

# **LAPORAN PRAKTIKUM 5**

## **Analisis algoritma**



**Disusun oleh :**

**Difa Bagasputra Maulana  
140810180057**

**PROGRAM STUDI S1 TEKNIK INFORMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS PADJADJARAN  
2020**

## Studi Kasus (Lanjutan)

### Studi Kasus 5 : Mencari Pasangan Titik Terdekat (Closest Pair of Points)

Tugas:

- 1) Buatlah program untuk menyelesaikan problem closest pair of points menggunakan algoritma divide & conquer yang diberikan. Gunakan bahasa C++

```
/*
Nama      : Difa Bagasputra Maulana
NPM       : 140810180057
Kelas    : A
Program   : Closest Pair of Points
*/

#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;

class Point
{
public:
    int x, y;
};

int compareX(const void* a, const void* b)
{
    Point *p1 = (Point *)a, *p2 = (Point *)b;
    return (p1->x - p2->x);
}

int compareY(const void* a, const void* b)
{
    Point *p1 = (Point *)a, *p2 = (Point *)b;
    return (p1->y - p2->y);
}

float dist(Point p1, Point p2)
{
    return sqrt( (p1.x - p2.x)*(p1.x - p2.x) +
                (p1.y - p2.y)*(p1.y - p2.y)
                );
}

float bruteForce(Point P[], int n)
{
    float min = FLT_MAX;
    for (int i = 0; i < n; ++i)
        for (int j = i+1; j < n; ++j)
            if (dist(P[i], P[j]) < min)
                min = dist(P[i], P[j]);
    return min;
}

float min(float x, float y)
{
    return (x < y)? x : y;
}

float stripClosest(Point strip[], int size, float d)
```

```

{
    float min = d;

    qsort(strip, size, sizeof(Point), compareY);

    for (int i = 0; i < size; ++i)
        for (int j = i+1; j < size && (strip[j].y - strip[i].y) < min; ++j)
            if (dist(strip[i], strip[j]) < min)
                min = dist(strip[i], strip[j]);

    return min;
}

float closestUtil(Point P[], int n)
{
    if (n <= 3)
        return bruteForce(P, n);

    int mid = n/2;
    Point midPoint = P[mid];

    float dl = closestUtil(P, mid);
    float dr = closestUtil(P + mid, n - mid);

    float d = min(dl, dr);

    Point strip[n];
    int j = 0;
    for (int i = 0; i < n; i++)
        if (abs(P[i].x - midPoint.x) < d)
            strip[j] = P[i], j++;

    return min(d, stripClosest(strip, j, d) );
}

float closest(Point P[], int n)
{
    qsort(P, n, sizeof(Point), compareX);

    return closestUtil(P, n);
}

int main()
{
    Point P[] = {{2, 3}, {12, 30}, {40, 50}, {5, 1}, {12, 10}, {3, 4}};
    int n = sizeof(P) / sizeof(P[0]);
    cout << "The smallest distance is " << closest(P, n);
    return 0;
}

```

```

D:\Tugas\UNPAD\Analgo\Praktikum\AnalgoKu\AnalgoKu5>g++ closest_pair_of_point.cpp -o cpop
D:\Tugas\UNPAD\Analgo\Praktikum\AnalgoKu\AnalgoKu5>cpop
The smallest distance is 1.41421

```

- 2) Tentukan rekurensi dari algoritma tersebut, dan selesaikan rekurensinya menggunakan metode recursion tree untuk membuktikan bahwa algoritma tersebut memiliki Big-O ( $n \lg n$ )

Jawab :

Kompleksitas Waktu

Biarkan kompleksitas waktu dari algoritma di atas menjadi  $T(n)$ . Mari kita asumsikan bahwa kita menggunakan algoritma pengurutan  $O(n \lg n)$ . Algoritma di atas membagi semua titik dalam dua set dan secara rekursif memanggil dua set. Setelah membelah, ia menemukan strip dalam waktu  $O(n)$ , mengurutkan strip dalam waktu  $O(n \lg n)$  dan akhirnya menemukan titik terdekat dalam strip dalam waktu  $O(n)$ .

Jadi  $T(n)$  dapat dinyatakan sebagai berikut

$$T(n) = 2T(n/2) + O(n) + O(n \lg n) + O(n)$$

$$T(n) = 2T(n/2) + O(n \lg n)$$

$$T(n) = T(n \times \lg n \times \lg n)$$

Catatan

- 1) Kompleksitas waktu dapat ditingkatkan menjadi  $O(n \lg n)$  dengan mengoptimalkan langkah 5 dari algoritma di atas.
- 2) Kode menemukan jarak terkecil. Dapat dengan mudah dimodifikasi untuk menemukan titik dengan jarak terkecil.
- 3) Kode ini menggunakan pengurutan cepat yang bisa  $O(n^2)$  dalam kasus terburuk. Untuk memiliki batas atas sebagai  $O(n (\lg n)^2)$ , algoritma pengurutan  $O(n \lg n)$  seperti pengurutan gabungan atau pengurutan tumpukan dapat digunakan

### Studi Kasus 6 : Algoritma Karatsuba untuk Perkalian Cepat

Tugas:

- 1) Buatlah program untuk menyelesaikan problem fast multiplication menggunakan algoritma divide & conquer yang diberikan (Algoritma Karatsuba). Gunakan bahasa C++

```
/*
Nama      : Difa Bagasputra Maulana
NPM       : 140810180057
Kelas    : A
Program   : Algoritma Karatsuba
*/

#include<iostream>
#include<stdio.h>

using namespace std;

int makeEqualLength(string &str1, string &str2)
{
    int len1 = str1.size();
    int len2 = str2.size();
    if (len1 < len2)
```

```

    {
        for (int i = 0 ; i < len2 - len1 ; i++)
            str1 = '0' + str1;
        return len2;
    }
    else if (len1 > len2)
    {
        for (int i = 0 ; i < len1 - len2 ; i++)
            str2 = '0' + str2;
    }
    return len1; // If len1 >= len2
}

string addBitStrings( string first, string second )
{
    string result;

    int length = makeEqualLength(first, second);
    int carry = 0;

    for (int i = length-1 ; i >= 0 ; i--)
    {
        int firstBit = first.at(i) - '0';
        int secondBit = second.at(i) - '0';

        int sum = (firstBit ^ secondBit ^ carry)+'0';

        result = (char)sum + result;

        carry = (firstBit&secondBit) | (secondBit&carry) | (firstBit&carry);
    }

    if (carry) result = '1' + result;

    return result;
}

int multiplySingleBit(string a, string b)
{ return (a[0] - '0')*(b[0] - '0'); }

long int multiply(string X, string Y)
{
    int n = makeEqualLength(X, Y);

    // Base cases
    if (n == 0) return 0;
    if (n == 1) return multiplySingleBit(X, Y);

    int fh = n/2;
    int sh = (n-fh);

    string Xl = X.substr(0, fh);
    string Xr = X.substr(fh, sh);

    string Yl = Y.substr(0, fh);
    string Yr = Y.substr(fh, sh);

    long int P1 = multiply(Xl, Yl);
    long int P2 = multiply(Xr, Yr);
    long int P3 = multiply(addBitStrings(Xl, Xr), addBitStrings(Yl, Yr));
}

```

```

    return P1*(1<<(2*sh)) + (P3 - P1 - P2)*(1<<sh) + P2;
}

int main()
{
    printf ("%ld\n", multiply("1100", "1010"));
    printf ("%ld\n", multiply("110", "1010"));
    printf ("%ld\n", multiply("11", "1010"));
    printf ("%ld\n", multiply("1", "1010"));
    printf ("%ld\n", multiply("0", "1010"));
    printf ("%ld\n", multiply("111", "111"));
    printf ("%ld\n", multiply("11", "11"));
}

```

```

D:\Tugas\UNPAD\Analgo\Praktikum\AnalgoKu\AnalgoKu5>g++ karatsuba.cpp -o karatsuba

D:\Tugas\UNPAD\Analgo\Praktikum\AnalgoKu\AnalgoKu5>karatsuba
120
60
30
10
0
49
9

```

- 2) Rekurensi dari algoritma tersebut adalah  $T(n) = 3T(n/2) + O(n)$ , dan selesaikan rekurensinya menggunakan metode substitusi untuk membuktikan bahwa algoritma tersebut memiliki Big-O ( $n \lg n$ )

Jawab :

- Let's try divide and conquer.
  - Divide each number into two halves.
    - $x = x_H r^{n/2} + x_L$
    - $y = y_H r^{n/2} + y_L$
  - Then:
 
$$\begin{aligned}
 xy &= (x_H r^{n/2} + x_L) (y_H r^{n/2} + y_L) \\
 &= x_H y_H r^n + (x_H y_L + x_L y_H) r^{n/2} + x_L y_L
 \end{aligned}$$
  - Runtime?
    - $T(n) = 4 T(n/2) + O(n)$
    - $T(n) = O(n^2)$
- Instead of 4 subproblems, we only need 3 (with the help of clever insight).
- Three subproblems:
  - $a = x_H y_H$
  - $d = x_L y_L$
  - $e = (x_H + x_L) (y_H + y_L) - a - d$
- Then  $xy = a r^n + e r^{n/2} + d$
- $T(n) = 3 T(n/2) + O(n)$
- $T(n) = O(n^{\log 3}) = O(n^{1.584...})$

## Studi Kasus 7 : Permasalahan Tata Letak Keramik Lantai (Tiling Problem)

Tugas:

- 1) Buatlah program untuk menyelesaikan problem tiling menggunakan algoritma divide & conquer yang diberikan. Gunakan bahasa C++

Jawab :

// n adalah ukuran kotak yang diberikan, p adalah lokasi sel yang hilang  
Tile (int n, Point p)

1. Kasus dasar:  $n = 2$ , A  $2 \times 2$  persegi dengan satu sel yang hilang tidak ada apa adanya tapi ubin dan bisa diisi dengan satu ubin.
2. Tempatkan ubin berbentuk L di tengah sehingga tidak menutupi subsquare  $n/2 \times n/2$  yang memiliki kuadrat yang hilang. Sekarang keempatnya subsquare ukuran  $n/2 \times n/2$  memiliki sel yang hilang
3. Memecahkan masalah secara rekursif untuk mengikuti empat. Biarkan  $p_1, p_2, p_3$  dan  $p_4$  menjadi posisi dari 4 sel yang hilang dalam 4 kotak.
  - a) Ubin ( $n/2, p_1$ )
  - b) Ubin ( $n/2, p_2$ )
  - c) Ubin ( $n/2, p_3$ )
  - d) Ubin ( $n/2, p_4$ )
- 2) Relasi rekurensi untuk algoritma rekursif di atas dapat ditulis seperti di bawah ini. C adalah konstanta.  $T(n) = 4T(n/2) + C$ . Selesaikan rekurensi tersebut dengan Metode Master

Jawab :

Kompleksitas Waktu:

Relasi perulangan untuk algoritma rekursif di atas dapat ditulis seperti di bawah ini. C adalah konstanta.

$$T(n) = 4T(n/2) + C$$

Rekursi di atas dapat diselesaikan dengan menggunakan Metode Master dan kompleksitas waktu adalah  $O(n^2)$

Bagaimana cara kerjanya?

Pengerjaan algoritma Divide and Conquer dapat dibuktikan menggunakan Mathematical Induction. Biarkan kuadrat input berukuran  $2k \times 2k$  di mana  $k \geq 1$ .

Kasus Dasar: Kita tahu bahwa masalahnya dapat diselesaikan untuk  $k = 1$ . Kami memiliki  $2 \times 2$  persegi dengan satu sel hilang.

Hipotesis Induksi: Biarkan masalah dapat diselesaikan untuk  $k-1$ .

Sekarang perlu dibuktikan untuk membuktikan bahwa masalah dapat diselesaikan untuk  $k$  jika dapat diselesaikan untuk  $k-1$ . Untuk  $k$ , ditempatkan ubin berbentuk L di tengah dan memiliki empat subsquare dengan dimensi  $2^{k-1} \times 2^{k-1}$  seperti yang

ditunjukkan pada gambar 2 di atas. Jadi jika dapat menyelesaikan 4 subskuares, dapat menyelesaikan kuadrat lengkap.