

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών

8^ο Εξάμηνο – Ροή Σ – Ρομποτική II

1^η Εξαμηνιαία Εργασία – Κινηματικός Έλεγχος Ρομποτικού Χειριστή με πλεονάζοντες βαθμούς ελευθερίας: Παρακολούθηση τροχιάς και αποφυγή εμποδίου

Η παρακάτω εργασία έγινε με την επιμέλεια των φοιτητών Κριθαρούλα Αναστασίας με αριθμό μητρώου 03117073 και Κριθαρούλα Διονύση με αριθμό μητρώου 03117875.

Αθήνα, Μάιος 2021

Πίνακας περιεχομένων

ΕΙΣΑΓΩΓΗ	3
ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΡΟΜΠΟΤΙΚΟΥ ΧΕΙΡΙΣΤΗ	3
ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ	4
Κινηματική Ανάλυση του xArm 7	4
Διαφορική Κινηματική Ανάλυση	6
Διαχωρισμός σε υποεργασίες	8
1 ^η Υποεργασία – Καθορισμός Επιθυμητής Τροχιάς	8
2 ^η Υποεργασία – Αποφυγή Εμποδίων	13
Συνολική Εργασία του ρομπότ	16
ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	19
Γραφικές Παραστάσεις	21
1 ^η Υποεργασία – Καθορισμός Επιθυμητής Τροχιάς	21
2 ^η Υποεργασία – Αποφυγή Εμποδίων	24

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στην συγκεκριμένη εργασία ασχοληθήκαμε με τον κινηματικό έλεγχο ενός ρομποτικού χειριστή με πλεονάζοντες βαθμούς ελευθερίας. Πιο συγκεκριμένα μας απασχόλησε η παρακολούθηση μιας προκαθορισμένης τροχιάς για το άκρο (end-effector) του ρομποτικού χειριστή ταυτόχρονα με την αποφυγή συγκεκριμένων εμποδίων που βρίσκονται στον χώρο.

ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΡΟΜΠΟΤΙΚΟΥ ΧΕΙΡΙΣΤΗ

Το ρομπότ που χρησιμοποιήθηκε είναι το **xArm 7** το οποίο αποτελείται από 7 βαθμούς ελευθερίας (DOF). Όσο αναφορά τα χαρακτηριστικά του, δίνει δυνατότητα 3.5 kg ωφέλιμου φορτίου, ο χώρος εργασίας του εκτείνεται στα 70 cm από τη βάση του ενώ πετυχαίνει μέγιστη ταχύτητα 1 m/s στο τελικό στοιχείο δράσης. Στην συνέχεια παρουσιάζεται μια εικόνα του συγκεκριμένου ρομπότ:



Το συγκεκριμένο ρομπότ λοιπόν όπως προαναφέρθηκε διαθέτει έναν πλεονάζοντα βαθμό ελευθερίας (7 DOF συνολικά) γεγονός που καθιστά ικανή την αποφυγή

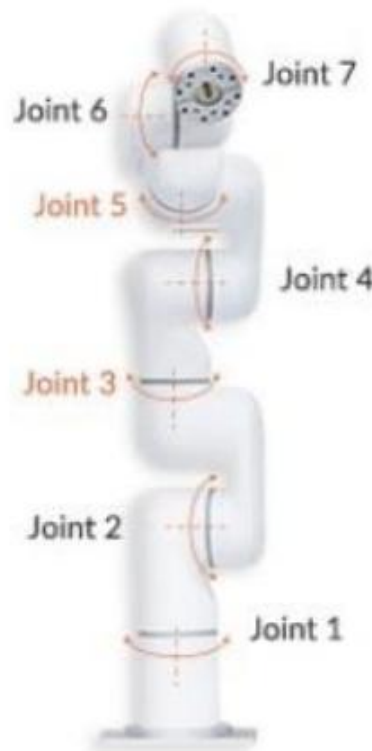
συγκεκριμένων εμποδίων στο χώρο ταυτόχρονα με την παρακολούθηση μιας προκαθορισμένης τροχιάς του τελικού στοιχείου δράσης του.

Στην συνέχεια παρατίθεται η θεωρητική ανάλυση που πραγματοποιήθηκε προκειμένου να χρησιμοποιηθεί στην συνέχεια στο κομμάτι της προσομοίωσης.

ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Κινηματική Ανάλυση του xArm 7

Πρώτο βήμα της θεωρητικής ανάλυσης ήταν η ευθεία κινηματική ανάλυση του ρομποτικού χειριστή. Στην συνέχεια παρατίθεται μια εικόνα του ρομπότ η οποία δείχνει με μεγαλύτερη λεπτομέρεια την θέση των 7 περιστροφικών αρθρώσεων από τις οποίες αποτελείται καθώς και την φορά περιστροφή τους:



Με βάση την παραπάνω εικόνα αλλά και την διάταξη αρχικοποίησης καθώς και τα πλαίσια αναφοράς που δίνονται στην εκφώνηση της άσκησης παράχθηκαν οι

ακόλουθοι πίνακες που πραγματοποιούν την ευθεία κινηματική ανάλυση του ρομπότ:

$$A_1^0(q_1) = Rot(z, q_1) \cdot Tra(z, l_1), \quad l_1 = 26.7 \text{ cm.}$$

$$A_2^1(q_2) = Rot\left(x, -\frac{\pi}{2}\right) \cdot Rot(z, q_2)$$

$$A_3^2(q_3) = Rot\left(x, \frac{\pi}{2}\right) \cdot Rot(z, q_3) \cdot Tra(z, l_2), \quad l_2 = 29.3 \text{ cm.}$$

$$A_4^3(q_4) = Rot\left(x, \frac{\pi}{2}\right) \cdot Tra(x, l_3) \cdot Rot(z, q_4), \quad l_3 = 5.25 \text{ cm.}$$

$$A_5^4(q_5) = Rot\left(x, \frac{\pi}{2}\right) \cdot Tra(x, l_4 \cdot \sin\theta_1) \cdot Rot(z, q_5) \cdot Tra(z, l_4 \cdot \cos\theta_1), \quad l_4 = 35.12 \text{ cm}, \theta_1 = 0.2225 \text{ rad}.$$

$$A_6^5(q_6) = Rot\left(x, \frac{\pi}{2}\right) \cdot Rot(z, q_6)$$

$$A_7^6(q_7) = Rot\left(x, -\frac{\pi}{2}\right) \cdot Tra(x, l_5 \cdot \sin\theta_2) \cdot Rot(z, q_7) \cdot Tra(z, l_5 \cdot \cos\theta_2), \quad l_5 = 12.32 \text{ cm}, \theta_2 = 0.6646 \text{ rad}.$$

Οι παραπάνω τύποι (δίνονται και στην εκφώνηση της άσκησης) υπολογίστηκαν βάση της εναλλακτικής σύμβασης D-H, όπως αυτή περιγράφεται στο βιβλίο του John Craig (Introduction to Robotics: Mechanics and Control, ISBN 978-0201543612).

Εκτελώντας αναλυτικά τους παραπάνω υπολογισμούς των τύπων προέκυψαν τα ακόλουθα αποτελέσματα:

$$A_1^0(q_1) = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_2^1(q_2) = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s_2 & -c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3^2(q_3) = \begin{bmatrix} c_3 & -s_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -l_2 \\ s_3 & c_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_4^3(q_4) = \begin{bmatrix} c_4 & -s_4 & 0 & l_3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s_4 & c_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_5^4(q_5) = \begin{bmatrix} c_5 & -s_5 & 0 & l_4 \sin \theta_1 \\ 0 & 0 & -1 & -l_4 \cos \theta_1 \\ s_5 & c_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_6^5(q_6) = \begin{bmatrix} c_6 & -s_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s_6 & c_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_7^6(q_7) = \begin{bmatrix} c_7 & -s_7 & 0 & l_5 \sin \theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & l_5 \cos \theta_2 \\ -s_7 & -c_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Από τους πίνακες αυτούς στην συνέχεια υπολογίστηκαν μέσω του κώδικα που βρίσκεται στο kinematics.py οι πίνακες $A_1^0, A_2^0, A_3^0, A_4^0, A_5^0, A_6^0, A_7^0$.

Διαφορική Κινηματική Ανάλυση

Ως δεύτερο βήμα πραγματοποιήθηκε η διαφορική κινηματική ανάλυση του ρομποτικού χειριστή. Στο βήμα αυτό υπολογίστηκαν αρχικά όλοι οι υποπίνακες J_{L_i} με $i = 1, 2, 3, \dots, 7$ όπου ο καθένας από αυτούς αντιστοιχεί σε μία άρθρωση του ρομπότ και δείχνει την συνεισφορά της στην γραμμική ταχύτητα που αποκτά το τελικό στοιχείο δράσης (end-effector) του ρομπότ. Επειδή όλες οι αρθρώσεις είναι περιστροφικές οι παραπάνω πίνακες υπολογίστηκαν ως εξής:

- $J_{L_i} = b_{i-1} \times r_E^{i-1}$, όπου b_{i-1} ο άξονας περιστροφής της άρθρωσης q_i ως προς το πλαίσιο αναφοράς O_0 και r_E^{i-1} η απόσταση του κέντρου O_i της άρθρωσης q_i από το σημείο E όπου αποτελεί το σημείο του end-effector.

Επειδή η ευθεία κινηματική ανάλυση έγινε με την μέθοδο DH ο άξονας b_{i-1} της εκάστοτε άρθρωσης i θα είναι κάθε φορά ο z άξονας . Επομένως θα ισχύει ότι:

- $b_{i-1} = A_i^0[1:3, 3]$, δηλαδή τα πρώτα τρία στοιχεία της τρίτης στήλης του πίνακα A_i^0 για $i = 2, 3, \dots, 7$ εκτός από τον άξονα περιστροφής της πρώτης άρθρωσης b_0 ο οποίος ισούται με $[0,0,1]^T$.

Επιπλέον για την απόσταση θα ισχύει ότι:

- $r_E^{i-1} = r_E^0 - r_{i-1}^0 = A_7^0[1:3, 4] - A_{i-1}^0[1:3, 4]$, δηλαδή τα πρώτα τρία στοιχεία της τέταρτης στήλης για τους πίνακες A_7^0, A_{i-1}^0 .

Τους υποπίνακες J_{A_i} δεν τους υπολογίζουμε καθώς όπως θα δούμε και στην συνέχεια επιθυμούμε να κάνουμε έλεγχο της θέσης του τελικού στοιχείου δράσης και όχι του προσανατολισμού του. Επομένως μας ενδιαφέρει μόνο η γραμμική ταχύτητα του τελικού στοιχείου δράσης και όχι η γωνιακή του ταχύτητα.

Έτσι τελικά υπολογίζουμε την ελαττωμένη 3×7 Ιακωβιανή μήτρα (αφού όπως είπαμε μας ενδιαφέρει μόνο η γραμμική ταχύτητα του τελικού στοιχείου δράσης) η οποία έχει την ακόλουθη μορφή:

- $J = [J_{L_1}, J_{L_2}, J_{L_3}, J_{L_4}, J_{L_5}, J_{L_6}, J_{L_7}]$, όπου $J_{L_1}, J_{L_2}, J_{L_3}, J_{L_4}, J_{L_5}, J_{L_6}, J_{L_7}$ οι υποπίνακες που υπολογίζονται με την μέθοδο που αναφέραμε και είναι διάστασης 3×1 .

Διαχωρισμός σε υποεργασίες

Προκειμένου ο ρομποτικός βραχίονας να εκτελεί τους στόχους που επιθυμούμε (τους αναφέραμε επιγραμματικά στην εισαγωγή) χρειάζεται να διαχωρίσουμε την ρομποτική εργασία σε δύο επιμέρους υποεργασίες. Η πρώτη αφορά τον καθορισμό και την ακολούθηση της επιθυμητής τροχιάς του τελικού στοιχείου δράσης του ρομπότ και η δεύτερη την αποφυγή των εμποδίων που βρίσκονται στον χώρο. Στην συνέχεια αναλύουμε την κάθε υποεργασία ξεχωριστά.

1^η Υποεργασία – Καθορισμός Επιθυμητής Τροχιάς

Σύμφωνα με την εκφώνηση της άσκησης επιθυμούμε το τελικό στοιχείο δράσης του βραχίονα να εκτελέσει ευθύγραμμη περιοδική κίνηση μεταξύ δύο ακραίων θέσεων PA και PB (με έλεγχο θέσης και όχι προσανατολισμού όπως αναφέραμε και προηγουμένως). Όπως υποδεικνύεται από την εκφώνηση της άσκησης οι δύο ακραίες θέσεις που ορίζουν το ευθύγραμμο τμήμα κίνησης του τελικού στοιχείου δράσης του ρομπότ είναι συμμετρικές ως προς τον x -άξονα και βρίσκονται στην ευθεία $\{x = 0.6043 \mid z = 0.1508\}$, ενώ απέχουν απόσταση 40 cm. Επομένως οι συντεταγμένες τους είναι: ψψψψψψψψψψψψ

- $P_A = (0.6043, -0.2, 0.1508)$ και $P_B = (0.6043, 0.2, 0.1508)$ καθώς η μία έχει συντεταγμένη $y_A = -0.2$ και η δεύτερη $y_B = 0.2$ ώστε να απέχουν τελικά απόσταση 0.4 κατά τον άξονα y ενώ βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο xz όπως φαίνεται και από τις συντεταγμένες τους.

Η επιθυμητή τροχιά λοιπόν που επιθυμούμε σύμφωνα με τα χαρακτηριστικά που προαναφέρθηκαν επιλέχθηκε να σχεδιαστεί στον χώρο εργασίας του ρομπότ, καθορίζοντας δηλαδή κάθε χρονική στιγμή την θέση, την γραμμική ταχύτητα και την επιτάχυνση του τελικού στοιχείου δράσης του ρομπότ καθώς γι αυτό γνωρίζουμε τα χαρακτηριστικά που θέλουμε να ικανοποιεί.

Για να εξασφαλίσουμε ομαλή κίνηση ως προς την ταχύτητα και την επιτάχυνση σχεδιάσαμε την επιθυμητή θέση του τελικού στοιχείου δράσης μέσω πολυωνύμων παρεμβολής και συγκεκριμένα χωρίζοντας την σε τρεις επιμέρους φάσεις . Η μεσαία φάση συνιστά την ουσία της κίνησης ,όπου επιθυμούμε ο end-effector να εκτελεί ομαλή κίνηση με σταθερή ταχύτητα. Για τον λόγο αυτό επιλέχθηκε πολυώνυμο πρώτου βαθμού ως προς τον χρόνο. Οι άλλες δύο φάσεις χρησιμεύουν για να εξασφαλίσουν ομαλότητα στην κίνηση του εργαλείου καθώς αυτό βρίσκεται κοντά στις δύο ακραίες θέσεις ώστε να μην έχουμε απότομες μεταβολές στην ταχύτητα του οι οποίες καταπονούν τις αρθρώσεις (θέλουμε δηλαδή το εργαλείο να αποκτήσει σιγά σιγά την σταθερή ταχύτητα της μεσαίας φάσης που αναφέραμε δίνοντας του μια αρχική επιτάχυνση ή να επιβραδύνει σιγά σιγά καθώς φτάνει σε ένα από τα δύο ακραία σημεία). Τα πολυώνυμα που επιλέχθηκαν είναι πέμπτου βαθμού καθώς επιθυμούμε επιπλέον συνέχεια τόσο ως προς την ταχύτητα όσο και ως προς την επιτάχυνση του τελικού στοιχείου δράσης. Έτσι λοιπόν έχουμε τον ακόλουθο τύπο για την χρονική συνάρτηση της επιθυμητής θέσης του end-effector:

- $p_{1d}(t) = a_0 + a_1 \cdot t + a_2 \cdot t^2 + a_3 \cdot t^3 + a_4 \cdot t^4 + a_5 \cdot t^5$, όταν $t < \Delta$
- $p_{2d}(t) = b_0 + b_1 \cdot t$, όταν $\Delta < t < T - \Delta$
- $p_{3d}(t) = c_0 + c_1 \cdot t + c_2 \cdot t^2 + c_3 \cdot t^3 + c_4 \cdot t^4 + c_5 \cdot t^5$, $T - \Delta < t < T$

όπου T ο χρόνος που απαιτείται προκειμένου να μεταφερθεί από την θέση P_A στην θέση P_B ή και αντίστροφα εκτελώντας την ευθύγραμμη κίνηση που αναφέραμε, δηλαδή ο χρόνος μιας περιόδου της επιθυμητής αυτής ευθύγραμμης κίνησης που επιθυμούμε, και Δ το χρονικό διάστημα της πρώτης και της τρίτης φάσης που προαναφέραμε.

Παραγωγίζοντας ως προς τον χρόνο βρίσκουμε την επιθυμητή ταχύτητα του τελικού στοιχείου δράσης ως συνάρτηση του χρόνου. Επομένως έχουμε:

- $v_{1d}(t) = a_1 + 2 \cdot a_2 \cdot t + 3 \cdot a_3 \cdot t^2 + 4 \cdot a_4 \cdot t^3 + 5 \cdot a_5 \cdot t^4$, όταν $t < \Delta$
- $v_{2d}(t) = b_1$, όταν $\Delta < t < T - \Delta$

- $v_{3d}(t) = c_1 + 2 \cdot c_2 \cdot t + 3 \cdot c_3 \cdot t^2 + 4 \cdot c_4 \cdot t^3 + 5 \cdot c_5 \cdot t^4, T - \Delta < t < T$

Παραγωγίζοντας άλλη μία φορά ως προς τον χρόνο βρίσκουμε την επιθυμητή επιτάχυνση του τελικού στοιχείου δράσης ως συνάρτηση του χρόνου. Επομένως έχουμε:

- $a_{1d}(t) = 2 \cdot a_2 + 6 \cdot a_3 \cdot t + 12 \cdot a_4 \cdot t^2 + 20 \cdot a_5 \cdot t^3, \text{ όταν } t < \Delta$
- $a_{2d}(t) = 0, \text{ όταν } \Delta < t < T - \Delta$
- $a_{3d}(t) = 2 \cdot c_2 + 6 \cdot c_3 \cdot t + 12 \cdot c_4 \cdot t^2 + 20 \cdot c_5 \cdot t^3, T - \Delta < t < T$

Σχόλιο:

Τόσο η χρονική συνάρτηση της επιθυμητής θέσης όσο και της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του τελικού στοιχείου δράσης αναφέρονται ως προς τον άξονα y καθώς η κίνηση επιθυμούμε να γίνει κατά αυτόν τον άξονα. Στους άλλους άξονες το τελικό στοιχείο δράσης έχει προκαθορισμένη θέση ($\{x = 0.6043 \mid z = 0.1508\}$ το επίπεδο στο οποίο δουλεύουμε) ενώ η γραμμική ταχύτητα και επιτάχυνση του είναι μηδενική.

Οι αρχικές συνθήκες που καθορίζουν την περιοδική ευθύγραμμη κίνηση που επιθυμούμε είναι οι ακόλουθες:

Ως προς την θέση :

- $p_{1d}(t_0) = y_A$ (αρχική θέση)
- $p_{1d}(\Delta) = p_{2d}(\Delta)$ (συνέχεια θέσης από την φάση 1 στην φάση 2)
- $p_{2d}(T - \Delta) = p_{3d}(T - \Delta)$ (συνέχεια θέσης από την φάση 2 στην φάση 3)
- $p_{3d}(T) = y_B$ (τελική θέση)

Ως προς την ταχύτητα:

- $v_{1d}(t_0) = v_A$ (αρχική ταχύτητα)
- $v_{1d}(\Delta) = v_{2d}(\Delta)$ (συνέχεια ταχύτητα από την φάση 1 στην φάση 2)
- $v_{2d}(T - \Delta) = v_{3d}(T - \Delta)$ (συνέχεια ταχύτητας από την φάση 2 στην φάση 3)
- $v_{3d}(T) = v_B$ (τελική ταχύτητα)

Ως προς την επιτάχυνση:

- $a_{1d}(t_0) = a_A$ (αρχική επιτάχυνση)
- $a_{1d}(\Delta) = a_{2d}(\Delta)$ (συνέχεια επιτάχυνσης από την φάση 1 στην φάση 2)
- $a_{2d}(T - \Delta) = a_{3d}(T - \Delta)$ (συνέχεια επιτάχυνσης από την φάση 2 στην φάση 3)
- $a_{3d}(T) = a_B$ (τελική επιτάχυνση)

Συνθήκες συσχέτισης ταχύτητας:

- $p_{1d}(\Delta) = p_{1d}(\Delta - t_0) = \frac{1}{2} \cdot (v_{1d}(\Delta - t_0) + v_{1d}(\Delta))$
- $p_{3d}(T) = p_{3d}(T - \Delta) = \frac{1}{2} \cdot (v_{3d}(T - \Delta) + v_{3d}(T))$

Λύνοντας το παραπάνω σύστημα για κατάλληλες τιμές των παραμέτρων $y_A, y_B, v_A, v_B, a_A, a_B$ προκύπτουν οι συντελεστές των πολυωνύμων παρεμβολής για επιθυμητή την θέση, την ταχύτητα και την επιτάχυνση που γράψαμε προηγουμένως.

Καθώς θέλουμε η κίνηση μεταξύ των δύο ακραίων θέσεων να είναι περιοδική οι τιμές των παραμέτρων αυτών θα αλλάζουν ανά περίοδο T . Έτσι για παράδειγμα στην πρώτη περίοδο θα έχουμε $y_A = 0.2$ καθώς θέλουμε ο end-effector να ξεκινάει την κίνηση του από την δεξιά ακραία θέση. Αντίστοιχα θα έχουμε $y_B = -0.2$ καθώς

επιθυμούμε στο τέλος της περιόδου να βρίσκεται στην αριστερή ακραία θέση. Για τις ταχύτητες θα ισχύει $v_A = v_B = 0$ καθώς επιθυμούμε ο end-effector να ξεκινάει και να τερματίζει με μηδενική ταχύτητα. Αντίστοιχα για τις επιταχύνσεις θα ισχύει $a_A = a_B = 0$. Στην δεύτερη περίοδο το μόνο που θα αλλάξει στις αρχικές συνθήκες είναι οι τιμές $y_B = 0.2$ και $y_A = -0.2$ καθώς πλέον θέλουμε ο end-effector να ξεκινάει από την αριστερή ακραία θέση και να τερματίζει στην δεξιά. Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται ανά περίοδο με αντιστροφή αυτών των δύο τιμών.

Προκειμένου να υπολογίζουμε κάθε φορά τους συντελεστές των πολυωνύμων κατασκευάσαμε μία συνάρτηση η οποία ονομάζεται *trajectory()* και η οποία δεχόμενη ως ορίσματα τις παραμέτρους που αναφέραμε υπολογίζει τους συντελεστές που επιθυμούμε. Έτσι πλέον έχουμε την επιθυμητή θέση, ταχύτητα και επιτάχυνση του τελικού στοιχείου δράσης κάθε χρονική στιγμή το οποίο επιθυμούμε να εκτελεί ευθύγραμμη περιοδική κίνηση με τις προδιαγραφές που θέσαμε στην αρχή.

Σημείωση:

Η αρχική θέση του τελικού στοιχείου δράσης βρίσκεται στο κέντρο της απόστασης μεταξύ των δύο εμποδίων, δηλαδή στο σημείο $y_0 = 0$. Για το λόγο αυτό εκτελέσαμε αρχικά την μισή κίνηση μεταφέροντας το end-effector στην δεξιά ακραία θέση. Για να το πετύχουμε αυτό θέσαμε ως αρχική τιμή $y_A = 0$ καθώς το end-effector τώρα ξεκινάει από την θέση $y_0 = 0$. Αφού το εργαλείο μεταφερθεί στην δεξιά ακραία θέση (σημείο P_B) αρχίζουμε πλέον να εκτελούμε κανονικά την περιοδική κίνηση που περιγράψαμε προηγουμένως με το end-effector να μετακινείται περιοδικά μεταξύ των ακραίων θέσεων P_B και P_A .

Ως περίοδος της κίνησης επιλέχθηκε η $T = 1$ sec ενώ το χρονικό διάστημα που θα διαρκεί η φάση 1 και 3 της επιτάχυνσης και επιβράδυνσης επιλέχθηκε να είναι $\Delta = 0.1$ sec.

Η επιθυμητή λοιπόν τροχιά μεταφέρεται στον χώρο των αρθρώσεων (ταχύτητες στις αρθρώσεις) μέσω της σχέσης:

$$\dot{q} = J^+(v_{1d} + K_1 \cdot (p_{1d} - p_{1real}))$$

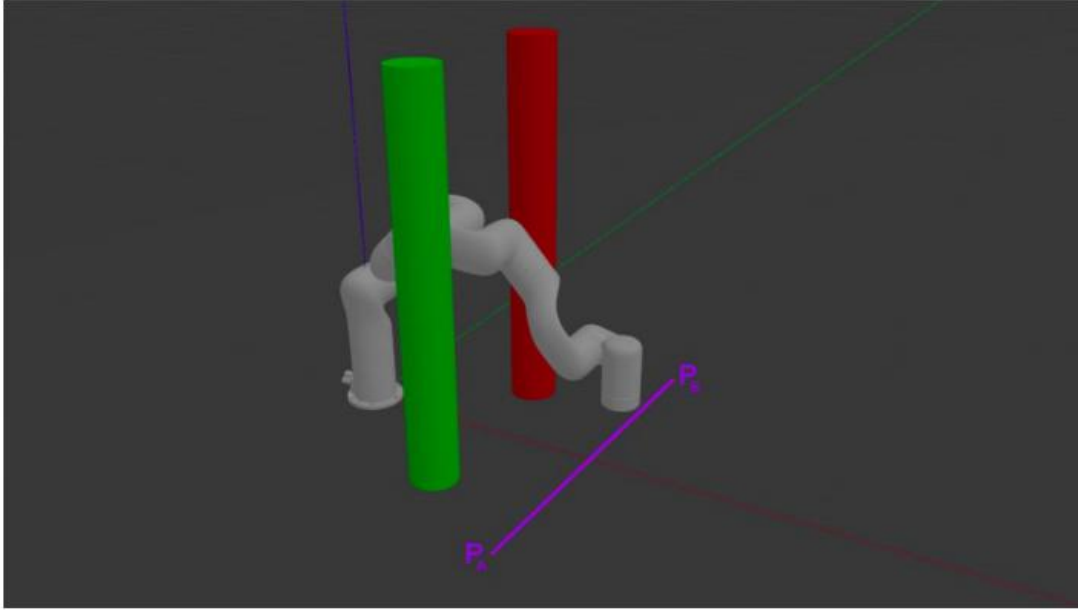
όπου J^+ η δεξιά ψευδοαντίστροφη της Ιακωβιανής, v_{1d} η επιθυμητή ταχύτητα του end-effector, p_{1d} η επιθυμητή θέση του τελικού στοιχείου δράσης και p_{1real} η πραγματική θέση του τελικού στοιχείου δράσης.

Παρατηρούμε ότι έχει προστεθεί στην κλασσική σχέση μετασχηματισμού και ένα επιπλέον όρος $K_1 (p_{1d} - p_{1real})$ ο οποίος ουσιαστικά αποτελεί έναν βρόγχο ελέγχου. Επειδή για να βρούμε τις θέσεις των αρθρώσεων q ολοκληρώνουμε αριθμητικά σε κάθε χρονική στιγμή την ταχύτητα των αρθρώσεων \dot{q} που βρίσκουμε από την παραπάνω σχέση υπάρχει η περίπτωση να προκύψουν ολοκληρωτικά σφάλματα. Τα σφάλματα αυτά μπορεί να οδηγήσουν τον end-effector να παρεκκλίνει από την επιθυμητή τροχιά καθώς συσσωρεύονται. Ο όρος λοιπόν που προστίθεται αποτελεί ουσιαστικά έναν βρόγχο ελέγχου όπου με το κέρδος K_1 ρυθμίζεται η ταχύτητα \dot{q} στα joint ανάλογα με την απόκλιση της επιθυμητής από την πραγματική θέση του end-effector κάθε χρονική στιγμή.

Η κατάλληλη τιμή του κέρδους K_1 βρέθηκε μετά από δοκιμές και τελικά της αποδόθηκε η τιμή $K_1 = 10$.

2^η Υποεργασία – Αποφυγή Εμποδίων

Ως δεύτερη υποεργασία του ρομποτικού χειριστή ορίζεται η αποφυγή συγκεκριμένων εμποδίων τα οποία βρίσκονται στον χώρο και μάλιστα μπορούν να κινηθούν. Πιο συγκεκριμένα τα δύο εμπόδια είναι πανομοιότυποι κύλινδροι με διάμετρο διατομής 10 cm, τα κέντρα τους απέχουν απόσταση 40 cm (κατά τον άξονα y) και η κίνησή τους στο χώρο πραγματοποιείται πάνω στο επίπεδο $x = 0.3$. Στην συνέχεια δίνεται μία εικόνα του ρομποτικού βραχίονα μαζί με τα εμπόδια τα οποία βρίσκονται στην αρχική τους θέση:



Παρατηρώντας από την προσομοίωση είδαμε πως οι δύο αρθρώσεις οι οποίες έρχονται σε επαφή με τα εμπόδια είναι η q_3 και η q_4 και μάλιστα η q_3 έρχεται σε παραπάνω εικόνα ενώ η άρθρωση q_4 έρχεται σε επαφή με το πράσινο εμπόδιο (αριστερό εμπόδιο)

Προκειμένου να ορίσουμε λοιπόν κατάλληλα την δεύτερη υποεργασία για την αποφυγή των δύο αυτών εμποδίων χρησιμοποιήσαμε δύο συναρτήσεις κριτηρίου $V_3(q)$ και $V_4(q)$. Η $V_3(q)$ ορίζεται ως η παραβολική απόσταση της άρθρωσης q_3 από το πράσινο εμπόδιο και $V_4(q)$ η παραβολική απόσταση της άρθρωσης q_4 από το κόκκινο εμπόδιο. Έτσι έχουμε:

$$V_3(q) = \frac{1}{2} \cdot K_c \cdot (y_{q_3} - y_{green_obstacle})^2$$

όπου y_{q_3} η θέση του κέντρου της άρθρωσης q_3 μόνο όμως κατά την διεύθυνση του άξονα y . Αντίστοιχα $y_{green_obstacle}$ είναι η θέση του πράσινου εμποδίου μόνο κατά την διεύθυνση του άξονα y . Την τιμή y_{q_3} την έχουμε κάθε χρονική στιγμή μέσα από τον πίνακα A_3^0 και πιο συγκεκριμένα από το στοιχείο $A_3^0[1,3]$ δηλαδή το δεύτερο στοιχείο της τέταρτης στήλης του πίνακα A_3^0 (η αρίθμηση ξεκινάει από το στοιχείο 0). Με βάση λοιπόν τους υπολογισμούς που κάναμε στον ευθύ κινηματικό έλεγχο έχουμε $y_{q_3} = A_3^0[1,3] = l_2 \cdot s_1 \cdot s_2$. Η τιμή αυτή επαναυπολογίζεται κάθε χρονική

στιγμή με βάση τις νέες τιμές των θέσεων αρθρώσεων q_i με αποτέλεσμα να γνωρίζουμε κάθε χρονική στιγμή αριθμητικά την θέση y_{q_3} που επιθυμούμε. Η θέση του εμποδίου $y_{green_obstacle}$ είναι γνωστή κάθε χρονική στιγμή. Έτσι τελικά έχουμε την απόσταση $y_{q_3} - y_{green_obstacle}$ η οποία εκφράζει την απόσταση κατά τον άξονα y μεταξύ της άρθρωσης q_3 και του πράσινου εμποδίου. Και επιπλέον,

$$V_4(q) = \frac{1}{2} \cdot K_c \cdot (y_{q_4} - y_{red_obstacle})^2$$

όπου y_{q_4} η θέση του κέντρου της άρθρωσης q_4 μόνο όμως κατά την διεύθυνση του άξονα y . Αντίστοιχα $y_{red_obstacle}$ είναι η θέση του κόκκινου εμποδίου μόνο κατά την διεύθυνση του άξονα y . Την τιμή y_{q_4} την έχουμε κάθε χρονική στιγμή μέσα από τον πίνακα A_4^0 και πιο συγκεκριμένα από το στοιχείο $A_4^0[1,3]$ δηλαδή το δεύτερο στοιχείο της τέταρτης στήλης του πίνακα A_4^0 (η αρίθμηση ξεκινάει από το στοιχείο 0). Με βάση λοιπόν τους υπολογισμούς που κάναμε στον ευθύ κινηματικό έλεγχο έχουμε $y_{q_4} = A_4^0[1,3] = l_2 \cdot s_1 \cdot c_2 + l_3 \cdot (s_3 \cdot c_1 + s_2 \cdot c_3 \cdot s_1)$. Η τιμή αυτή επαναυπολογίζεται κάθε χρονική στιγμή με βάση τις νέες τιμές των αρθρώσεων q_i με αποτέλεσμα να γνωρίζουμε κάθε χρονική στιγμή την θέση y_{q_4} που επιθυμούμε. Η θέση του εμποδίου $y_{red_obstacle}$ είναι γνωστή κάθε χρονική στιγμή. Έτσι τελικά έχουμε την απόσταση $y_{q_4} - y_{red_obstacle}$ η οποία εκφράζει την απόσταση κατά τον άξονα y μεταξύ της άρθρωσης q_4 και του κόκκινου εμποδίου.

Το κέρδος K_c υπολογίστηκε μετά από δοκιμές και ισούται με $K_c = 10$.

Οπότε η εξίσωση μεταφοράς της δεύτερης υποεργασίας στον χώρο των αρθρώσεων (ταχύτητες στις αρθρώσεις) είναι:

$$\dot{q} = K_2 \cdot (I - J^+J) \cdot \xi_3 + K_3 \cdot (I - J^+J) \cdot \xi_4$$

όπου:

$$\xi_3 = \left[\frac{dV_3(q)}{dq_1}, \frac{dV_3(q)}{dq_2}, \dots, \frac{dV_3(q)}{dq_7} \right]^T \text{ και } \xi_4 = \left[\frac{dV_4(q)}{dq_1}, \frac{dV_4(q)}{dq_2}, \dots, \frac{dV_4(q)}{dq_7} \right]^T, \text{ δηλαδή τα}$$

διανύσματα των μερικών παραγώγων των δύο κριτηρίων $V_3(q)$, $V_4(q)$ ως προς τις μεταβλητές q_i ($i = 1, 2, 3, \dots, 7$) των αρθρώσεων.

Τα κέρδη K_2 , K_3 υπολογίστηκαν έπειτα από δοκιμές και ισούνται με $K_2 = 10$ και $K_3 = 15$.

Παραγωγίζοντας λοιπόν με βάση τους παραπάνω τύπους προέκυψε ότι :

$$\xi_3 = [\xi_3[0], \xi_3[1], \xi_3[2], \xi_3[3], \xi_3[4], \xi_3[5], \xi_3[6]]^T$$

με:

$$\xi_3[0] = -K_c \cdot (A_3^0[1, 3] - y_{green_obstacle}) \cdot l_2 \cdot c_1 \cdot s_2,$$

$$\xi_3[1] = -K_c \cdot (A_3^0[1, 3] - y_{green_obstacle}) \cdot l_2 \cdot c_2 \cdot s_1,$$

$$\xi_3[2] = \xi_3[3] = \xi_3[4] = \xi_3[5] = \xi_3[6] = 0.$$

και

$$\xi_4 = [\xi_4[0], \xi_4[1], \xi_4[2], \xi_4[3], \xi_4[4], \xi_4[5], \xi_4[6]]^T$$

με:

$$\xi_4[0] = -K_c \cdot (A_4^0[1, 3] - y_{red_obstacle}) \cdot (l_2 \cdot c_1 \cdot s_2 - l_3 \cdot (s_1 \cdot s_3 - c_1 \cdot c_2 \cdot c_3)),$$

$$\xi_4[1] = -K_c \cdot (A_4^0[1, 3] - y_{red_obstacle}) \cdot (l_2 \cdot c_2 \cdot s_1 - l_3 \cdot c_3 \cdot s_1 \cdot s_2),$$

$$\xi_4[2] = -K_c \cdot (A_4^0[1, 3] - y_{red_obstacle}) \cdot (l_3 \cdot (c_1 \cdot c_3 - c_2 \cdot s_1 \cdot s_3))$$

$$\xi_4[3] = \xi_4[4] = \xi_4[5] = \xi_4[6] = 0.$$

Συνολική Εργασία του ρομπότ

Η συνολική λοιπόν εξίσωση που περιγράφει την διάσπαση της εργασίας δε δύο επιμέρους υποεργασίες και την μεταφορά των επιθυμητών αυτών εργασιών σε συγκεκριμένες ταχύτητες στις αρθρώσεις είναι η ακόλουθη:

$$\dot{q} = J^+(v_{1d} + K_1 \cdot (p_{1d} - p_{1_real})) + K_2 \cdot (I - J^+J) \cdot \xi_3 + K_3 \cdot (I - J^+J) \cdot \xi_4$$

Μέσω αυτής της σχέσης λοιπόν υπολογίζουμε κάθε χρονική στιγμή τις επιθυμητές ταχύτητες στις αρθρώσεις όπου έπειτα με αριθμητική ολοκλήρωση βρίσκουμε τις απαραίτητες μετατοπίσεις q_i των αρθρώσεων ώστε να εκτελούνται οι δύο υποεργασίες που επιθυμούμε.

Μάλιστα, προκειμένου η δεύτερη υποεργασία να μην εκτελείται κάθε χρονική στιγμή αλλά μόνο όταν έχουμε βρεθεί «σχετικά κοντά» στα εμπόδια εκτελέσαμε τα εξής βήματα:

Βήμα 1^ο: Υπολογίσαμε αρχικά το μέσο των δύο εμποδίων μόνο στην διεύθυνση y . Δεδομένου ότι κάθε χρονική στιγμή γνωρίζουμε την θέση των δύο εμποδίων κατά τον y άξονα η εύρεση του μέσου ήταν εύκολη και δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$middle_obstacle = \frac{y_{red_obstacle} + y_{green_obstacle}}{2}$$

όπου τα $y_{red_obstacle}$, $y_{green_obstacle}$ είναι γνωστά κάθε χρονική στιγμή.

Βήμα 2ο: Υπολογίσαμε όπως και προηγουμένως την παραβολική απόσταση των αρθρώσεων 3 και 4 αυτήν την φορά όμως από το κέντρο των δύο εμποδίων που βρήκαμε προηγουμένως ως εξής:

$$distance3 = \frac{1}{2}K_c \cdot (y_{q_3} - middle_obstacle)^2$$

$$distance4 = \frac{1}{2}K_c \cdot (y_{q_4} - middle_obstacle)^2$$

Βήμα 3ο: Από τις δύο αυτές αποστάσεις κάθε χρονική στιγμή επιλέγαμε την μέγιστη, δηλαδή την απόσταση της άρθρωσης που βρίσκεται πιο μακριά από το κέντρο των δύο εμποδίων δηλαδή πιο κοντά στο εμπόδιο.

Βήμα 4ο: Εάν η μέγιστη απόσταση αυτή είναι μεγαλύτερη από 0,03 (η τιμή αυτή βρέθηκε μετά από δοκιμές) τότε εκτελούνται και οι δύο υποεργασίες με βάση τον τύπο:

$$\dot{q} = J^+(v_{1d} + K_1 \cdot (p_{1d} - p_{1_real})) + K_2 \cdot (I - J^+J) \cdot \xi_3 + K_3 \cdot (I - J^+J) \cdot \xi_4$$

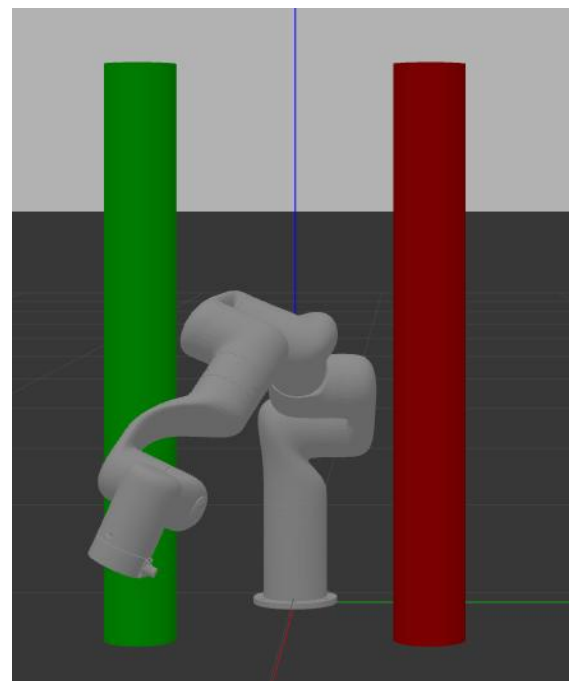
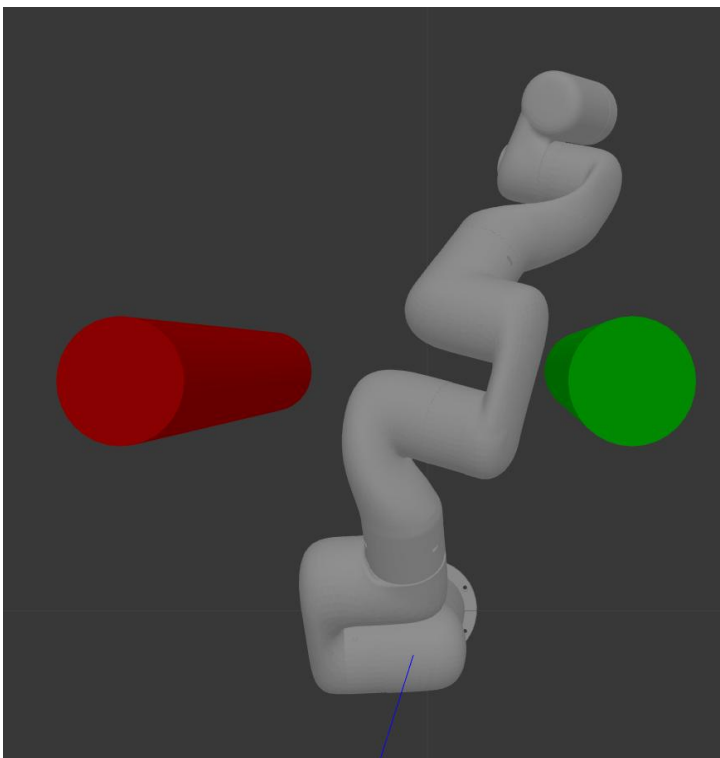
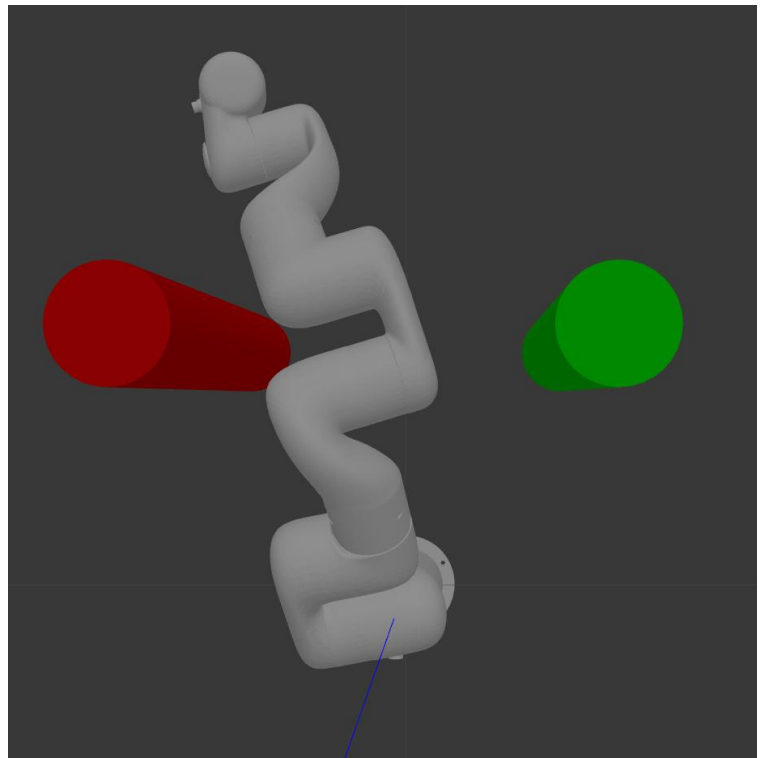
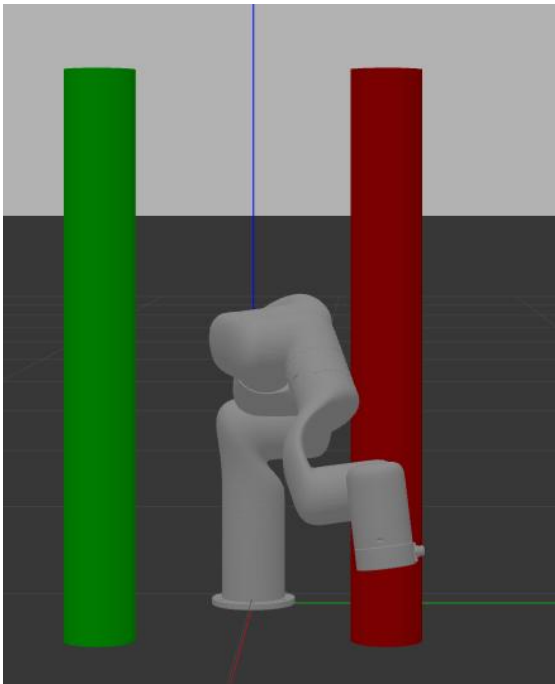
διαφορετικά εκτελείται μόνο η πρώτη υποεργασία με βάση τον τύπο:

$$\dot{q} = J^+(v_{1d} + K_1 \cdot (p_{1d} - p_{1_real}))$$

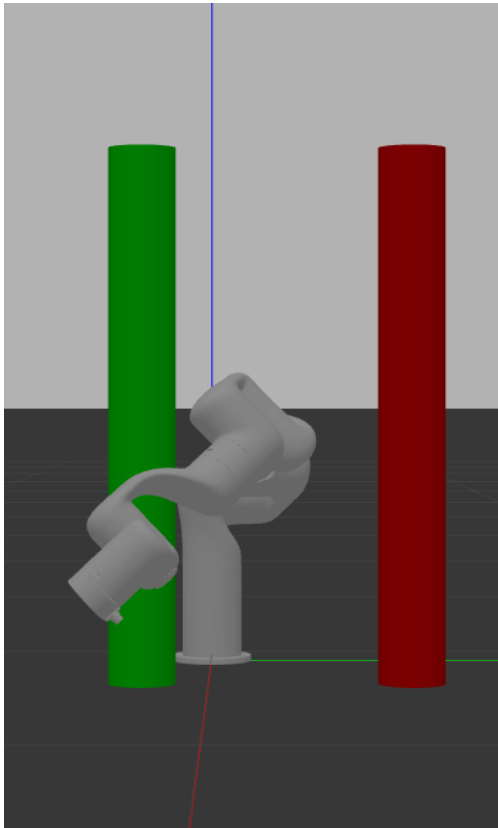
ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ

Παρουσιάζουμε αρχικά κάποια ενδεικτικά στιγμιότυπα (screenshots) της προσομοίωσης που υλοποιήσαμε προκειμένου να δούμε τον τρόπο με τον οποίο το ρομπότ εκτελεί τις ζητούμενες υποεργασίες:

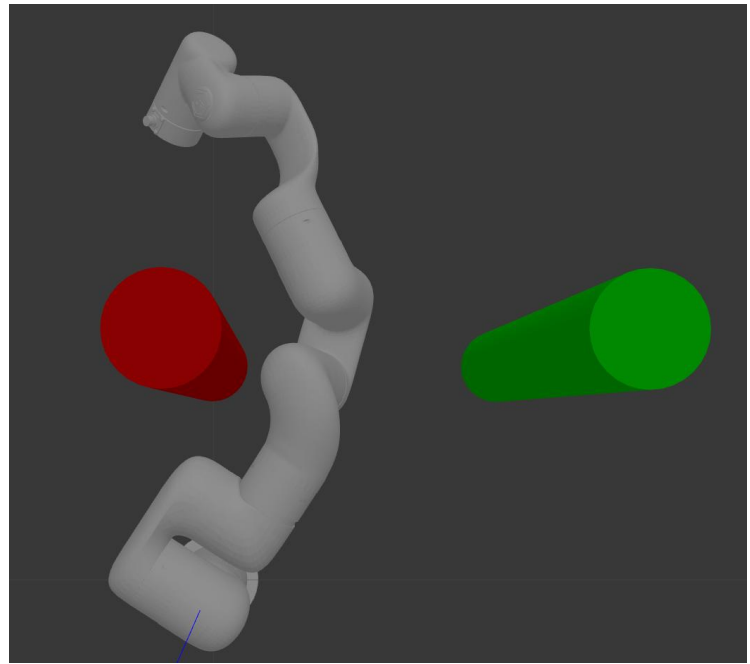
Σταθερά εμπόδια:



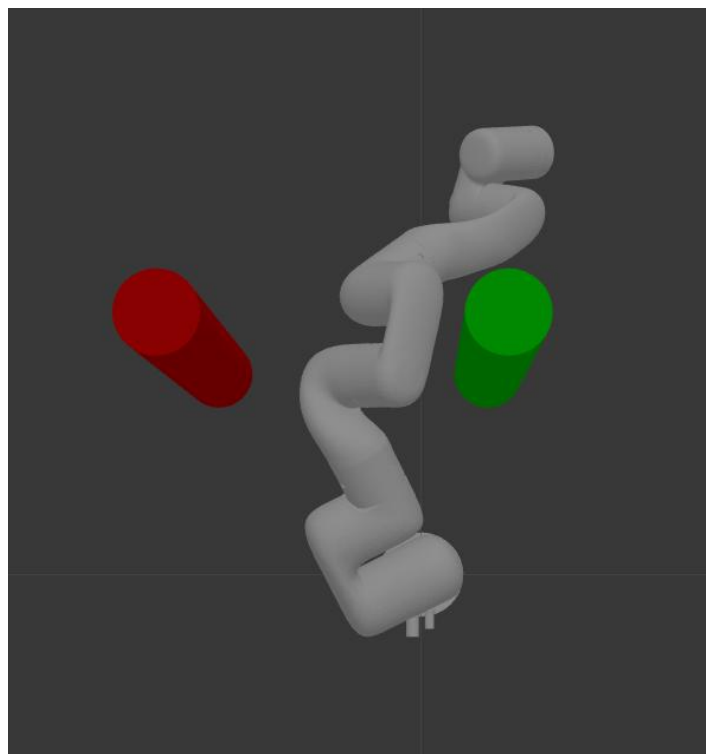
Κινούμενα εμπόδια:



Μετατόπιση εμποδίων κατά $\gamma > 0$



Μετατόπιση εμποδίων κατά $\gamma < 0$



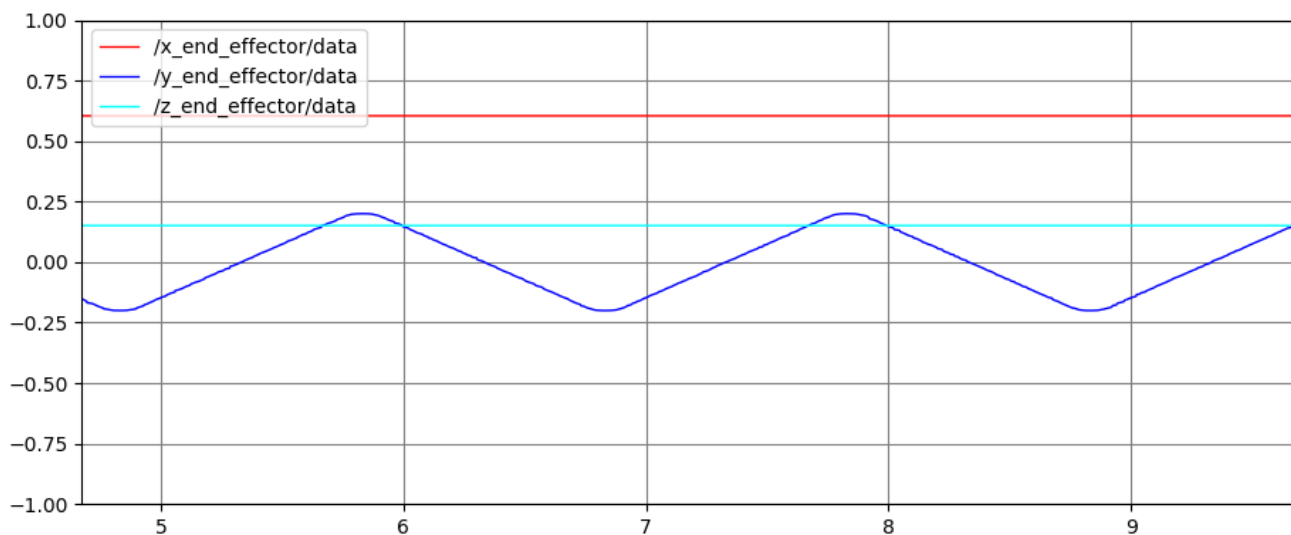
Μετατόπιση εμποδίων κατά $\gamma > 0$

Γραφικές Παραστάσεις

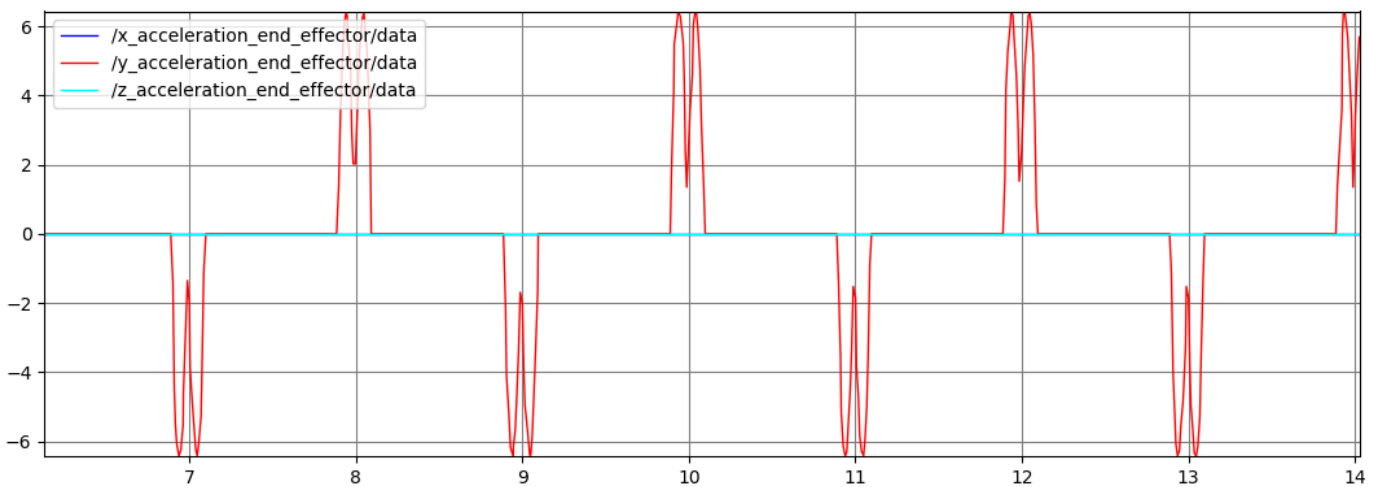
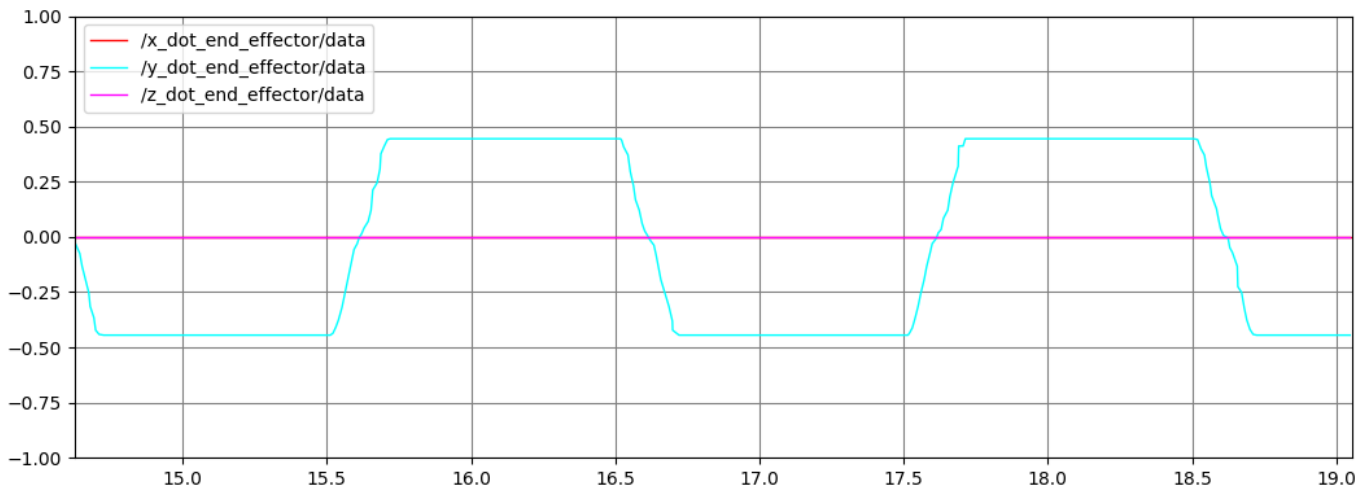
Στην συνέχεια παρατίθενται ορισμένες γραφικές παραστάσεις οι οποίες υπολογίστηκαν με χρήση του `qt_plot` και βοηθούν στην καλύτερη κατανόηση της προσομοίωσης καθώς και του τρόπου με τον οποίο το ρομπότ εκτελεί τις ζητούμενες υποεργασίες.

1^η Υποεργασία – Καθορισμός Επιθυμητής Τροχιάς

Απεικονίζουμε, αρχικά, την **τροχιά** που εκτελεί το **τελικό στοιχείο δράσης** (end-effector) του ρομπότ κατά του άξονες x , y και z .



Στη συνέχεια, απεικονίζουμε την **ταχύτητα**, αλλά και την **επιτάχυνση** του τελικού στοιχείου δράσης του ρομπότ, και πάλι ως προς τους τρεις άξονες x , y και z .

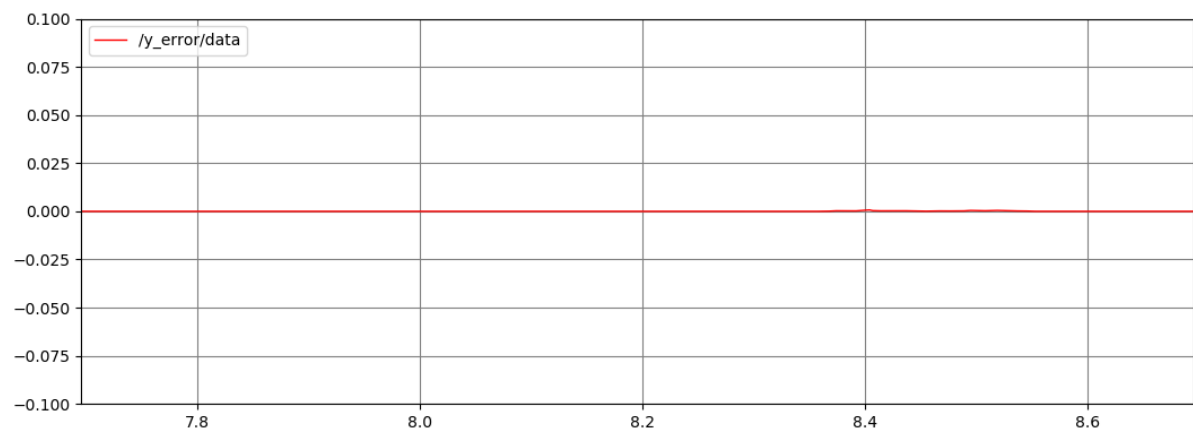
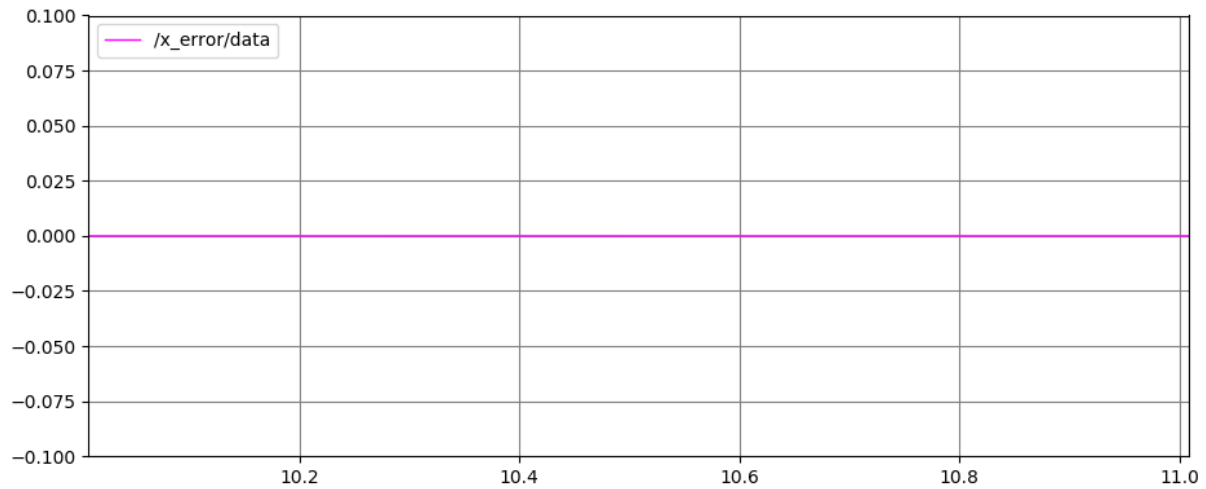


Παρατηρήσεις:

Παρατηρούμε όπως και αναμέναμε, ότι το τελικό στοιχείο δράσης κινείται μόνο κατά τη διεύθυνση του άξονα y , ενώ στους άλλους δύο άξονες η θέση του παραμένει σταθερή και ίση με $x = 0.6043, z = 0.1508$, ενώ οι αντίστοιχες ταχύτητες και επιταχύνσεις στους άξονες αυτούς είναι μηδενικές. Παράλληλα, παρατηρούμε ότι το τελικό στοιχείο δράσης μεταβάλλει περιοδικά τη θέση του στον άξονα y μεταξύ $y = -0.2$ και $y = 0.2$, με περίοδο $T = 1 \text{ sec}$, ενώ βλέπουμε ότι και η ταχύτητά του κατά τον άξονα αυτό αυξομειώνεται σχετικά ομαλά, όπως και επιθυμούμε.

Στο σημείο αυτό θα μελετήσουμε με μεγαλύτερη λεπτομέρεια τον έλεγχο θέσης (μέσω του βρόγχου διόρθωσης) που εφαρμόσαμε κατά την πρώτη υποεργασία του

ρομπότ. Για το σκοπό αυτό απεικονίζουμε στις ακόλουθες γραφικές τα **σφάλματα** μεταξύ των πραγματικών και των επιθυμητών θέσεων (όπως αυτές ορίζονται από την εξίσωση τροχιάς που έχουμε υπολογίσει) κατά τους τρεις άξονες x , y και z .



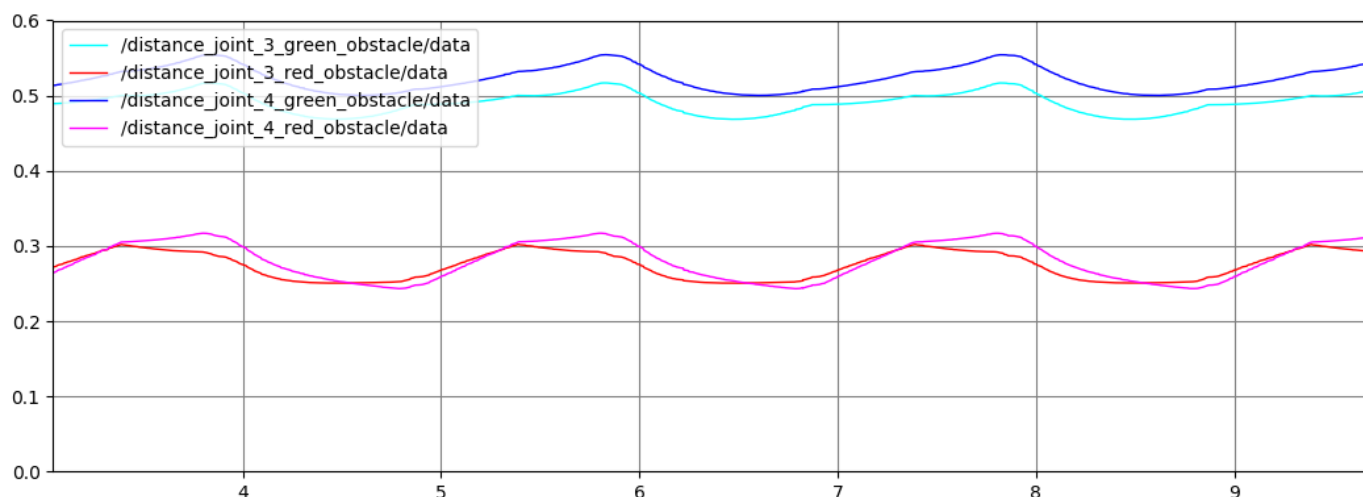
Παρατηρήσεις:

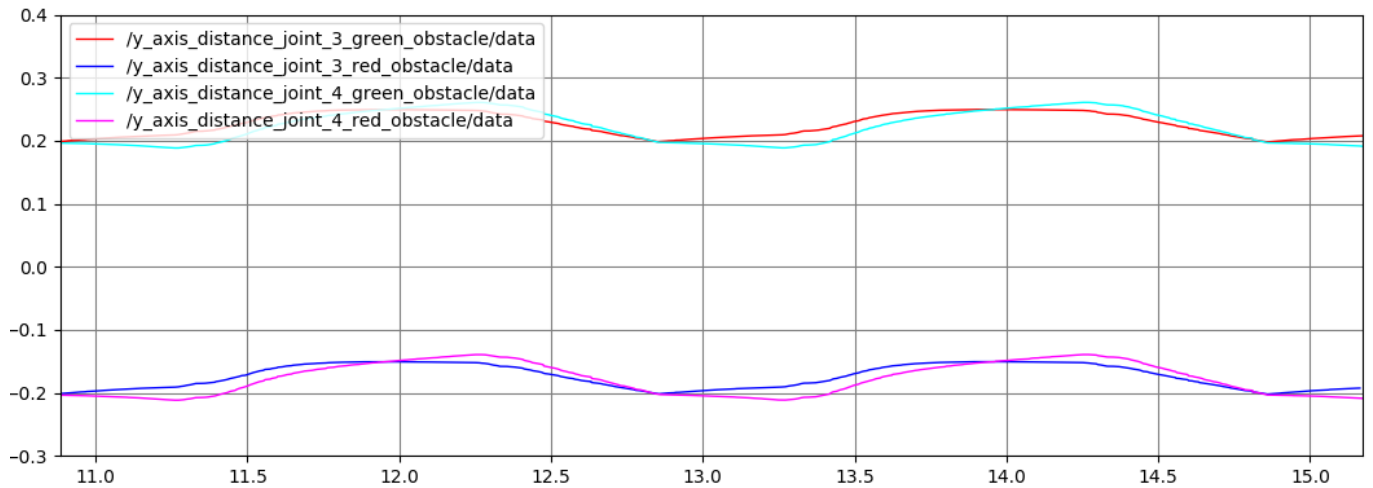
Παρατηρούμε ότι και στις τρεις κατευθύνσεις (άξονες) τα σφάλματα θέσης του τελικού σημείου δράσης είναι πρακτικά μηδενικά. Βέβαια, σε ένα πραγματικό σύστημα απολύτως μηδενικά σφάλματα δεν είναι δυνατόν να υφίστανται, και ιδίως ίσως σε περιπτώσεις μεγάλης κίνησης των εμποδίων αυτά να αποκλίνουν περισσότερο. Κάτι τέτοιο ωστόσο δεν έγινε αντιληπτό στις προσομοιώσεις που εκτελέσαμε.

2^η Υποεργασία – Αποφυγή Εμποδίων

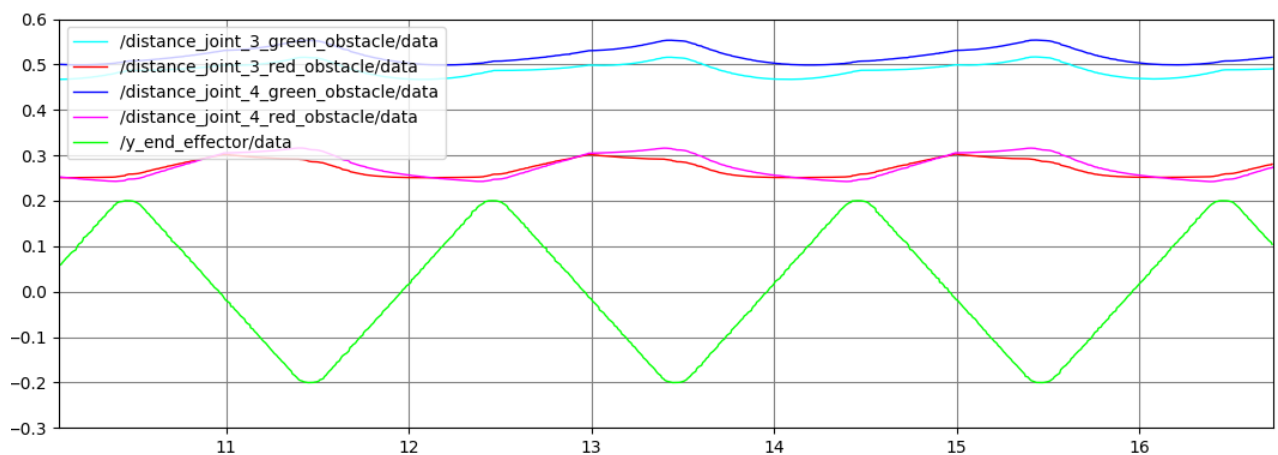
Όσον αφορά τη δεύτερη υποεργασία που καλείται να εκτελέσει το ρομπότ, προκειμένου να ελέγξουμε την ορθότητά της απεικονίζουμε την απόσταση των αρθρώσεων 3 και 4 του ρομπότ από καθένα από τα δύο εμπόδια (τα κέντρα τους) τόσο στο επίπεδο x-y όσο και μόνο κατά τον άξονα y, σε διάφορες χρονικές στιγμές όπου τα εμπόδια παραμένουν στατικά ή κινούνται.

Αρχικά, απεικονίζουμε τις αποστάσεις των αρθρώσεων 3 και 4 του ρομπότ από καθένα από τα δύο εμπόδια (πράσινο και κόκκινο) τόσο κατά τον άξονα y, όσο και στο επίπεδο xy (ευκλείδεια απόσταση), καθώς **τα δύο εμπόδια παραμένουν ακίνητα στις αρχικές τους θέσεις.**





Προκειμένου, μάλιστα, να αντοληφθούμε καλύτερα τις μεταβολές των αποστάσεων καθώς και το πότε αυτές λαμβάνουν χώρα, απεικονίζουμε παράλληλα και την τροχιά που εκτελεί το τελικό σημείο δράσης κατά τη διεύθυνση του άξονα y .

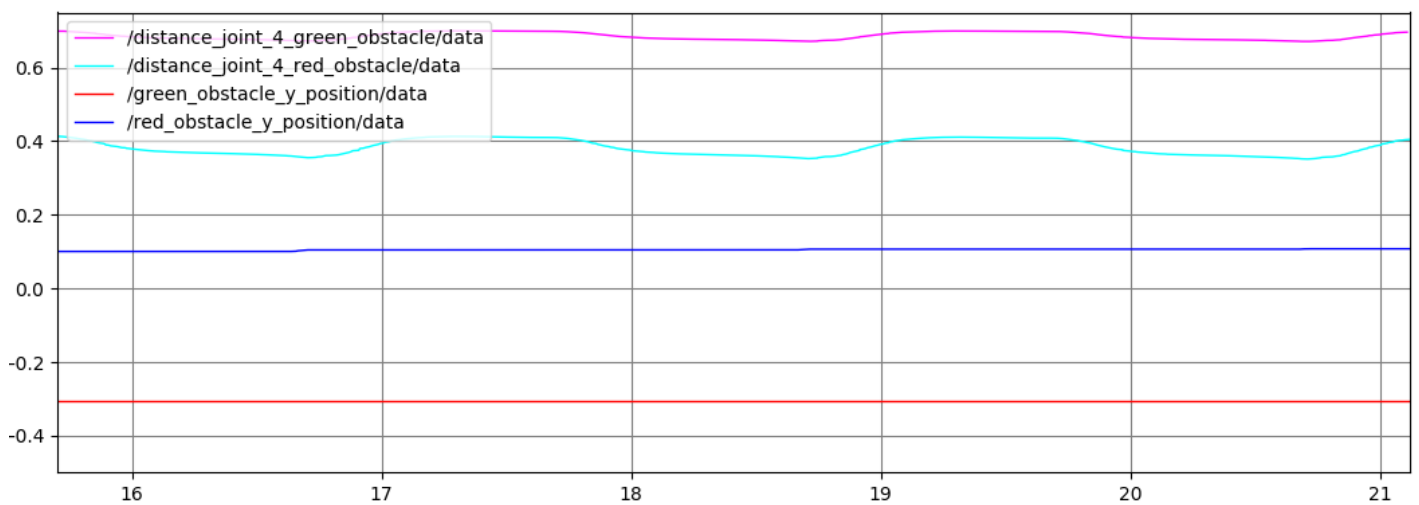
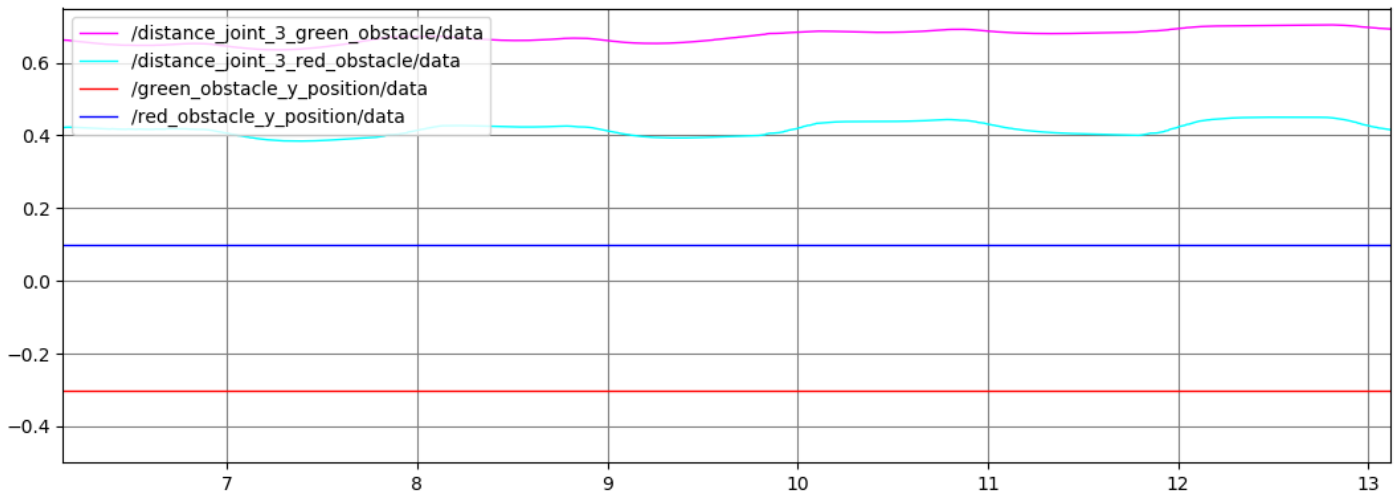


Παρατηρήσεις:

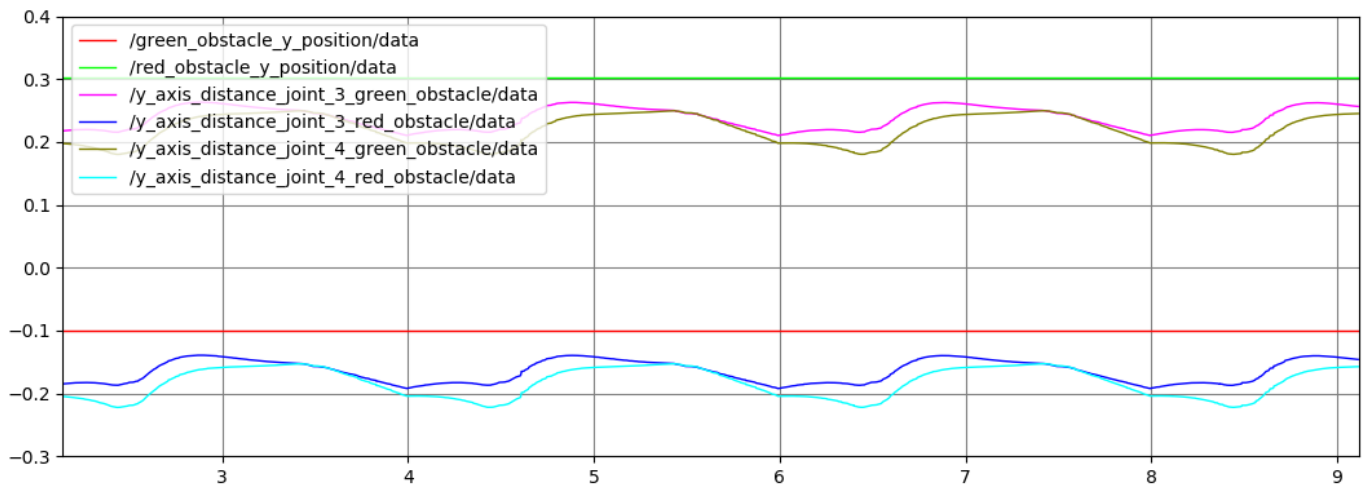
Παρατηρούμε ότι τόσο οι αποστάσεις στο επίπεδο xy , όσο και οι αποστάσεις κατά των άξονα y των «κρίσιμων» αρθρώσεων από τα εμπόδια, είναι μεγαλύτερες του 0.1, δηλαδή της ακτίνας των κυλινδρικών εμποδίων, οπότε και το ρομπότ θα αποφεύγει επιτυχώς καθένα από αυτά.

Στη συνέχεια, απεικονίζουμε και πάλι τις αποστάσεις αυτές των αρθρώσεων από τα εμπόδια, τα οποία παραμένουν και πάλι σταθερά, αλλά μετατοπισμένα σε νέες θέσεις.

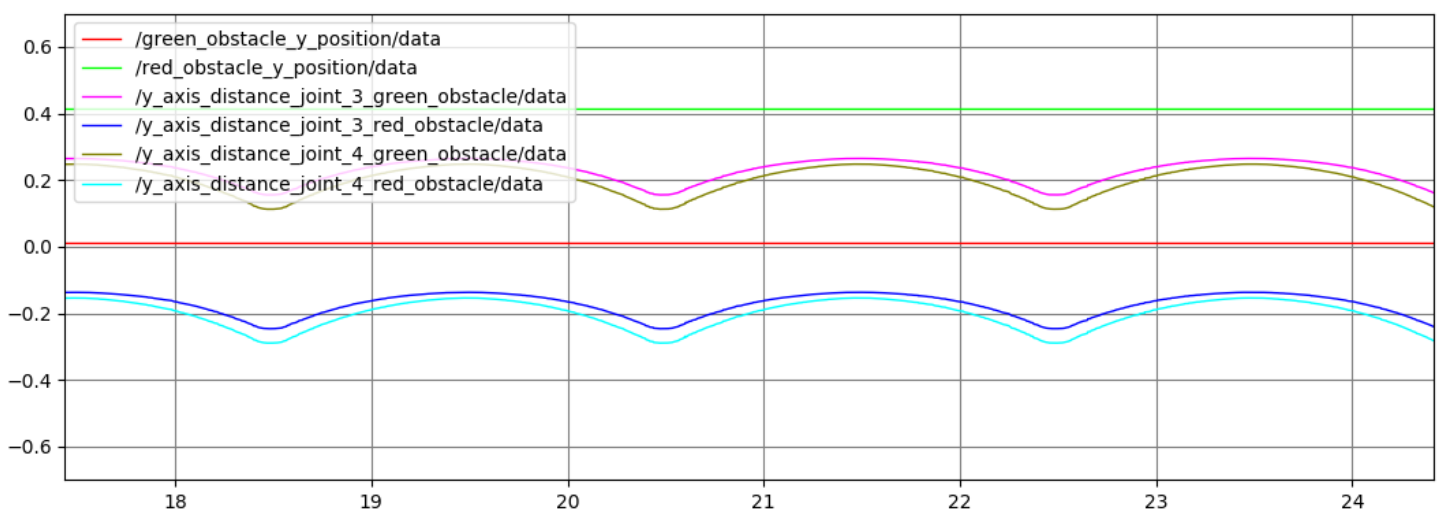
Μετατόπιση των εμποδίων κατά $\gamma = -0.1$ (αριστερά):



Μετατόπιση των εμποδίων κατά $\gamma = + 0.1$ (δεξιά):



Μετατόπιση των εμποδίων κατά $\gamma = + 0.2$ (δεξιά):

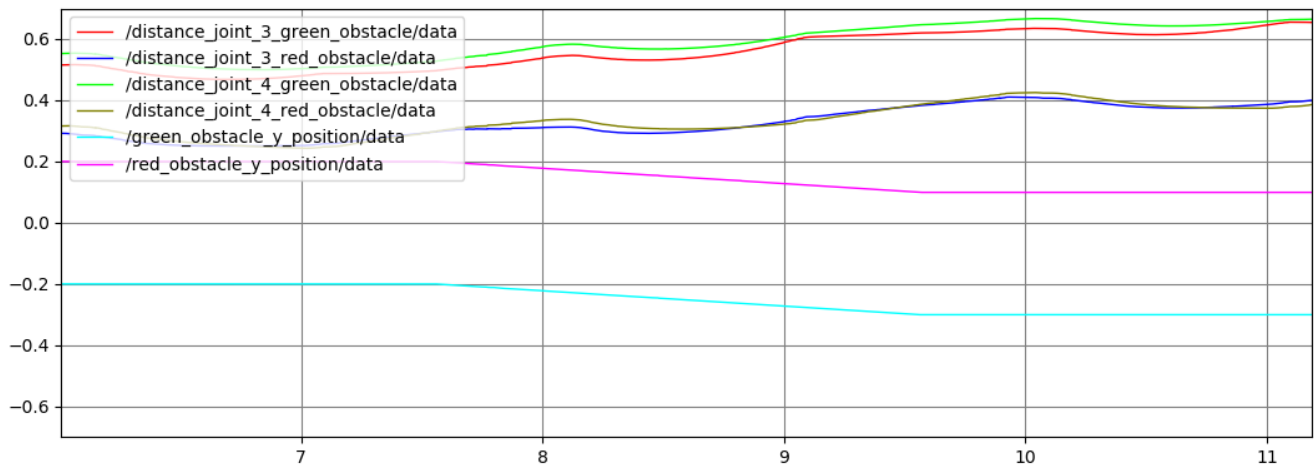


Παρατηρήσεις:

Παρατηρούμε και πάλι ότι οι αποστάσεις μεταξύ των εμποδίων και των «κρίσιμων» αρθρώσεων παραμένουν μεγαλύτερες του 0.1, δηλαδή της ακτίνας των κυλινδρικών εμποδίων, οπότε ακόμα και με τις μετατοπίσεις αυτές των εμποδίων, το ρομπότ καταφέρνει να τα αποφεύγει.

Τέλος, θα προσπαθήσουμε να μελετήσουμε με λίγη μεγαλύτερη λεπτομέρεια τις μεταβολές που λαμβάνουν χώρα κατά τη διάρκεια κίνησης των εμποδίων.

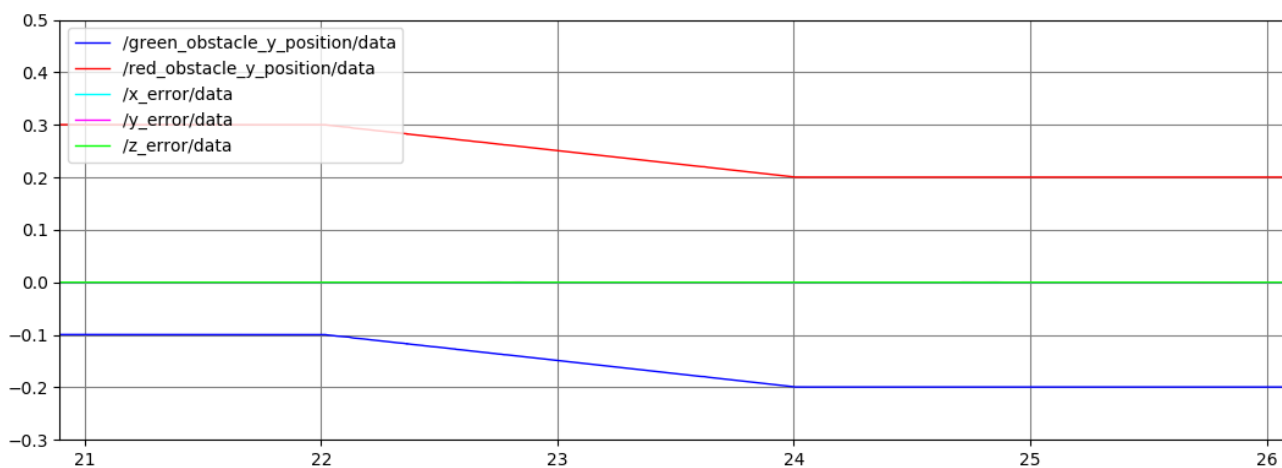
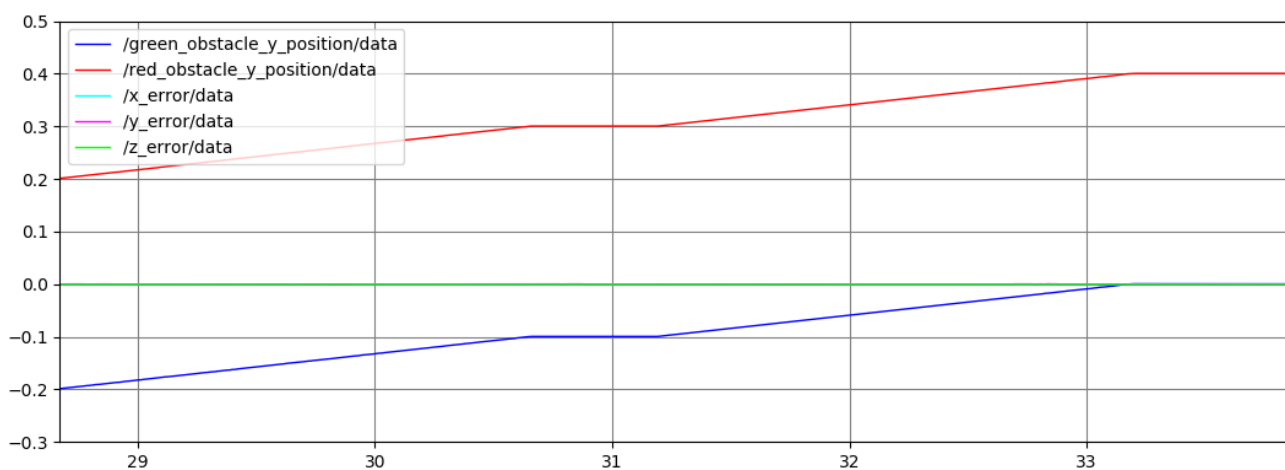
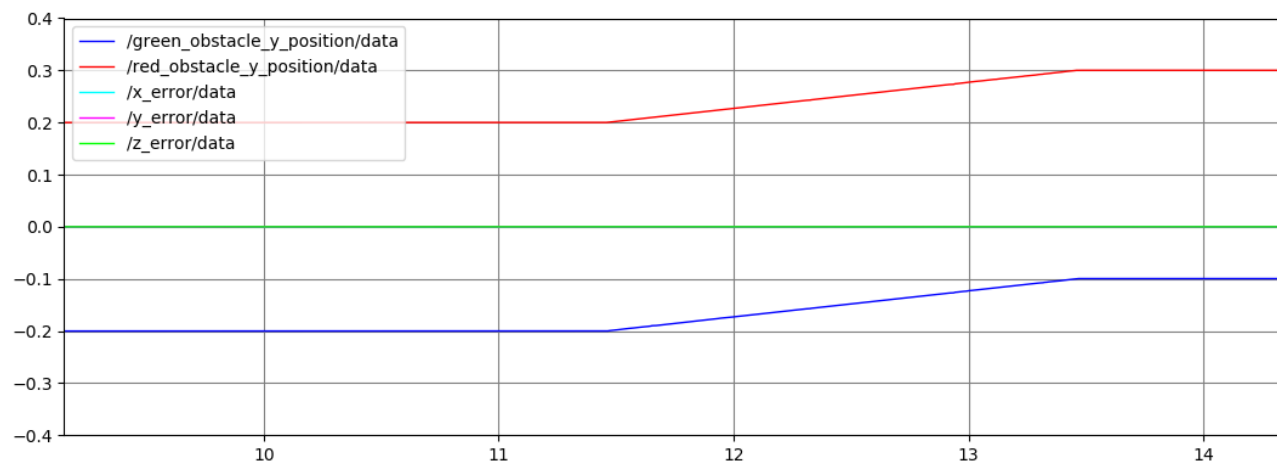
Απεικονίζουμε αρχικά, τις αποστάσεις των «κρίσιμων» αρθρώσεων από τα κέντρα των εμποδίων καθώς αυτά μετατοπίζονται κατά $y < 0$.



Παρατηρήσεις:

Παρατηρούμε για μια ακόμα φορά ότι οι αποστάσεις των «κρίσιμων» αρθρώσεων από τα κέντρα των εμποδίων ακόμα και όταν αυτά μετακινούνται παραμένουν μεγαλύτερες του 0.1, οπότε και πάλι το ρομπότ επιτυγχάνει να τα αποφύγει. Το γεγονός αυτό επιβεβαιώνεται στη συγκεκριμένη γραφική και από την ομαλότητα με την οποία φαίνεται να γίνεται η μεταβολή της θέσης των εμποδίων, πράγμα το οποίο σημαίνει ότι κατά τη μετακίνησή τους, δεν ήρθαν σε επαφή με κάποιο εξωτερικό αντικείμενο και άρα ούτε με το ρομπότ, καθώς τότε θα είχαμε κάποια απότομη, έστω και μικρή, μεταβολή της θέσης τους.

Στη συνέχεια, απεικονίζουμε και τα σφάλματα θέσης του τελικού εργαλείου δράσης του ρομπότ κατά τη διάρκεια κίνησης των εμποδίων.



Παρατηρήσεις:

Παρατηρούμε και πάλι ότι σε όλη τη διάρκεια των μετακινήσεων των εμποδίων, τα σφάλματα θέσης του τελικού εργαλείου δράσης του ρομπότ παραμένουν πρακτικά μηδενικά, κάτι το οποίο συνεπάγεται ότι καθώς το ρομπότ προσπαθεί να εκτελέσει ορθά τη δεύτερη υποεργασία του αποφεύγοντας τα κινούμενα εμπόδια παράλληλα καταφέρνει να εκτελεί ορθά και την πρώτη υποεργασία του κινούμενο πάνω στην επιθυμητή τροχιά.