tidak mengeluarkan output pada x1 dan x5, namun output matriks eselon baris tereduksi dan hasil x yang lain sudah tepat. Berdasarkan matriks eselon baris tereduksi nilai:  x1 = 0  x5 = s, untuk s ∊ R. |
| **3a** | Didapatkan bahwa SPL memiliki solusi tunggal dengan nilai:  x1 = -0.23575951  x2 = 0.2681962  x3 = 0.64003164  x4 = -0.15110755 |
| **3b** | Dari hasil program, didapatkan bahwa SPL memiliki banyak solusi (tak hingga). Solusi ditampilkan dalam bentuk parametrik pada output program dimana:  x1, x2, x3, x4, x5, x6, x7, x8, x9, x11 belum dapat dioutput dengan baik  x10 = 1.0  x11 =  x12 = t, untuk t ∊ R  Dapat dilihat bahwa terjadi bug pada program sehingga tidak mengeluarkan output pada nilai sebagian besar, namun output matriks eselon baris tereduksi sudah tepat. Selain itu, terdapat pula bug yang menyebabkan variabel x yang dioutput lebih banyak dibandingkan dari yang seharusnya. Permasalahan ini dapat berakar pada loop yang digunakan pada saat mengoutput solusi, Berdasarkan matriks eselon baris tereduksi nilai:  x1 = 0  x2 = 0  x3 = 0  x4 = 0  x5 = 0  x6 = 0  x7= -1.58868685E9  x8 = -8.315768  x9 = 14.40461 |
| **4** | Dari hasil program, didapatkan bahwa SPL memiliki solusi tunggal yaitu:  x1 = 6.153845 = i12  x2 = -4.6153893 = i52  x3 = -1.5384555 = i32  x4 = -6.1538453 = i65  x5 = -1.5384569 = i54  x6 = -1.5384569 = i43  x7 = 169.23077 = V2  x8 = 153.84607 = V3  x9 = 146.15376 = V4  x10 = 123.0769 = V5 |
| **5** | Didapatkan bahwa:  Hasil persamaan interpolasi polinom:  f(x,y) = -0.022976447 + 0.23999786x + 0.19740878x^2 + -3.5732985E-5x^3 + 0.026091348x^4 + -3.3580964E-5x^5 + 8.731824E-6x^6580964E-5x^5 + 8.731824E-6x^6  Untuk nilai x = 0.2, Nilai taksiran y = 0.03296092718179816  Untuk nilai x = 0.55, Nilai taksiran y = 0.17111866226169853  Untuk nilai x = 0.85, Nilai taksiran y = 0.3372358767437673  Untuk nilai x = 1.28, Nilai taksiran y = 0.677541876782146 |
| **6** | Didapatkan bahwa:  Hasil persamaan interpolasi polinom:  f(x,y) = -1.45983872E8 + 1.6244288E8x + -7.2633248E7x^2 + 1.5405778E7x^3 + -947937.5x^4 + -268594.0x^5 + 70426.484x^6 + -7428.382x^7 + 388.701x^8 + -8.295457x^9  Untuk nilai x=5.806 (25/05/20), Nilai taksiran y = 22525.667538918555  Untuk nilai x = 8.968 (30/08/20), Nilai taksiran y = 169565.30127620697  Untuk nilai x = 9.500 (15/09/20), Nilai taksiran y = 87520.36989974976  Untuk nilai x = 9.635 (19/09/20), Nilai taksiran y = 804.5899438858032  Ketika dianalisis, didapat bahwa puncak Covid 19 terjadi pada rentang tanggal 8.968 dan 9.1, yaitu tanggal 30/08/2020 dan 03/09/2020. Dan kasus Covid-19 mulai mereda dan mendekati 0 sejak rentang tanggal 9.635 dan 9.635981 yaitu pada 19/09/2020. |
| **7** | Dengan mengambil n=5 dan metode interpolasi polinom, fungsi    di selang [0,2] dapat disederhanakan menjadi:    f(x,y) = 0.29031122 + 0.3780651x + -0.15059769x^2 + 0.024032008x^3 + -0.003728453x^4  yang merupakan polinom berderajat 4 |
| **8** | Berdasarkan hasil regresi linear berganda tersebut, didapatkan bahwa estimasi  nilai Nitrous Oxide apabila Humidity bernilai 50%, temperatur 76°F, dan tekanan  udara sebesar 29.30 adalah sebesar 0.938426. |

**BAB V**  
**KESIMPULAN DAN SARAN**

**5.1. Kesimpulan**

Kesimpulan yang dapat ditarik dari tugas besar ini sebagai berikut:

1. Solusi SPL dengan metode eliminasi Gauss, metode Eliminasi Gauss-Jordan, metode matriks balikan, dan kaidah Cramer dapat diimplementasikan dan diselesaikan dengan program Java.
2. Persoalan interpolasi dan regresi linier dapat diimplementasikan dan diselesaikan dengan program Java.
3. Perhitungan matriks balikan dapat diimplementasikan dan diselesaikan dengan program Java.
4. Perhitungan determinan matriks dengan berbagai metode (reduksi baris dan ekspansi kofaktor) dapat diimplementasikan dan diselesaikan dengan program Java.

**5.2. Saran**

Untuk pengembangan lagi kedepannya, penulis memberikan saran sebagai berikut:

1. Meningkatkan tampilan program menggunakan GUI yang lebih baik.
2. Mengimplementasikan program pada platform seperti mobile atau sebuah website agar dapat dimanfaatkan secara nyata oleh khalayak umum.

**5.3. Refleksi**

Melalui pengerjaan tugas besar 1 IF2123 Aljabar Linier dan Geometri ini, penulis memperoleh banyak hal baik dari segi akademik maupun non-akademik. Penulis dapat memahami materi tentang sistem persamaan linier, determinan, dan aplikasinya secara lebih mendalam dan jelas. Melalui implementasi algoritma-algoritma secara nyata dalam program, hal ini membantu penulis dalam memahami materi yang ada. Selain itu, penulis juga belajar untuk bekerja sama dalam tim terutama dalam mengerjakan sebuah proyek serta dapat melatih skill manajemen waktu. Seluruh hasil yang telah direfleksikan ini, diharapkan dapat membantu penulis untuk berkembang ke arah yang lebih baik lagi.

**DAFTAR REFERENSI**

Anton, H. 2010. *Elementary Linear Algebra, 10th Edition*. New Jersey: John Wiley and Sons.

Ernanto, I. 2019. *Mencari Penyelesaian Sistem Persamaan Linear dengan Metode Eliminasi Gauss-Jordan.* Yogyakarta: Universitas Gadjah Mada.

Hari. 2015. *Minor, Kofaktor, Matriks Kofaktor, dan Adjoin Matriks.* Dilansir dari [www.uniksharianja.com](http://www.uniksharianja.com) pada 29 September 2020.

Jordan, C. 2016. *Row Echelon Form and Reduced Row Echelon Form.* Dilansir dari www. silo.tips/download/row-echelon-form-and-reduced-row-echelon-form pada 25 September 2020.

Lambers, J. 2010. *Gaussian Elimination and Backward Substitution.* The University of Southern Mississippi. Dilansir dari www.math.usm.edu/lambers/mat610/sum10/ lecture4.pdf pada 26 September 2020.

Margalit, D., & Rabinoff, J. 2017. *Interactive Linear Algebra*. Georgia Institute of Technology. Dilansir dari www.textbooks.math.gatech.edu/ila/ila.pdf pada 25 September 2020.

N.N. 2020. *Tugas Besar 1 IF 2123 Aljabar Linier dan Geometri Sistem Persamaan Linier, Determinan, dan Aplikasinya Semester I Tahun 2020/2021*. Bandung: Institut Teknologi Bandung.

Poole, D. 2014. *Linear Algebra: A Modern Introduction*. Boston: Cengage Learning.

Rivaldo, M. G. 2019. *Eliminasi Gauss dan Contoh Penerapannya.* Dilansir dari [www.profematika.com](http://www.profematika.com) pada 29 September 2020.