

Сгенерированные задачи ЛП и их решения

Задача №1

Функция цели: Найти максимум $-3x_1 - 5x_2 - 2x_3 + 5x_4 + 1x_5$

Ограничения:

$$\begin{aligned}1x_1 - 1x_2 + 0x_3 - 1x_4 + 4x_5 &\leq 5 \\5x_1 - 3x_2 + 1x_3 + 4x_4 + 1x_5 &= 4 \\-2x_1 + 0x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 1x_5 &\geq 3 \\4x_1 - 3x_2 - 1x_3 + 1x_4 + 5x_5 &\leq 3 \\x_i &\geq 0, \quad i = 1, \dots, 5\end{aligned}$$

Оптимальное значение: 0.38

Решение: $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1.36, x_4 = 0.47, x_5 = 0.78$

Шаги двухфазного метода (лог):

Итерация 0

Базис	x1	x2	x3	x4	x5	s1	s2	a1	a2	RHS
s1	1	-1	0	-1	4	1	0	0	0	5
a1	5	-3	1	4	1	0	0	1	0	4
a2	2	0	-3	4	-1	0	0	0	1	-3
s2	4	-3	-1	1	5	0	1	0	0	3
z	-7	3	2	-8	0	0	0	-2	-2	-1

Итерация 1

Базис	x1	x2	x3	x4	x5	s1	s2	a1	a2	RHS
s1	1.50	-1	-0.75	0	3.75	1	0	0	0.25	4.25
a1	3	-3	4	0	2	0	0	1	-1	7
x4	0.50	0	-0.75	1	-0.25	0	0	0	0.25	-0.75
s2	3.50	-3	-0.25	0	5.25	0	1	0	-0.25	3.75
z	-3	3	-4	0	-2	0	0	-2	0	-7

Итерация 2

Базис	x1	x2	x3	x4	x5	s1	s2	a1	a2	RHS
s1	2.06	-1.56	0	0	4.12	1	0	0.19	0.06	5.56
x3	0.75	-0.75	1	0	0.50	0	0	0.25	-0.25	1.75
x4	1.06	-0.56	0	1	0.12	0	0	0.19	0.06	0.56
s2	3.69	-3.19	0	0	5.38	0	1	0.06	-0.31	4.19
z	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0

Итерация 3

Базис	x1	x2	x3	x4	x5	s1	s2	a1	a2	RHS
s1	1	-1	0	-1	4	1	0	0	0	5
x3	-0.67	0	1	-1.33	0.33	0	0	0	-0.33	1
a1	5.67	-3	0	5.33	0.67	0	0	1	0.33	3
s2	3.33	-3	0	-0.33	5.33	0	1	0	-0.33	4
z	5.67	-3	0	5.33	0.67	0	0	0	-0.67	3

Фаза 2:

Итерация 0

Базис	x1	x2	x3	x4	x5	s1	s2	RHS
s1	0	-0.47	0	-1.94	3.88	1	0	4.47
x3	0	-0.35	1	-0.71	0.41	0	0	1.35
x1	1	-0.53	0	0.94	0.12	0	0	0.53
s2	0	-1.24	0	-3.47	4.94	0	1	2.24
z	0	7.29	0	-6.41	-2.18	0	0	-4.29

Итерация 1

Базис	x1	x2	x3	x4	x5	s1	s2	RHS
s1	2.06	-1.56	0	0	4.12	1	0	5.56
x3	0.75	-0.75	1	0	0.50	0	0	1.75
x4	1.06	-0.56	0	1	0.12	0	0	0.56
s2	3.69	-3.19	0	0	5.38	0	1	4.19
z	6.81	3.69	0	0	-1.38	0	0	-0.69

Итерация 2

Базис	x1	x2	x3	x4	x5	s1	s2	RHS
s1	-0.77	0.88	0	0	0	1	-0.77	2.35
x3	0.41	-0.45	1	0	0	0	-0.09	1.36
x4	0.98	-0.49	0	1	0	0	-0.02	0.47
x5	0.69	-0.59	0	0	1	0	0.19	0.78
z	7.76	2.87	0	0	0	0	0.26	0.38

Задача №2

Функция цели: Найти максимум $-5x_1 + 1x_2 - 2x_3 + 4x_4$

Ограничения:

$$3x_1 - 3x_2 + 0x_3 - 1x_4 = 3$$

$$1x_1 - 1x_2 + 1x_3 + 4x_4 \leq 3$$

$$0x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 \geq 2$$

$$1x_1 - 1x_2 - 1x_3 + 5x_4 \leq 3$$

$$1x_1 - 1x_2 - 3x_3 - 3x_4 \leq 1$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, 4$$

Оптимальное значение: -5.79

Решение: $x_1 = 1.54, x_2 = 0.42, x_3 = 0, x_4 = 0.38$

Шаги двухфазного метода (лог):

Итерация 0

Базис	x1	x2	x3	x4	s1	s2	s3	a1	a2	RHS
a1	3	-3	0	-1	0	0	0	1	0	3
s1	1	-1	1	4	1	0	0	0	0	3
a2	0	-3	2	-2	0	0	0	0	1	-2
s2	1	-1	-1	5	0	1	0	0	0	3
s3	1	-1	-3	-3	0	0	1	0	0	1
z	-3	6	-2	3	0	0	0	-2	-2	-1

Итерация 1

Базис	x1	x2	x3	x4	s1	s2	s3	a1	a2	RHS
x1	1	-1	0	-0.33	0	0	0	0.33	0	1
s1	0	0	1	4.33	1	0	0	-0.33	0	2
a2	0	-3	2	-2	0	0	0	0	1	-2
s2	0	0	-1	5.33	0	1	0	-0.33	0	2
s3	0	0	-3	-2.67	0	0	1	-0.33	0	0
z	0	3	-2	2	0	0	0	-1	-2	2

Итерация 2

Базис	x1	x2	x3	x4	s1	s2	s3	a1	a2	RHS
x1	1	-1	0	-0.33	0	0	0	0.33	0	1
s1	0	1.50	0	5.33	1	0	0	-0.33	-0.50	3
x3	0	-1.50	1	-1	0	0	0	0	0.50	-1
s2	0	-1.50	0	4.33	0	1	0	-0.33	0.50	1
s3	0	-4.50	0	-5.67	0	0	1	-0.33	1.50	-3
z	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0

Итерация 3

Базис	x1	x2	x3	x4	s1	s2	s3	a1	a2	RHS
a1	3	-3	0	-1	0	0	0	1	0	3
s1	1	0.50	0	5	1	0	0	0	-0.50	4
x3	0	-1.50	1	-1	0	0	0	0	0.50	-1
s2	1	-2.50	0	4	0	1	0	0	0.50	2
s3	1	-5.50	0	-6	0	0	1	0	1.50	-2
z	3	-3	0	-1	0	0	0	0	-1	3

Итерация 4

Базис	x1	x2	x3	x4	s1	s2	s3	a1	a2	RHS
a1	9	0	0	29	6	0	0	1	-3	27
x2	2	1	0	10	2	0	0	0	-1	8
x3	3	0	1	14	3	0	0	0	-1	11
s2	6	0	0	29	5	1	0	0	-2	22
s3	12	0	0	49	11	0	1	0	-4	42
z	9	0	0	29	6	0	0	0	-4	27

Фаза 2:**Итерация 0**

Базис	x1	x2	x3	x4	s1	s2	s3	RHS
x1	1	0	0	3.22	0.67	0	0	3
x2	0	1	0	3.56	0.67	0	0	2
x3	0	0	1	4.33	1	0	0	2
s2	0	0	0	9.67	1	1	0	4
s3	0	0	0	10.33	3	0	1	6
z	0	0	0	-25.22	-4.67	0	0	-17

Итерация 1

Базис	x1	x2	x3	x4	s1	s2	s3	RHS
x1	1	0	0	0	0.33	-0.33	0	1.67
x2	0	1	0	0	0.30	-0.37	0	0.53
x3	0	0	1	0	0.55	-0.45	0	0.21
x4	0	0	0	1	0.10	0.10	0	0.41
s3	0	0	0	0	1.93	-1.07	1	1.72
z	0	0	0	0	-2.06	2.61	0	-6.56

Итерация 2

Базис	x1	x2	x3	x4	s1	s2	s3	RHS
x1	1	0	-0.60	0	0	-0.06	0	1.54
x2	0	1	-0.54	0	0	-0.13	0	0.42
s1	0	0	1.81	0	1	-0.81	0	0.37
x4	0	0	-0.19	1	0	0.19	0	0.38
s3	0	0	-3.50	0	0	0.50	1	1
z	0	0	3.73	0	0	0.94	0	-5.79

Задача №3

Функция цели: Найти максимум $1x_1 + 2x_2$

Ограничения:

$$\begin{aligned}
 1x_1 + 3x_2 &= 3 \\
 -1x_1 + 4x_2 &\leq 2 \\
 -1x_1 - 1x_2 &\leq 2 \\
 x_i &\geq 0, \quad i = 1, \dots, 2
 \end{aligned}$$

Оптимальное значение: 3

Решение: $x_1 = 3, x_2 = 0$

Шаги двухфазного метода (лог):

Итерация 0

Базис	x1	x2	s1	s2	a1	RHS
a1	1	3	0	0	1	3
s1	-1	4	1	0	0	2
s2	-1	-1	0	1	0	2
z	-1	-3	0	0	-2	-3

Итерация 1

Базис	x1	x2	s1	s2	a1	RHS
a1	1.75	0	-0.75	0	1	1.50
x2	-0.25	1	0.25	0	0	0.50
s2	-1.25	0	0.25	1	0	2.50
z	-1.75	0	0.75	0	-2	-1.50

Итерация 2

Базис	x1	x2	s1	s2	a1	RHS
a1	1.75	0	-0.75	0	1	1.50
x2	-0.25	1	0.25	0	0	0.50
s2	-1.25	0	0.25	1	0	2.50
z	1.75	0	-0.75	0	0	1.50

Итерация 3

Базис	x1	x2	s1	s2	a1	RHS
a1	1	3	0	0	1	3
s1	-1	4	1	0	0	2
s2	-1	-1	0	1	0	2
z	1	3	0	0	0	3

Задача №4

Функция цели: Найти максимум $-1x_1 - 5x_2 - 3x_3 - 3x_4$

Ограничения:

$$-5x_1 - 5x_2 + 5x_3 + 4x_4 \leq 4$$

$$3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 4x_4 \leq 4$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, 4$$

Оптимальное значение: 0

Решение: $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0$

Шаги двухфазного метода (лог):

Итерация 0

Базис	x1	x2	x3	x4	s1	s2	RHS
s1	-5	-5	5	4	1	0	4
s2	3	-2	2	-4	0	1	4
z	0	0	0	0	0	0	0

Задача №5

Функция цели: Найти максимум $1x_1 - 2x_2 + 4x_3 + 1x_4 + 5x_5$

Ограничения:

$$3x_1 + 4x_2 + 1x_3 + 0x_4 + 3x_5 = 4$$

$$-5x_1 - 1x_2 + 2x_3 + 1x_4 - 3x_5 \leq 3$$

$$3x_1 + 4x_2 + 0x_3 + 3x_4 + 2x_5 \leq 3$$

$$-5x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 2$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, 5$$

Оптимальное значение: 9.80

Решение: $x_1 = 0.60, x_2 = 0, x_3 = 2.20, x_4 = 0.40, x_5 = 0$

Шаги двухфазного метода (лог):

Итерация 0

Базис	x1	x2	x3	x4	x5	s1	s2	a1	a2	RHS
a1	3	4	1	0	3	0	0	1	0	4
s1	-5	-1	2	1	-3	1	0	0	0	3
s2	3	4	0	3	2	0	1	0	0	3
a2	-5	-2	3	-4	3	0	0	0	1	2
z	2	-2	-4	4	-6	0	0	-2	-2	-6

Итерация 1

Базис	x1	x2	x3	x4	x5	s1	s2	a1	a2	RHS
a1	8	6	-2	4	0	0	0	1	-1	2
s1	-10	-3	5	-3	0	1	0	0	1	5
s2	6.33	5.33	-2	5.67	0	0	1	0	-0.67	1.67
x5	-1.67	-0.67	1	-1.33	1	0	0	0	0.33	0.67
z	-8	-6	2	-4	0	0	0	-2	0	-2

Итерация 2

Базис	x1	x2	x3	x4	x5	s1	s2	a1	a2	RHS
x1	1	0.75	-0.25	0.50	0	0	0	0.12	-0.12	0.25
s1	0	4.50	2.50	2	0	1	0	1.25	-0.25	7.50
s2	0	0.58	-0.42	2.50	0	0	1	-0.79	0.13	0.08
x5	0	0.58	0.58	-0.50	1	0	0	0.21	0.12	1.08
z	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0

Итерация 3

Базис	x1	x2	x3	x4	x5	s1	s2	a1	a2	RHS
a1	8	6	-2	4	0	0	0	1	-1	2
s1	-10	-3	5	-3	0	1	0	0	1	5
s2	6.33	5.33	-2	5.67	0	0	1	0	-0.67	1.67
x5	-1.67	-0.67	1	-1.33	1	0	0	0	0.33	0.67
z	8	6	-2	4	0	0	0	0	-2	2

Итерация 4

Базис	x1	x2	x3	x4	x5	s1	s2	a1	a2	RHS
a1	4.67	4.67	0	1.33	2	0	0	1	-0.33	3.33
s1	-1.67	0.33	0	3.67	-5	1	0	0	-0.67	1.67
s2	3	4	0	3	2	0	1	0	0	3
x3	-1.67	-0.67	1	-1.33	1	0	0	0	0.33	0.67
z	4.67	4.67	0	1.33	2	0	0	0	-1.33	3.33

Итерация 5

Базис	x1	x2	x3	x4	x5	s1	s2	a1	a2	RHS
a1	3	4	1	0	3	0	0	1	0	4
s1	-5	-1	2	1	-3	1	0	0	0	3
s2	3	4	0	3	2	0	1	0	0	3
a2	-5	-2	3	-4	3	0	0	0	1	2
z	-2	2	4	-4	6	0	0	0	0	6

Итерация 6

Базис	x1	x2	x3	x4	x5	s1	s2	a1	a2	RHS
a1	3	4	1	0	3	0	0	1	0	4
s1	-6	-2.33	2	0	-3.67	1	-0.33	0	0	2
x4	1	1.33	0	1	0.67	0	0.33	0	0	1
a2	-1	3.33	3	0	5.67	0	1.33	0	1	6
z	2	7.33	4	0	8.67	0	1.33	0	0	10

Фаза 2:

Итерация 0

Базис	x1	x2	x3	x4	x5	s1	s2	RHS
x1	1	0	-0.62	0	-0.90	0	-0.38	-0.76
s1	0	0	-0.05	0	-5.76	1	-1.95	1.10
x4	0	0	-0.33	1	-0.33	0	0.33	-0.33
x2	0	1	0.71	0	1.43	0	0.29	1.57
z	0	0	-6.38	0	-9.10	0	-0.62	-4.24

Итерация 1

Базис	x1	x2	x3	x4	x5	s1	s2	RHS
x1	1	0.63	-0.17	0	0	0	-0.20	0.23
s1	0	4.03	2.83	0	0	1	-0.80	7.43
x4	0	0.23	-0.17	1	0	0	0.40	0.03
x5	0	0.70	0.50	0	1	0	0.20	1.10
z	0	6.37	-1.83	0	0	0	1.20	5.77

Итерация 2

Базис	x1	x2	x3	x4	x5	s1	s2	RHS
x1	1	0.87	0	0	0.33	0	-0.13	0.60
s1	0	0.07	0	0	-5.67	1	-1.93	1.20
x4	0	0.47	0	1	0.33	0	0.47	0.40
x3	0	1.40	1	0	2	0	0.40	2.20
z	0	8.93	0	0	3.67	0	1.93	9.80