Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο  
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών

Τεχνητή Νοημοσύνη: Άσκηση 2

Διονύσης Ζήνδρος (03106601)

# Ζήτημα πρώτο

1. X / α, Y / c, Z / c
2. Είναι αδύνατη η ενοποίηση διότι θα πρέπει X = α = β, όμως δεν γνωρίζουμε αν α = β.
3. X / Bill, Y / c, και δίνουμε τέτοια ερμηνεία στη συνάρτηση farther ώστε father( Bill ) = c.
4. X / David, Y / George, και δίνουμε τέτοια ερμηνεία στη συνάρτηση father ώστε father( David ) = George.

# Ζήτημα δεύτερο

(α)

Η πρόταση ∃ x ∀ y R( x, y ) συνεπάγεται την ∀ y ∃ x R( x, y ). Πράγματι, για εκείνο το x που υπάρχει και ισχύει η πρώτη πρόταση, ισχύει και η δεύτερη. Αυτό φαίνεται εύκολα από το γεγονός ότι στην πρώτη πρόταση, η ύπαρξη του x μπορεί να αντικατασταθεί από μία σταθερά Skolem c που δεν εξαρτάται από τίποτα, ενώ στη δεύτερη πρόταση, η ύπαρξη του x μπορεί να αντικατασταθεί από μία συνάρτηση Skolem f( y ) που εξαρτάται από μία μεταβλητή (την y) την οποία μπορούμε να αγνοήσουμε.

Αντίθετα, αν γνωρίζουμε ότι ισχύει η δεύτερη πρόταση, ενδέχεται η συναρτηση Skolem f( y ) να εξαρτάται από το y και να μην μπορεί να αντικατασταθεί από σταθερά. Πραγματικά, ένα τέτοιο αντιπαράδειγμα υπάρχει στους φυσικούς αριθμούς:

Κάθε αριθμός έχει αντίθετο:

∀ y ∃ x ( x = -y )

Όμως δεν υπάρχει ένας αριθμός που να είναι αντίθετος όλων:

¬( ∃ x ∀ y ( x = -y ) )

(β)

Η αρχική λογική πρόταση είναι η:

∃ x ∀ y ∀ z ( ( P( y ) ⇒ Q( z ) ) ⇒ ( P( x ) ⇒ Q( x ) )

Εισάγοντας τη σταθερά Skolem c και απελευθερώνοντας τις μεταβλητές x, y έχουμε την πρόταση δίχως ποσοδείκτες:

( P( y ) ⇒ Q( z ) ) ⇒ ( P( c ) ⇒ Q( c ) )

Στη συνέχεια εφαρμόζοντας τον ορισμό της συνεπαγωγής έχουμε:

( Q( z ) ∨ ¬ P( y ) ) ⇒ ( Q( c ) ∨ ¬ P( c ) )

Q( c ) ∨ ¬ P( c ) ∨ ¬( Q( z ) ∨ ¬ P( y ) )

Έπειτα εργαζόμενοι με το νόμο του DeMorgan παίρνουμε:

( Q( c ) ∨ ¬ P( c ) ) ∨ ( ¬ Q( z ) ∧ P( y ) )

Τέλος, εφαρμόζοντας επιμεριστική ιδιότητα παίρνουμε:

( Q( c ) ∨ ¬ P( c ) ∨ ¬ Q( z ) ) ∧ ( Q( c ) ∨ ¬ P( c ) ∨ P( y ) )

Η πρόταση είναι τώρα σε conjunctive normal form:

{ [ Q( c ), ¬P( c ), ¬Q( z ) ], [ Q( c ), ¬P( c ), P( y ) ] }

Στη συνέχεια, εξετάζουμε τις πιθανές περιπτώσεις ερμηνείας με τον αλγόριθμο της ανάλυσης. Έστω ότι είναι P( y ). Τότε μέσω της ερμηνείας c / z έχουμε:

{ [ Q( z ), ¬P( z ), ¬Q( z ) ], [ Q( z ), ¬P( z ), P( y ) ] }

Ο δεύτερος όρος αληθεύει διότι P( y ) και άρα:

{ [ Q( z ), ¬P( z ), ¬Q( z ) ] }

Ο πρώτος όρος αληθεύει διότι Q( z ) v ¬Q( z ) και άρα το αποτέλεσμα θα είναι το κενό σύνολο και η αλήθεια της πρότασης έχει αποδειχθεί.

Έστω, τώρα, ότι ¬P( y ). Τότε μέσω της ερμηνείας c / y έχουμε:

{ [ Q( y ), ¬P( y ), ¬Q( z ) ], [ Q( y ), ¬P( y ), P( y ) ] }

Ο πρώτος όρος, τώρα, αληθεύει, διότι ¬P( y ) και άρα:

{ [ Q( y ), ¬P( y ), P( y ) ] }

Ο δεύτερος όρος αληθεύει διότι P( y ) ∨ ¬P( y ) και άρα το αποτέλεσμα θα είναι το κενό σύνολο και η αλήθεια της πρότασης έχει αποδειχθεί.