Εξαμηνιαία Εργασία 2 (ΜΕΡΟΣ Β)

Εκτίμηση θέσης και προσανατολισμού κινούμενου ρομπότ σε γνωστό χάρτη (Mobile robots: Localization)

Ρομποτική 2 Ευφυή Ρομποτικά Συστήματα 2020-2021

8ο Εξάμηνο

Η εργασία έγινε υπό την επιμέλεια των φοιτητών **Αναστασία Κριθαρούλα** με αριθμό μητρώου **el17073** και **Διονύση Κριθαρούλα** με αριθμό μητρώου **el17875.**

8/8/2021

Εισαγωγή

Σκοπός της συγκεκριμένης εργασίας είναι η υλοποίηση ενός αλγόριθμου εκτίμησης θέσης και προσανατολισμού (localization) ενός κινούμενου ρομπότ σε κάθε χρονικό βήμα της κίνησης βασιζόμενο στην υλοποίηση ενός Επεκταμένου Φίλτρου Kalman (Extended Kalman Filter) κάνοντας χρήση του μοντέλου κίνησης διαφορικής οδήγησης με σύμμιξη αισθητηριακών πληροφοριών (sonars,IMU). Το ρομπότ διαφορικής οδήγησης (differencial drive) θα εκτελεί τυχαία κίνηση περιπλάνησης (και αποφυγής εμποδίων-τοίχων) στο χώρο για χρονική διάρκεια τριών λεπτών. Επιπλέον το ρομπότ είναι εξοπλισμένο με τους ακόλουθους αισθητήρες:

- 5 αισθητήρες υπερήχων σόναρ, οι οποίοι μετρούν απόσταση από εμπόδιο με μέγιστη δυνατότητα μέτρησης τα 2m και θόρυβο που ακολουθεί κανονική κατανομή με τυπική απόκλιση 0.01m.
- 1 IMU 9 βαθμών ελευθερίας το οποίο μετράει στροφικές ταχύτητες, γραμμικές επιταχύνσεις, καθώς και περιστροφή γύρω από κάθε άξονα με θόρυβο μέτρησης που ακολουθεί κανονική κατανομή με τυπική απόκλιση 0.002m/s^2 , 0.002rad/s και 0.002rad αντιστοίχως.

Το ρομπότ θα είναι «περιτριγυρισμένο» μέσα σε τέσσερις τοίχους οι οποίοι σχηματίζουν ένα τετράγωνο διαστάσεων 4x4 και θα εκτελεί την κίνηση που περιγράψαμε προηγουμένως μέσα στο πλαίσιο αυτό.

Α. Θεωρητική Ανάλυση

Η θέση του κινούμενου ρομπότ σε κάθε χρονικό βήμα περιγράφεται από το διάνυσμα [x,y] όπου x και y οι συντεταγμένες του κέντρου του κινούμενου ρομπότ ως προς το world frame το οποίο θεωρούμε ότι βρίσκεται στο κέντρο του τετραγώνου που κατασκευάζεται από τους τέσσερις τοίχους. Επιπλέον ο προσανατολισμός του ρομπότ ως προς το επίπεδο xy της κίνησης του περιγράφεται σε κάθε χρονική στιγμή με την γωνία θ η οποία μετράει την γωνία μεταξύ του εμπρόσθιου άξονα κίνησης x του ρομπότ και του άξονα x του world frame και **η οποία θεωρήσαμε ότι παίρνει θετικές τιμές με βάση την ωρολογιακή φορά.** Ως διάνυσμα κατάστασης λοιπόν X(k), όπου k διακριτή χρονική στιγμή, επιλέχθηκε το ακόλουθο διάνυσμα διαστάσεων 4x1:

$$\mathbf{X(k) = [x_k,y_k,\theta_k,v_k]^T ,}$$

όπου x_k , y_k οι συντεταγμένες που περιγράψαμε προηγουμένως την χρονική στιγμή k ,θ_k η γωνία που περιγράψαμε προηγουμένως την χρονική στιγμή k και v_k η γραμμική ταχύτητα του κινούμενου ρομπότ κατά τον εμπρόσθιο άξονα 0x της κίνησης του.

Επιπλέον ως σήματα εισόδου για το σύστημα μας επιλέγουμε την γραμμική επιτάχυνση του κινούμενου ρομπότ κατά τον εμπρόσθιο άξονα x της κίνησης του και την γωνιακή επιτάχυνση γύρω από τον άξονα z. Έτσι έχουμε σε κάθε χρονικό βήμα k το ακόλουθο διάνυσμα σημάτων εισόδου (control inputs) για το σύστημα μας:

$$\mathbf{u(k) = [a(k),\omega(k)]^T} \, ,$$

όπου a(k) η γραμμική επιτάχυνση και ω(k) η γωνιακή ταχύτητα του κινούμενου ρομπότ μας που περιγράψαμε προηγουμένως.

Τα δύο αυτά μεγέθη τα λαμβάνουμε από τις μετρήσεις του IMU το οποίο μας δίνει τιμές τόσο για την γραμμική επιτάχυνση του ρομπότ κατά τον άξονα κίνησης του όσο και για την γωνιακή του ταχύτητα γύρω από τον άξονα z ο οποίος είναι κάθετος στο επίπεδο της κίνησης του.

Κάθε λοιπόν χρονική στιγμή k προσπαθούμε να εκτιμήσουμε το διάνυσμα κατάστασης X(k) του κινούμενου ρομπότ μας με την υλοποίηση ενός Επεκταμένου Φίλτρου Kalman (Extended Kalman Filter) λαμβάνοντας υπόψιν τόσο της μετρήσεις των αισθητήρων όσο και το μοντέλο κίνησης του κινούμενου ρομπότ. Η Υλοποίηση λοιπόν του φίλτρου χωρίζεται όπως γνωρίζουμε σε δύο βήματα τα οποία περιγράφονται στην συνέχεια:

Βήμα Πρόβλεψης

Στο βήμα αυτό λαμβάνουμε υπόψιν το μοντέλο κίνησης του κινούμενου ρομποτικού οχήματος προκειμένου να έχουμε μία αρχική πρόβλεψη του διανύσματος κατάστασης του ρομπότ την χρονική στιγμή k+1. Γενικά για το μοντέλο κίνησης ισχύει η ακόλουθη σχέση:

$$\mathbf{X(k+1|k) = \Phi[\, X(k)\, ,\, u(k)\,] + w(k)}\, ,\ \textbf{όπου}$$

X(k): Το γνωστό διάνυσμα κατάστασης το οποίο έχει εκτιμηθεί πλήρως στο προηγούμενο βήμα k του EKF.

u(k): Το διάνυσμα σημάτων εισόδου (control inputs) την χρονική στιγμή k.

w(k): Η μήτρα διακύμανσης για τον θόρυβο του μοντέλου κίνησης την χρονική στιγμή k.

Γνωρίζοντας λοιπόν ότι το ρομπότ μας εκτελεί διαφορική οδήγηση και με βάση την προηγούμενη ανάλυση τόσο για το διάνυσμα κατάστασης X όσο και για το διάνυσμα σημάτων ελέγχου u έχουμε την ακόλουθη σχέση που μας δίνει την πρόβλεψη του διανύσματος κατάστασης στο επόμενο βήμα k+1 λαμβάνοντας μετρήσεις μέχρι και την χρονική στιγμή k:

$$
X(k+1|k) = \begin{pmatrix} x(k+1|k) \\ y(k+1|k) \\ \theta(k+1|k) \\ v(k+1|k) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x(k) + v(k)*\cos(\theta(k)) + \frac{1}{2}*a(k)*\cos(\theta(k))*dt^2 \\ y(k) + v(k)*sin(\theta(k)) + \frac{1}{2}*a(k)*\sin(\theta(k))*dt^2 \\ \theta(k) + \omega(k)*dt \\ v(k) + a(k)*dt \end{pmatrix}
$$

Επιπλέον στο βήμα πρόβλεψης χρειάζεται να υπολογίσουμε την μήτρα διακύμανσης P(k+1|k) (state covariance matrix) έχοντας μετρήσεις μέχρι και την χρονική στιγμή k (χωρίς δηλαδή να έχουμε λάβει ακόμα υπόψιν μετρήσεις την χρονική στιγμή k+1).

Εφόσον το μοντέλο κίνησης του ρομπότ όπως παρατηρούμε δεν είναι γραμμικό (για το λόγο αυτό χρησιμοποιούμε και το Extended Kalman Filter) γραμμικοποιούμε τον χώρο κατάστασης υπολογίζοντας την μερική παράγωγο κάθε γραμμής του παραπάνω πίνακα ως προς την κάθε μεταβλητή του διανύσματος κατάστασης. Έτσι προκύπτει **ο ακόλουθος πίνακας A**:

$$
\begin{bmatrix} 1 & 0 & -v(k)*\sin(\theta(k))*dt - \frac{1}{2}*a(k)*\sin(\theta(k))*dt^2 & \cos(\theta(k))*dt \\ 0 & 1 & +v(k)*\sin(\theta(k))*dt - \frac{1}{2}*a(k)*\sin(\theta(k))*dt^2 & \sin(\theta(k))*dt \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

Επιπλέον υπολογίζουμε την **μήτρα διακύμανσης C_w** που αντιπροσωπεύει τον θόρυβο του μοντέλου κίνησης του κινούμενου ρομπότ. Η μήτρα αυτή ισούται με:

$$
\begin{bmatrix} \sigma x^2 & \sigma x * \sigma y & 0 & \sigma x * \sigma v \\ \sigma x * \sigma y & \sigma y^2 & 0 & \sigma y * \sigma v \\ 0 & 0 & \sigma\theta^2 & 0 \\ \sigma x * \sigma v & \sigma y * \sigma v & 0 & \sigma v^2 \end{bmatrix}
$$

Όπου:

σx: η διακύμανση της μεταβλητής x

σy: η διακύμανση της μεταβλητής y

σv: η διακύμανση της γραμμικής ταχύτητας v

σθ: η διακύμανση της γωνίας θ

Από τα δεδομένα της άσκησης γνωρίζουμε ότι η διακύμανση της γραμμικής επιτάχυνσης σα ως προς τον εμπρόσθιο άξονα της κίνησης του ρομπότ ισούται με σα = 0.002m/s^2 ενώ η διακύμανση της γωνιακής ταχύτητας ως προς τον άξονα z ισούται με σω = 0.002rad/s. Με βάση τα δεδομένα αυτά αλλά και το μοντέλο κίνησης που αναλύσαμε προηγουμένως βρίσκουμε ότι οι διακυμάνσεις των μεταβλητών κατάστασης ισούνται με:

$\sigma x = 1/2*\sigma\alpha*\cos(\theta(k))*dt^2$

$\sigma y = 1/2*\sigma\alpha*\sin(\theta(k))*dt^2$

$\sigma\theta = \sigma\omega*dt$

$\sigma v = \sigma\alpha*dt$

Με βάση τους παραπάνω τύπους υπολογίζουμε την μήτρα διακύμανσης C_w ώστε τελικά να υπολογίσουμε την μήτρα διακύμανσης P(k+1|k) η οποία ισούται με:

$P(k+1|k) = AP(k)A^T + C_w$, όπου P(k) η μήτρα διακύμανσης που είχε υπολογισθεί στο τελικό βήμα της προηγούμενης επανάληψης του EKF.

Ανακεφαλαιώνοντας λοιπόν από το βήμα πρόβλεψης υπολογίζουμε τελικά τα μεγέθη X(k+1|k) και P(k+1|k) με την διαδικασία που αναλύσαμε προηγουμένως.

Βήμα μετρήσεων

Στο συγκεκριμένο βήμα υπολογίζουμε τιμές για τα μεγέθη κατάστασης του συστήματος στο χρονικό βήμα k+1 βασισμένοι αυτήν την φορά όχι στο μοντέλο κίνησης του συστήματος αλλά σε πληροφορίες που λαμβάνουμε από τους αισθητήρες που διαθέτουμε.

Πιο αναλυτικά προκειμένου να υπολογίσουμε τιμές για τις συντεταγμένες x και y του κινητού ρομποτικού οχήματος την χρονική στιγμή k+1 χρησιμοποιήσαμε τις μετρήσεις των αποστάσεων που μας δίνουν οι 5 αισθητήρες sonar από τους τοίχους τους οποίους «βλέπουν». Η διαδικασία αυτή αναλύεται στην συνέχεια:

1. Ως πρώτο βήμα επιλέγουμε τους αισθητήρες οι οποίοι μας δίνουν αξιόπιστες μετρήσεις ,την χρονική στιγμή k+1, κοιτάζοντας η απόσταση την οποία ανιχνεύουν να είναι χαμηλότερη των 2m καθώς σύμφωνα με την εκφώνηση οι αισθητήρες έχουν εμβέλεια μέχρι και τα 2m (στην πράξη είδαμε μετά από δοκιμές ότι παίρνουμε καλύτερες μετρήσεις αν θέσουμε το όριο της απόστασης στο 1.5m αντί για 2m πράγμα που τελικά υλοποιήσαμε)

2. Για κάθε έναν από τους 5 αισθητήρες εάν είναι αξιόπιστος σύμφωνα με το προηγούμενο βήμα εκτελούμε τους ακόλουθους ελέγχους:

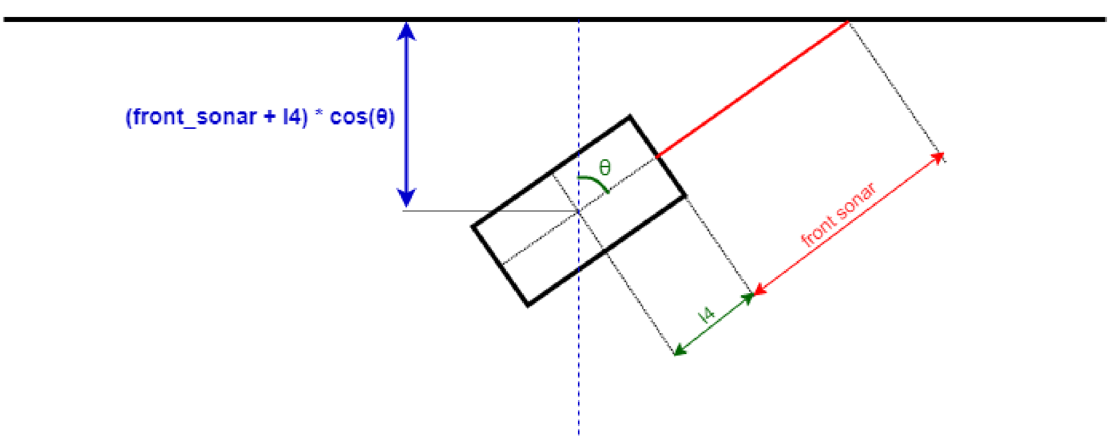
   - **Μπροστινός αισθητήρας**

     Για τον μπροστινό αισθητήρα γνωρίζουμε ότι η γωνία θ(k) (που δείχνει όπως έχουμε αναφέρει και προηγουμένως την γωνία μεταξύ του άξονα x του world frame και του εμπρόσθιου άξονα κίνησης x του ρομπότ και την οποία έχουμε υπολογίσει στην προηγούμενη επανάληψη εκτέλεσης του αλγορίθμου) μας δίνει την πληροφορία σχετικά με τον τοίχο από τον οποίο μετράει την απόσταση το μπροστινό σόναρ. Έτσι:

     - Εαν η γωνία θ(k) είναι μεταξύ των -π/4 και π/4 (rad) τότε γνωρίζουμε ότι ο μπροστινός αισθητήρας «κοιτάει» προς τον «επάνω τοίχο» τον οποίο έχουμε ονομάσει τοίχο 2. Σε αυτήν την περίπτωση μπορούμε να εκτιμήσουμε την συντεταγμένη x του ρομποτικού οχήματος την χρονική στιγμή k+1 με βάση τον τύπο:

       x(k+1) = x0 – (sonarF + l4)*cos(|θ(κ)|) ,

       όπου x0 η συντεταγμένη της κορυφής του τετραγώνου ως προς τον άξονα x του world frame η οποία όπως γνωρίζουμε είναι 2m (διαστάσεις τετραγώνου 4x4) και sonarF η τιμή που λαμβάνουμε από το μπροστινό σόναρ. Η τιμή του (sonarF + l4)*cos(|θ(κ)|) ουσιαστικά μας δίνει την απόσταση του κέντρου του κινούμενου ρομπότ από τον επάνω τοίχο και γι αυτό αφαιρείται από το x0 ώστε τελικά να βρούμε την θέση του ρομπότ κατά τον άξονα x του world frame. Ο παραπάνω τύπος όμως γίνεται καλύτερα αντιληπτός με την ακόλουθη εικόνα:



- Εάν η γωνία θ(k) είναι μεταξύ π/4 και 3π/4 (rad) τότε γνωρίζουμε ότι ο μπροστινός αισθητήρας «κοιτάει» προς τον «δεξιό τοίχο» τον οποίο έχουμε ονομάσει τοίχο 1. Σε αυτήν την περίπτωση με παρόμοιο συλλογισμό όπως και προηγουμένως μπορούμε να εκτιμήσουμε την συντεταγμένη y του ρομποτικού οχήματος την χρονική στιγμή k+1 με βάση τον τύπο:

  y(k+1) = y0 – (sonarF + l4)*sin(|θ(κ)|) ,

  όπου y0 η συντεταγμένη της κορυφής του τετραγώνου ως προς τον άξονα y του world frame η οποία όπως γνωρίζουμε είναι 2m (διαστάσεις τετραγώνου 4x4) και sonarF η τιμή που λαμβάνουμε από το μπροστινό σόναρ.

- Εάν η γωνία θ(k) είναι μεταξύ 3π/4 και π (rad) τότε γνωρίζουμε ότι ο μπροστινός αισθητήρας «κοιτάει» προς τον «κάτω τοίχο» τον οποίο έχουμε ονομάσει τοίχο 4. Σε αυτήν την περίπτωση με παρόμοιο συλλογισμό όπως και προηγουμένως μπορούμε να εκτιμήσουμε την συντεταγμένη x του ρομποτικού οχήματος την χρονική στιγμή k+1 με βάση τον τύπο:

  x(k+1) = (sonarF + l4)*cos(π-|θ(κ)|) – x0 ,

  όπου x0 η συντεταγμένη της κορυφής του τετραγώνου ως προς τον άξονα x του world frame η οποία όπως γνωρίζουμε είναι 2m (διαστάσεις τετραγώνου 4x4) και sonarF η τιμή που λαμβάνουμε από το μπροστινό σόναρ.

- Τέλος εάν η γωνία θ(k) είναι μεταξύ -π/4 και -3π/4 (rad) τότε γνωρίζουμε ότι ο μπροστινός αισθητήρας «κοιτάει» προς τον «αριστερό τοίχο» τον οποίο έχουμε ονομάσει τοίχο 3. Σε αυτήν την περίπτωση με παρόμοιο συλλογισμό όπως και προηγουμένως μπορούμε να εκτιμήσουμε την συντεταγμένη y του ρομποτικού οχήματος την χρονική στιγμή k+1 με βάση τον τύπο:

  y(k+1) = (sonarF + l4)*cos(π-|θ(κ)|) – y0 ,

  όπου y0 η συντεταγμένη της κορυφής του τετραγώνου ως προς τον άξονα y του world frame η οποία όπως γνωρίζουμε είναι 2m (διαστάσεις τετραγώνου 4x4) και sonarF η τιμή που λαμβάνουμε από το μπροστινό σόναρ.

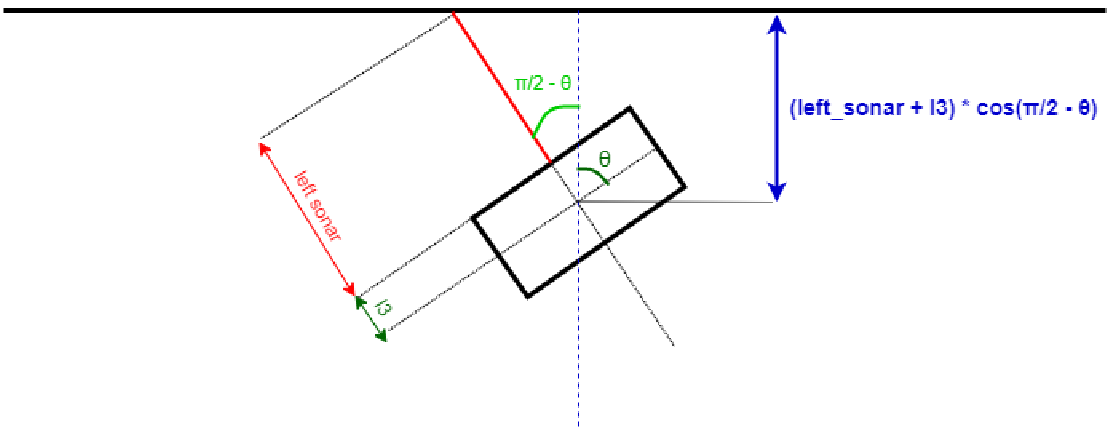
- **Αριστερός αισθητήρας**

  Για τον αριστερό αισθητήρα γνωρίζουμε ότι είναι κάθετος ως προς τον μπροστινό αισθητήρα. Έτσι η γωνία **angle_L(k) = θ(k) – π/2** (μείον γιατί η θετική φορά έχουμε θεωρήσει ότι είναι ωρολογιακή) μας δίνει την πληροφορία σχετικά με τον τοίχο από τον οποίο μετράει την απόσταση το μπροστινό σόναρ. Έτσι:

  - Εαν η γωνία angle_L(k) είναι μεταξύ των -π/4 και π/4 (rad) τότε γνωρίζουμε ότι ο αριστερός αισθητήρας «κοιτάει» προς τον «επάνω τοίχο» τον οποίο έχουμε ονομάσει τοίχο 2. Σε αυτήν την περίπτωση μπορούμε να εκτιμήσουμε την συντεταγμένη x του ρομποτικού οχήματος την χρονική στιγμή k+1 με βάση τον τύπο:

    x(k+1) = x0 – (sonarL + l3)*cos(π/2-|θ(k)|) ,

    όπου x0 η συντεταγμένη της κορυφής του τετραγώνου ως προς τον άξονα x του world frame η οποία όπως γνωρίζουμε είναι 2m (διαστάσεις τετραγώνου 4x4) και sonarL η τιμή που λαμβάνουμε από το αριστερό σόναρ. Η τιμή του (sonarL + l3)*cos(π/2 - |θ(κ)|) ουσιαστικά μας δίνει την απόσταση του κέντρου του κινούμενου ρομπότ από τον επάνω τοίχο και γι αυτό αφαιρείται από το x0 ώστε τελικά να βρούμε την θέση του ρομπότ κατά τον άξονα x του world frame. Ο παραπάνω τύπος όμως γίνεται καλύτερα αντιληπτός με την ακόλουθη εικόνα:



- Εάν η γωνία angle_L(k) είναι μεταξύ π/4 και 3π/4 (rad) τότε γνωρίζουμε ότι ο αριστερός αισθητήρας «κοιτάει» προς τον «δεξιό τοίχο» τον οποίο έχουμε ονομάσει τοίχο 1. Σε αυτήν την περίπτωση με παρόμοιο συλλογισμό όπως και προηγουμένως μπορούμε να εκτιμήσουμε την συντεταγμένη y του ρομποτικού οχήματος την χρονική στιγμή k+1 με βάση τον τύπο:

  $$y(k+1) = y0 - (sonarL + l3)*\sin(|\theta(k)|-\pi/2) ,$$

  όπου y0 η συντεταγμένη της κορυφής του τετραγώνου ως προς τον άξονα y του world frame η οποία όπως γνωρίζουμε είναι 2m (διαστάσεις τετραγώνου 4x4) και sonarL η τιμή που λαμβάνουμε από το αριστερό σόναρ.

- Εάν η γωνία angle_L(k) είναι μεταξύ 3π/4 και π (rad) τότε γνωρίζουμε ότι ο αριστερός αισθητήρας «κοιτάει» προς τον «κάτω τοίχο» τον οποίο έχουμε ονομάσει τοίχο 4. Σε αυτήν την περίπτωση με παρόμοιο συλλογισμό όπως και προηγουμένως μπορούμε να εκτιμήσουμε την συντεταγμένη x του ρομποτικού οχήματος την χρονική στιγμή k+1 με βάση τον τύπο:

  $$x(k+1) = (sonarL + l3)*\cos(|\theta(k)|-\pi/2)-x0 ,$$

  όπου x0 η συντεταγμένη της κορυφής του τετραγώνου ως προς τον άξονα x του world frame η οποία όπως γνωρίζουμε είναι 2m (διαστάσεις τετραγώνου 4x4) και sonarL η τιμή που λαμβάνουμε από το αριστερό σόναρ.

- Τέλος εάν η γωνία angle_L(k) είναι μεταξύ -π/4 και -3π/4 (rad) τότε γνωρίζουμε ότι ο αριστερός αισθητήρας «κοιτάει» προς τον «αριστερό τοίχο» τον οποίο έχουμε ονομάσει τοίχο 3. Σε αυτήν την περίπτωση με παρόμοιο συλλογισμό όπως και προηγουμένως μπορούμε να εκτιμήσουμε την συντεταγμένη y του ρομποτικού οχήματος την χρονική στιγμή k+1 με βάση τον τύπο:

  $$y(k+1) = (sonarL + l3)*\cos(|\theta(\kappa)|) - y0 ,$$

  όπου y0 η συντεταγμένη της κορυφής του τετραγώνου ως προς τον άξονα y του world frame η οποία όπως γνωρίζουμε είναι 2m (διαστάσεις τετραγώνου 4x4) και sonarL η τιμή που λαμβάνουμε από το αριστερό σόναρ.

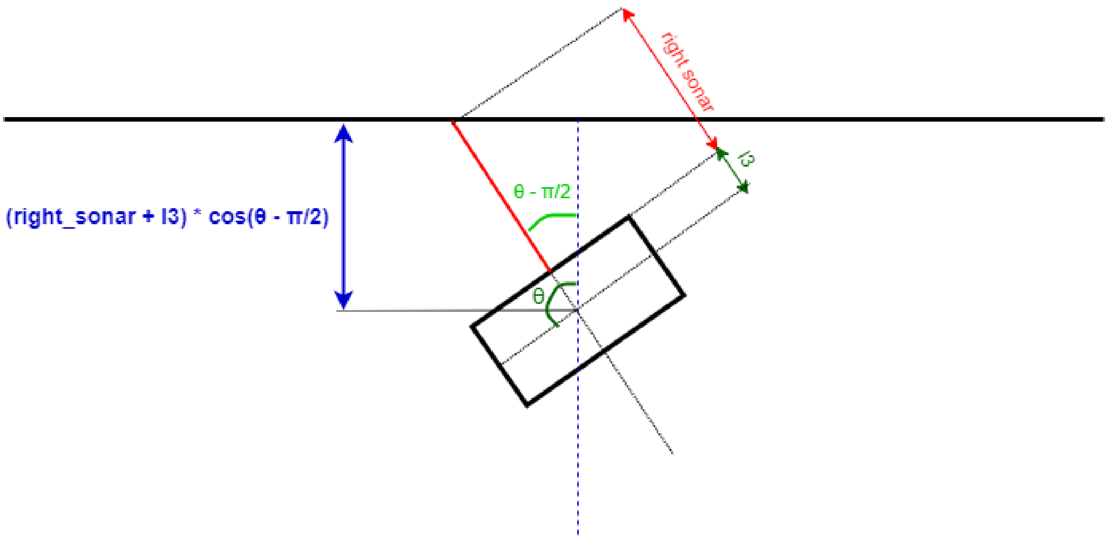
- **Δεξιός αισθητήρας**

  Για τον δεξιό αισθητήρα γνωρίζουμε ότι και αυτός είναι κάθετος ως προς τον μπροστινό αισθητήρα. Έτσι η γωνία **angle_R(k) = θ(k) + π/2** (συν γιατί έχουμε θεωρήσει ότι η θετική φορά είναι ωρολογιακή) μας δίνει την πληροφορία σχετικά με τον τοίχο από τον οποίο μετράει την απόσταση το μπροστινό σόναρ. Έτσι:

  - Εαν η γωνία angle_R(k) είναι μεταξύ των -π/4 και π/4 (rad) τότε γνωρίζουμε ότι ο δεξιός αισθητήρας «κοιτάει» προς τον «επάνω τοίχο» τον οποίο έχουμε ονομάσει τοίχο 2. Σε αυτήν την περίπτωση μπορούμε να εκτιμήσουμε την συντεταγμένη x του ρομποτικού οχήματος την χρονική στιγμή k+1 με βάση τον τύπο:

    x(k+1) = x0 – (sonarR + l3)*cos(|θ(k)|-π/2) ,

    όπου x0 η συντεταγμένη της κορυφής του τετραγώνου ως προς τον άξονα x του world frame η οποία όπως γνωρίζουμε είναι 2m (διαστάσεις τετραγώνου 4x4) και sonarR η τιμή που λαμβάνουμε από το δεξιό σόναρ. Η τιμή του (sonarR + l3)*cos(|θ(κ)|-π/2) ουσιαστικά μας δίνει την απόσταση του κέντρου του κινούμενου ρομπότ από τον επάνω τοίχο και γι αυτό αφαιρείται από το x0 ώστε τελικά να βρούμε την θέση του ρομπότ κατά τον άξονα x του world frame. Ο παραπάνω τύπος όμως γίνεται καλύτερα αντιληπτός με την ακόλουθη εικόνα:



- Εάν η γωνία angle_R(k) είναι μεταξύ π/4 και 3π/4 (rad) τότε γνωρίζουμε ότι ο δεξιός αισθητήρας «κοιτάει» προς τον «δεξιό τοίχο» τον οποίο έχουμε ονομάσει τοίχο 1. Σε αυτήν την περίπτωση με παρόμοιο συλλογισμό όπως και προηγουμένως μπορούμε να εκτιμήσουμε την συντεταγμένη y του ρομποτικού οχήματος την χρονική στιγμή k+1 με βάση τον τύπο:

  $$y(k+1) = y0 - (sonarR + l3)*\sin(\pi/2-|\theta(\kappa)|) ,$$

  όπου y0 η συντεταγμένη της κορυφής του τετραγώνου ως προς τον άξονα y του world frame η οποία όπως γνωρίζουμε είναι 2m (διαστάσεις τετραγώνου 4x4) και sonarR η τιμή που λαμβάνουμε από το δεξιό σόναρ.

- Εάν η γωνία angle_R(k) είναι μεταξύ 3π/4 και π (rad) τότε γνωρίζουμε ότι ο δεξιός αισθητήρας «κοιτάει» προς τον «κάτω τοίχο» τον οποίο έχουμε ονομάσει τοίχο 4. Σε αυτήν την περίπτωση με παρόμοιο συλλογισμό όπως και προηγουμένως μπορούμε να εκτιμήσουμε την συντεταγμένη x του ρομποτικού οχήματος την χρονική στιγμή k+1 με βάση τον τύπο:

  $$x(k+1) = (sonarR + l3)*\cos(\pi/2-|\theta(\kappa)|)-x0 ,$$

  όπου x0 η συντεταγμένη της κορυφής του τετραγώνου ως προς τον άξονα x του world frame η οποία όπως γνωρίζουμε είναι 2m (διαστάσεις τετραγώνου 4x4) και sonarR η τιμή που λαμβάνουμε από το δεξιό σόναρ.

- Τέλος εάν η γωνία angle_R(k) είναι μεταξύ -π/4 και -3π/4 (rad) τότε γνωρίζουμε ότι ο δεξιός αισθητήρας «κοιτάει» προς τον «αριστερό τοίχο» τον οποίο έχουμε ονομάσει τοίχο 3. Σε αυτήν την περίπτωση με παρόμοιο συλλογισμό όπως και προηγουμένως μπορούμε να εκτιμήσουμε την συντεταγμένη y του ρομποτικού οχήματος την χρονική στιγμή k+1 με βάση τον τύπο:

  $$y(k+1) = (sonarR + l3)*\cos(\pi-|\theta(\kappa)|) - y0 ,$$

  όπου y0 η συντεταγμένη της κορυφής του τετραγώνου ως προς τον άξονα y του world frame η οποία όπως γνωρίζουμε είναι 2m (διαστάσεις τετραγώνου 4x4) και sonarR η τιμή που λαμβάνουμε από το δεξιό σόναρ.

- **Μπροστά-Αριστερός (Front-Left) αισθητήρας**

  Για τον μπροστά-αριστερό αισθητήρα ακολουθούμε λίγο διαφορετική λογική. Υπολογίζουμε την γωνία **angle_Fl(k) = θ(k) – φ , όπου φ = arctan^{-1}(l3/l4)** , όπου l3 και l4 διαστάσεις του ρομποτικού οχήματος οι οποίες φαίνονται στο ακόλουθο σχήμα:

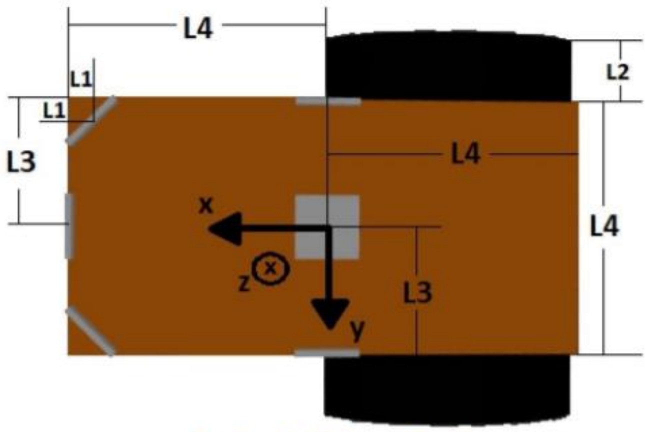
Οι τιμές των μεγεθών είναι:

$L1 = 0.018\ m$

$L2 = 0.05\ m$

$L3 = 0.1\ m$

$L4 = 0.2\ m$



Εικόνα 2 - Scheme Design

-1-

Ουσιαστικά λοιπόν η γωνία φ είναι η γωνία μεταξύ του εμπρόσθιου άξονα κίνησης x του ρομποτικού οχήματος και του ευθύγραμμου τμήματος που ενώνει το κέντρο του ρομπότ με την «πάνω αριστερά» κορυφή στην οποία βρίσκεται και ο front-left sonar. Αφαιρώντας λοιπόν από την γωνία θ(k) την γωνία φ (αφαίρεση γιατί η θετική φορά έχουμε θεωρήσει ότι είναι ωρολογιακή) βρίσκουμε με παρόμοιο τρόπο σε ποιον τοίχο κοιτάει το μπροστά-αριστερό (front-left) σόναρ ως εξής:

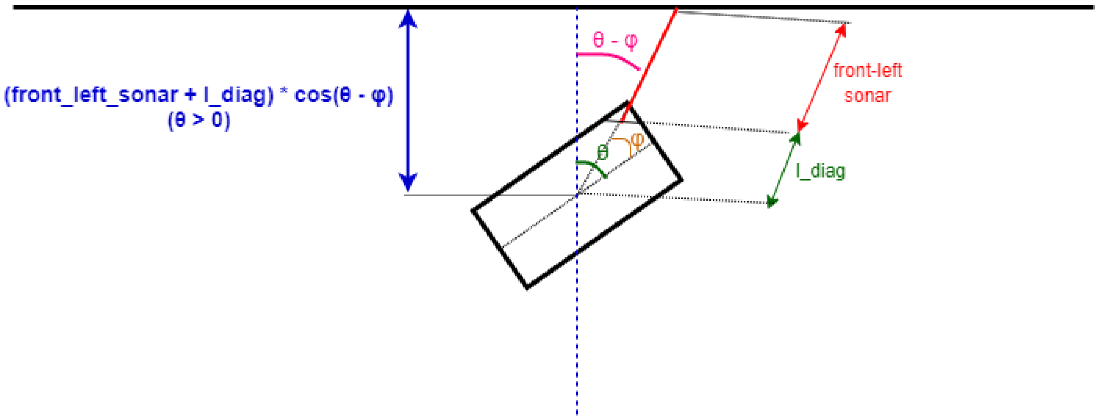
  - Εαν η γωνία angle_FL(k) είναι μεταξύ των -π/4 και π/4 (rad) τότε γνωρίζουμε ότι ο μπροστά-αριστερός αισθητήρας «κοιτάει» προς τον «επάνω τοίχο» τον οποίο έχουμε ονομάσει τοίχο 2. Με βάση αυτό έχουμε τις ακόλουθες δύο υποπεριπτώσεις:

    - Εαν θ(k)>=0 μπορούμε να εκτιμήσουμε την συντεταγμένη x του ρομποτικού οχήματος την χρονική στιγμή k+1 με βάση τον τύπο:

      x(k+1) = x0 – (sonarFL + l_diag)*cos(θ(k)-φ) ,

      όπου x0 η συντεταγμένη της κορυφής του τετραγώνου ως προς τον άξονα x του world frame η οποία όπως γνωρίζουμε είναι 2m (διαστάσεις τετραγώνου 4x4) ,

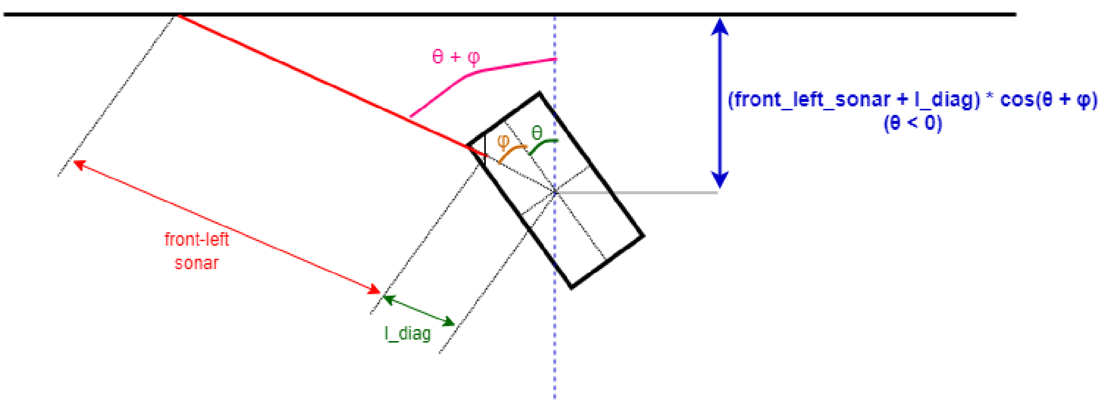
sonarFL η τιμή που λαμβάνουμε από το μπροστά-αριστερό σόναρ και l_diag = $\sqrt{l3^2 + l4^2}$ – l1*cos(π/2-φ). Ο παραπάνω τύπος όμως γίνεται καλύτερα αντιληπτός με την ακόλουθη εικόνα:



- Εαν θ(k)<0 μπορούμε να εκτιμήσουμε την συντεταγμένη x του ρομποτικού οχήματος την χρονική στιγμή k+1 με βάση τον τύπο:

x(k+1) = x0 – (sonarFL + l_diag)*cos(θ(k)+φ) ,

όπου x0 η συντεταγμένη της κορυφής του τετραγώνου ως προς τον άξονα x του world frame η οποία όπως γνωρίζουμε είναι 2m (διαστάσεις τετραγώνου 4x4) , sonarFL η τιμή που λαμβάνουμε από το μπροστά-αριστερό σόναρ και l_diag = $\sqrt{l3^2 + l4^2}$ – l1*cos(π/2-φ). Ο παραπάνω τύπος όμως γίνεται καλύτερα αντιληπτός με την ακόλουθη εικόνα:



- Εάν η γωνία angle_FL(k) είναι μεταξύ π/4 και 3π/4 (rad) τότε γνωρίζουμε ότι ο μπροστά-αριστερός αισθητήρας «κοιτάει» προς τον «δεξιό τοίχο» τον οποίο έχουμε ονομάσει τοίχο 1. Σε αυτήν την περίπτωση με παρόμοιο συλλογισμό όπως και προηγουμένως μπορούμε να εκτιμήσουμε την συντεταγμένη y του ρομποτικού οχήματος την χρονική στιγμή k+1 με βάση τον τύπο:

  y(k+1) = y0 – (sonarFL + l_diag)*cos(π/2-θ(k)+φ) ,

  όπου y0 η συντεταγμένη της κορυφής του τετραγώνου ως προς τον άξονα y του world frame η οποία όπως γνωρίζουμε είναι 2m (διαστάσεις τετραγώνου 4x4) , sonarFL η τιμή που λαμβάνουμε από το μπροστά- αριστερό σόναρ και l_diag = $\sqrt{l3^2 + l4^2}$ – l1*cos(π/2-φ).

- Εάν η γωνία angle_FL(k) είναι μεταξύ 3π/4 και π (rad) τότε γνωρίζουμε ότι ο μπροστά-αριστερός αισθητήρας «κοιτάει» προς τον «κάτω τοίχο» τον οποίο έχουμε ονομάσει τοίχο 3. Με βάση αυτό έχουμε τις ακόλουθες δύο υποπεριπτώσεις:

  - Εαν θ(k)>=0 μπορούμε να εκτιμήσουμε την συντεταγμένη x του ρομποτικού οχήματος την χρονική στιγμή k+1 με βάση τον τύπο:

    x(k+1) = (sonarFL + l_diag)*cos(π-θ(k)+φ)-x0 ,

    όπου x0 η συντεταγμένη της κορυφής του τετραγώνου ως προς τον άξονα x του world frame η οποία όπως γνωρίζουμε είναι 2m (διαστάσεις τετραγώνου 4x4) , sonarFL η τιμή που λαμβάνουμε από το μπροστά-αριστερό σόναρ και l_diag = $\sqrt{l3^2 + l4^2}$ – l1*cos(π/2-φ).

  - Εαν θ(k)<0 μπορούμε να εκτιμήσουμε την συντεταγμένη x του ρομποτικού οχήματος την χρονική στιγμή k+1 με βάση τον τύπο:

    x(k+1) = (sonarFL + l_diag)*cos(π-θ(k)-φ)-x0 ,

    όπου x0 η συντεταγμένη της κορυφής του τετραγώνου ως προς τον άξονα x του world frame η οποία όπως γνωρίζουμε είναι 2m (διαστάσεις τετραγώνου 4x4) ,

sonarFL η τιμή που λαμβάνουμε από το μπροστά-αριστερό σόναρ και l_diag = $\sqrt{l3^2 + l4^2}$ – l1*cos(π/2-φ).

- Τέλος εάν η γωνία angle_FL(k) είναι μεταξύ -3π/4 και -π/4 (rad) τότε γνωρίζουμε ότι ο μπροστά-αριστερός αισθητήρας «κοιτάει» προς τον «κάτω τοίχο» τον οποίο έχουμε ονομάσει τοίχο 4. Σε αυτήν την περίπτωση με παρόμοιο συλλογισμό όπως και προηγουμένως μπορούμε να εκτιμήσουμε την συντεταγμένη y του ρομποτικού οχήματος την χρονική στιγμή k+1 με βάση τον τύπο:

  y(k+1) = (sonarFL + l_diag)*cos(π/2-θ(k)-φ)-y0 ,

  όπου y0 η συντεταγμένη της κορυφής του τετραγώνου ως προς τον άξονα y του world frame η οποία όπως γνωρίζουμε είναι 2m (διαστάσεις τετραγώνου 4x4) , sonarFL η τιμή που λαμβάνουμε από το μπροστά- αριστερό σόναρ και l_diag = $\sqrt{l3^2 + l4^2}$ – l1*cos(π/2-φ).

Μπροστά-Δεξιός (Front-Right) αισθητήρας

Για τον μπροστά-δεξιό αισθητήρα ακολουθούμε λίγο διαφορετική λογική. Υπολογίζουμε την γωνία **angle_FR(k) = θ(k) + φ , όπου φ = arctan^{-1}(l3/l4)** , όπου l3 και l4 διαστάσεις του ρομποτικού οχήματος οι οποίες φαίνονται στο ακόλουθο σχήμα:

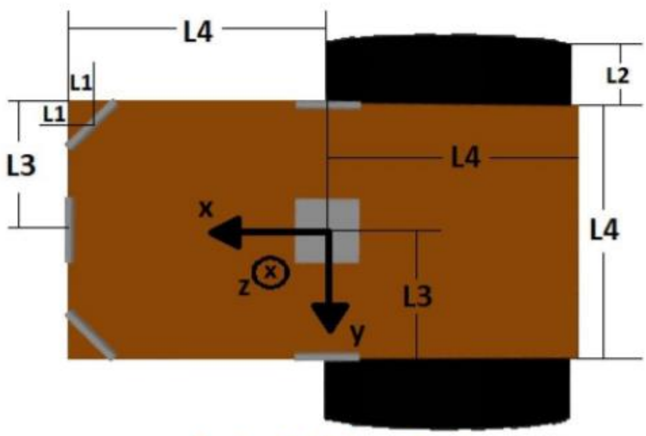
Οι τιμές των μεγεθών είναι:

$L1 = 0.018\ m$

$L2 = 0.05\ m$

$L3 = 0.1\ m$

$L4 = 0.2\ m$



Εικόνα 2 - Scheme Design

Ουσιαστικά λοιπόν η γωνία φ είναι η γωνία μεταξύ του εμπρόσθιου άξονα κίνησης x του ρομποτικού οχήματος και του ευθύγραμμου τμήματος που ενώνει το κέντρο του ρομπότ με την «πάνω δεξιά» κορυφή στην οποία βρίσκεται και ο front-right sonar. Προσθέτοντας λοιπόν στην γωνία θ(k) την γωνία φ (πρόσθεση γιατί η θετική φορά έχουμε θεωρήσει ότι είναι ωρολογιακή) βρίσκουμε με παρόμοιο τρόπο σε ποιον τοίχο κοιτάει το μπροστά-δεξιό (front-right) σόναρ ως εξής:

- Εαν η γωνία angle_FR(k) είναι μεταξύ των -π/4 και π/4 (rad) τότε γνωρίζουμε ότι ο μπροστά-δεξιός αισθητήρας «κοιτάει» προς τον «επάνω τοίχο» τον οποίο έχουμε ονομάσει τοίχο 2. Με βάση αυτό έχουμε τις ακόλουθες δύο υποπεριπτώσεις:

    - Εαν θ(k)>=0 μπορούμε να εκτιμήσουμε την συντεταγμένη x του ρομποτικού οχήματος την χρονική στιγμή k+1 με βάση τον τύπο:

      x(k+1) = x0 – (sonarFR+ l_diag)*cos(θ(k)+φ) ,

      όπου x0 η συντεταγμένη της κορυφής του τετραγώνου ως προς τον άξονα x του world frame η οποία όπως γνωρίζουμε είναι 2m (διαστάσεις τετραγώνου 4x4) , sonarFR η τιμή που λαμβάνουμε από το μπροστά-αριστερό σόναρ και l_diag = $\sqrt{l3^2 + l4^2}$ – l1*cos(π/2-φ).

    - Εαν θ(k)<0 μπορούμε να εκτιμήσουμε την συντεταγμένη x του ρομποτικού οχήματος την χρονική στιγμή k+1 με βάση τον τύπο:

      x(k+1) = x0 – (sonarFR + l_diag)*cos(θ(k)-φ) ,

      όπου x0 η συντεταγμένη της κορυφής του τετραγώνου ως προς τον άξονα x του world frame η οποία όπως γνωρίζουμε είναι 2m (διαστάσεις τετραγώνου 4x4) , sonarFR η τιμή που λαμβάνουμε από το μπροστά-αριστερό σόναρ και l_diag = $\sqrt{l3^2 + l4^2}$ – l1*cos(π/2-φ). Ο παραπάνω τύπος όμως γίνεται καλύτερα αντιληπτός με την ακόλουθη εικόνα:

- Εάν η γωνία angle_FR(k) είναι μεταξύ π/4 και 3π/4 (rad) τότε γνωρίζουμε ότι ο μπροστά-δεξιός αισθητήρας «κοιτάει» προς τον «δεξιό τοίχο» τον οποίο έχουμε ονομάσει τοίχο 1. Σε αυτήν την περίπτωση με παρόμοιο συλλογισμό όπως και προηγουμένως μπορούμε να εκτιμήσουμε την συντεταγμένη y του ρομποτικού οχήματος την χρονική στιγμή k+1 με βάση τον τύπο:

  y(k+1) = y0 – (sonarFR + l_diag)*cos(π/2-θ(k)-φ) ,

  όπου y0 η συντεταγμένη της κορυφής του τετραγώνου ως προς τον άξονα y του world frame η οποία όπως γνωρίζουμε είναι 2m (διαστάσεις τετραγώνου 4x4) , sonarFR η τιμή που λαμβάνουμε από το μπροστά- αριστερό σόναρ και l_diag = $\sqrt{l3^2 + l4^2}$ – l1*cos(π/2-φ).

- Εάν η γωνία angle_FR(k) είναι μεταξύ 3π/4 και π (rad) τότε γνωρίζουμε ότι ο μπροστά-δεξιός αισθητήρας «κοιτάει» προς τον «κάτω τοίχο» τον οποίο έχουμε ονομάσει τοίχο 3. Με βάση αυτό έχουμε τις ακόλουθες δύο υποπεριπτώσεις:

  - Εαν θ(k)>=0 μπορούμε να εκτιμήσουμε την συντεταγμένη x του ρομποτικού οχήματος την χρονική στιγμή k+1 με βάση τον τύπο:

    x(k+1) = (sonarFR + l_diag)*cos(π-θ(k)-φ)-x0 ,

    όπου x0 η συντεταγμένη της κορυφής του τετραγώνου ως προς τον άξονα x του world frame η οποία όπως γνωρίζουμε είναι 2m (διαστάσεις τετραγώνου 4x4) , sonarFR η τιμή που λαμβάνουμε από το μπροστά-αριστερό σόναρ και l_diag = $\sqrt{l3^2 + l4^2}$ – l1*cos(π/2-φ).

  - Εαν θ(k)<0 μπορούμε να εκτιμήσουμε την συντεταγμένη x του ρομποτικού οχήματος την χρονική στιγμή k+1 με βάση τον τύπο:

    x(k+1) = (sonarFR + l_diag)*cos(π-θ(k)+φ)-x0 ,

    όπου x0 η συντεταγμένη της κορυφής του τετραγώνου ως προς τον άξονα x του world frame η οποία όπως γνωρίζουμε είναι 2m (διαστάσεις τετραγώνου 4x4) ,

sonarFR η τιμή που λαμβάνουμε από το μπροστά-αριστερό σόναρ και l_diag = $\sqrt{l3^2 + l4^2}$ – l1*cos(π/2-φ).

- Τέλος εάν η γωνία angle_FR(k) είναι μεταξύ -3π/4 και -π/4 (rad) τότε γνωρίζουμε ότι ο μπροστά-δεξιός αισθητήρας «κοιτάει» προς τον «κάτω τοίχο» τον οποίο έχουμε ονομάσει τοίχο 4. Σε αυτήν την περίπτωση με παρόμοιο συλλογισμό όπως και προηγουμένως μπορούμε να εκτιμήσουμε την συντεταγμένη y του ρομποτικού οχήματος την χρονική στιγμή k+1 με βάση τον τύπο:

  y(k+1) = (sonarFR + l_diag)*cos(π/2-θ(k)+φ)-y0 ,

  όπου y0 η συντεταγμένη της κορυφής του τετραγώνου ως προς τον άξονα y του world frame η οποία όπως γνωρίζουμε είναι 2m (διαστάσεις τετραγώνου 4x4) , sonarFR η τιμή που λαμβάνουμε από το μπροστά- αριστερό σόναρ και l_diag = $\sqrt{l3^2 + l4^2}$ – l1*cos(π/2-φ).

3. Εφόσον έχουμε συγκεντρώσει για το χρονικό βήμα k+1 τις εκτιμήσεις των συντεταγμένων x,y από τον κάθε έναν αισθητήρα αισθητήρες ,με τον τρόπο που αναλύσαμε στα προηγούμενα 2 βήματα, βρίσκουμε πλέον την μέση τιμή των παραπάνω μετρήσεων ξεχωριστά για την κάθε συντεταγμένη ώστε να συμμείξουμε (fuse) τις παραπάνω μετρήσεις. Για τον σκοπό αυτό σε κάθε χρονικό βήμα κρατάμε το πλήθος των μετρήσεων για κάθε μία από τις δύο συντεταγμένες που μας έδωσαν οι αισθητήρες. Το πλήθος αυτό ενδέχεται να διαφέρει ανάλογα με το ποιοι αισθητήρες είναι αξιόπιστοι (απόσταση μικρότερη από 2m) αλλά και με την θέση του ρομποτικού οχήματος καθώς όπως είδαμε ένας αισθητήρας μπορεί να μας δώσει μέτρηση τόσο στον x όσο και στον y ανάλογα με το σε ποιον τοίχο «κοιτάει».

Η εκτίμηση με βάση τις μετρήσεις της γωνίας θ(κ+1) δίνεται πολύ εύκολα από την γωνία ως προς τον άξονα z που μας δίνει ο IMU.

Οι μετρήσεις δεν μπορούν να μας δώσουν μέτρηση της γραμμικής ταχύτητας του κινούμενου οχήματος και γι αυτό δεν μπορούμε να πάρουμε κάποια νέα πληροφορία ως προς αυτό το μέγεθος.

Έχοντας συγκεντρώσει λοιπόν ,με βάση τις μετρήσεις των αισθητήρων, πληροφορία τόσο για τις συντεταγμένες x,y όσο και για την γωνία θ στο χρονικό βήμα k+1 προχωράμε στο τελευταίο βήμα του αλγορίθμου ο οποίος συνθέτει τις προβλέψεις από το μοντέλο κίνησης αλλά και τις μετρήσεις από τους αισθητήρες ώστε να λάβει μία τελική ανανεωμένη εκτίμηση των μεταβλητών κατάστασης στο χρονικό βήμα k+1

Τελικό Βήμα σύνθεσης των προβλέψεων από το μοντέλο κίνησης και των μετρήσεων από τους αισθητήρες.

Στο συγκεκριμένο βήμα αρχικά υπολογίζουμε το βέλτιστο κέρδος K του Επεκταμένου Φίλτρου Kalman που υλοποιήσαμε με βάση τον τύπο:

$$\mathbf{K_{k+1} = P(k+1|k)H^T[HP(k+1|k)H^T+R],}$$

Όπου:

P(k+1|k) η μήτρα διακύμανσης που υπολογίσαμε στο πρώτο βήμα του αλγορίθμου

$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, μοναδιαίος πίνακας

$R = \begin{bmatrix} 0.01^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.002^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.002^2 \end{bmatrix}$ ο θόρυβος των μετρήσεων

Έπειτα υπολογίζουμε την νέα ανανεωμένη και τελική εκτίμηση του διανύσματος κατάστασης X την χρονική στιγμή k+1 με βάση τον τύπο:

$$\mathbf{X(k+1) = X(k+1|K) + K_{k+1}[X'(K+1) - HX(K+1|K)]}$$

Όπου:

X(k+1|k) οι προβλέψεις για τα μεγέθη κατάστασης που υπολογίσαμε στο πρώτο βήμα του αλγορίθμου

X'(k+1) οι εκτιμήσεις για τα μεγέθη κατάστασης που υπολογίσαμε στο δεύτερο βήμα του αλγορίθμου από τις μετρήσεις που λάβαμε από τους αισθητήρες

K_{k+1} το βέλτιστο κέρδος του φίλτρου που υπολογίσαμε στην αρχή του βήματος αυτού

X(k+1) η τελική εκτίμηση των μεγεθών κατάστασης για το χρονικό βήμα k+1

Τέλος υπολογίζουμε και την νέα ανανεωμένη μήτρα διακύμανσης P(k+1) με βάση τον τύπο:

$$\mathbf{P(k+1) = [I-K_{k+1}H]P(k+1|k)}$$

Β. Προσομοίωση

Το πακέτο που δημιουργήθηκε για τις ανάγκες της άσκησης ονομάζεται localization. Το πακέτο αυτό διαθέτει δύο φακέλους. Ο πρώτος ονομάζεται launch και μέσα βρίσκεται ένα localization.launch αρχείο το οποίο εκκινεί το πρόγραμμα μας. Μέσα στον φάκελο src βρίσκεται το αρχείο localization.py το οποίο υλοποιεί το Επεκταμένου φίλτρο Kalman που ζητείται από την άσκηση. Προκειμένου να εκτελεστεί σωστά η προσομοίωση εκτελούμε τις ακόλουθες εντολές:

1. **Σε ένα terminal εκτελούμε την εντολή roslaunch mymobibot_gazebo mymobibot_world_loc.launch** προκειμένου να τρέξει η αρχική προσομοίωση.

2. **Σε ένα δεύτερο terminal εκτελούμε την εντολή roslaunch robo2_mobile random_walk.launch** προκειμένου το ρομπότ να αρχίσει την τυχαία περιπλάνηση του όπως περιγράφτηκε στην αρχή της αναφοράς.

3. **Σε ένα τρίτο terminal εκτελούμε την εντολή roslaunch localization localization.launch** προκειμένου να τρέξει το ζητούμενο της άσκησης που είναι η εκτίμηση της θέσης και του προσανατολισμού του ρομπότ με βάση το EKF.

Κατά την διάρκεια εκτέλεσης της προσομοίωσης κάποια χρονική στιγμή θα εμφανισθούν ορισμένα διαγράμματα που καταγράφουν την πορεία του ρομπότ με βάση την υλοποίηση του Επεκταμένου φίλτρου Kalman. Προκειμένου να συνεχίσεται να βλέπετε τα αποτελέσματα του φίλτρου μπορείτε να πατήσετε το εικονίδιο του “x” στα διαγράμματα που θα εμφανισθούν.

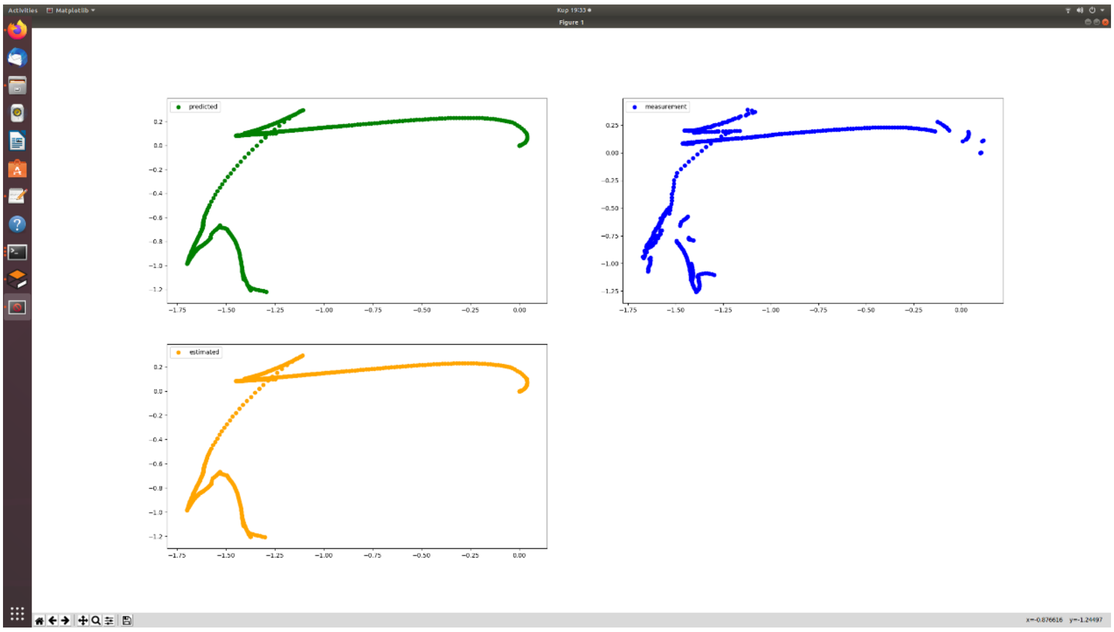
Σημείωση

Υπενθυμίζουμε ότι ο αρχικός προσανατολισμός του οχήματος μας είναι στις 8modπ μοίρες με βάση τον αριθμό μητρώου μας οπότε χρειάζεται να γίνει και η απαραίτητη αλλαγή στο αρχείο που καθορίζει τον αρχικό προσανατολισμό (η συγκεκριμένη γωνία βέβαια θεωρείται αρνητική στο Kalman φίλτρο που έχουμε υλοποιήσει καθώς θεωρούμε ότι η θετική φορά είναι ωρολογιακή σε αντίθεση με το αρχείο που καθορίζει τον αρχικό προσανατολισμό).

Διαγράμματα

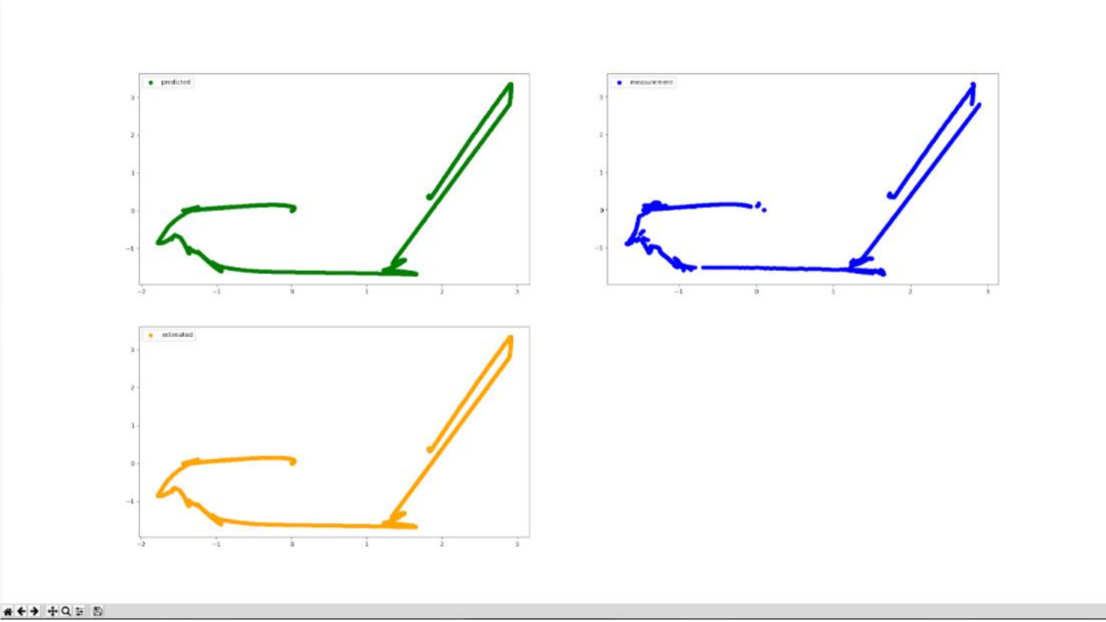
Στην συνέχεια δείχνουμε γραφικές παραστάσεις της κίνησης που πραγματοποίησε το ρομπότ πάνω στο επίπεδο xy η οποία καταγράφεται από το Επεκταμένο φίλτρο Kalman ενώ παράλληλα δείχνουμε και το τι θα καταγραφόταν αν επιλέγαμε να κρατάμε μόνο τα αποτελέσματα του βήματος πρόβλεψης (prediction) καθώς και τα αποτελέσματα των μετρήσεων (measurement):

Κίνηση για 10sec:



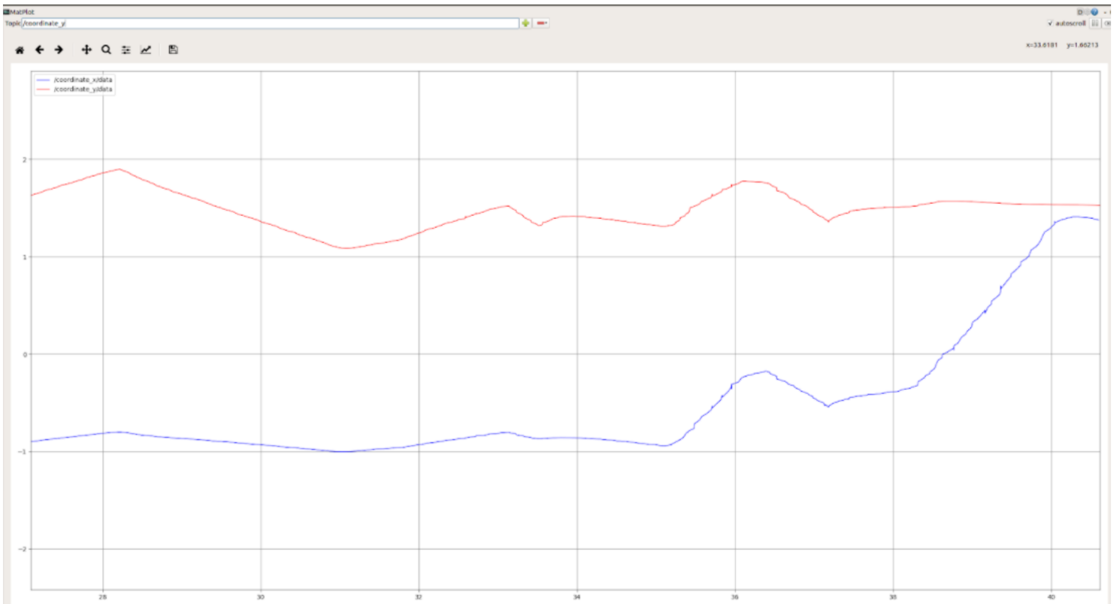
Το επίπεδο κίνησης είναι το επίπεδο xy όπου ο κατακόρυφος άξονας αντιπροσοπεύει τον x ενώ ο οριζόντιος τον y. Με πορτοκαλί χρώμα είναι η πορεία που κατέγραψε το φίλτρο ενώ με πράσινο η πορεία που θα καταγραφόταν αν χρησιμοποιούσαμε μόνο το prediction. Αντίστοιχα με μπλε η πορεία που θα καταγραφόταν αν χρησιμοποιούσαμε μόνο τις μετρήσεις από τους sensors.

Κίνηση για 100sec:



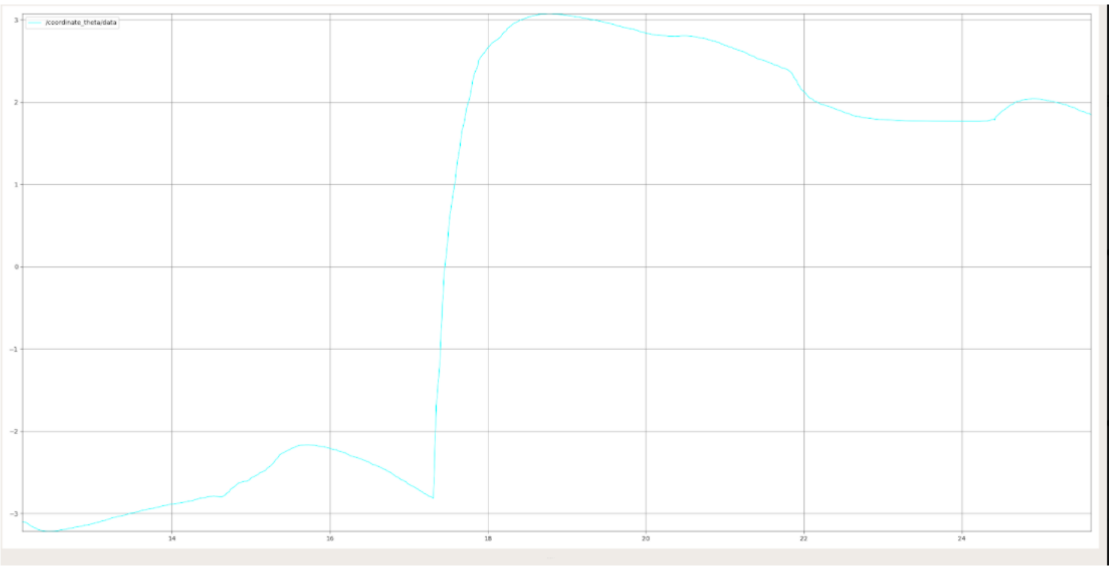
Τα χρώματα έχουν την ίδια αντιστοιχία που περιγράφτηκε προηγουμένως.

Στην συνέχεια παραθέτουμε ένα στιγμιότυπο της μεταβολής των συντεταγμένων x,y του ρομποτικού οχήματος μέσα σε ένα μικρό χρονικό διάστημα όπως καταγράφεται από το Επεκταμένο Φίλτρο Kalman:



Παρατηρούμε ότι οι τιμές κυμαίνονται στο διάστημα [-2,2] γεγονός που επαληθεύει τις διαστάσεις του χώρου κίνησης τον οποίο γνωρίζουμε. Με μπλε χρώμα φαίνεται η μεταβολή της συντεταγμένης x ενώ με κόκκινο χρώμα η μεταβολή της συντεταγμένης y στο συγκεκριμένο χρονικό διάστημα.

Στην συνέχεια φαίνεται η μεταβολή της γωνίας θ όπως αυτής υπολογίζεται από το επεκταμένο φίλτρο Kalman σε ένα χρονικό διάστημα όπου το ρομπότ εκτελεί μία περιστροφή:



Παρατηρούμε ότι η μεταβολή της γωνίας κυμαίνεται όντως μέσα στο διάστημα [-π,π].